

ロトカ・ヴォルテラ方程式を観測データから発見する Learning Lotka-Volterra equations on magnetized plasma systems

稲垣滋, 岩中義英¹, 小林進二, 南貴司, 門信一郎, 大島慎介, 木島滋, 岡田浩之, 水内亨, 長崎百伸
S. Inagaki, Y. Iwanaka¹, S. Kobayashi, T. Minami, S. Kado, S. Ohshima, S. Konoshima, H. Okada,
T. Mizuuchi, K. Nagasaki

京都大学エネルギー理工学研究所, 京都大学エネルギー科学研究科¹,
IAE, Kyoto University, GSES, Kyoto university¹

ロトカ・ヴォルテラ方程式は以下のような連立常微分方程式であり、捕食者-非捕食者の関係を示すモデルに使われる。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} &= cxy - dy\end{aligned}$$

ここで、 x, y は非捕食者と捕食者の個体数で a, b, c, d は正の実数である。図 1 に示した例のように、ロトカ・ヴォルテラ方程式は周期解を示す事が知られており、磁化プラズマにおいてもドリフト波とゾーナル流との競合など、ロトカ・ヴォルテラ方程式でモデル化される現象が多く報告されている。このため、ロトカ・ヴォルテラ方程式で表す事が出来る二つの時系列を同定することはプラズマダイナミクスの理解に役立つ。そこで本研究では数値的に解いたロトカ・ヴォルテラ方程式の解を AI を用いて学習し、ヘリオトロン J での多くの観測データの中から解を満たすデータを抽出する事を目的とする。

a, b, c, d による 4 次元の広大なパラメータ空間をサーベイする前に解の特徴づけを行う。今回はフーリエスペクトルによる特徴づけを考える。数値解に雑音を加え、それを自己回帰移動平均モデル (ARMA モデル) によってモデル化した。次数 (4,1) の ARMA によって図 2 に示すように良好な一致が得られる。ここでは典型的な実験で取得されるデータを想定し、 $\Delta t = 10\mu s$ とした。この ARMA モデルから求められパワースペクトルを図 3 に示す。パワースペクトルは周波数に対して指数的に減少する。プラズマ実験で得られる信号の多くはパワースペクトルが周波数のべき乗で減衰するため、この指数的減衰は解の特徴づける可能性がある。減衰率が a, b, c, d と関連していれば、観測から容易にモデル方程式を構築できる。今回の ARMA モデルは自身 (y) のみを含むが、多変量に拡張する事でより解の特徴づけが進む事が考えられる

ため相互相関関数やクロススペクトルによる特徴づけも進行中である。

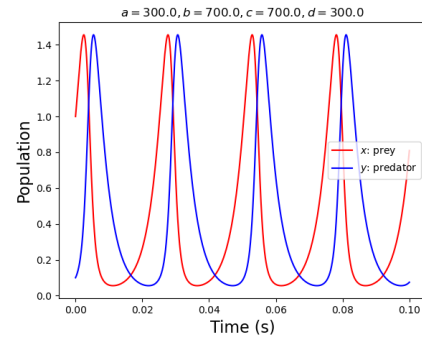


図 1 典型的な周期解の例

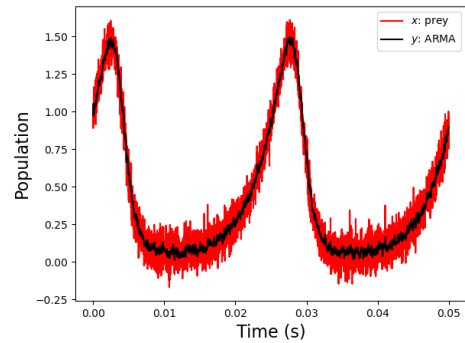


図 2 ノイズを含むデータを ARMA モデル化

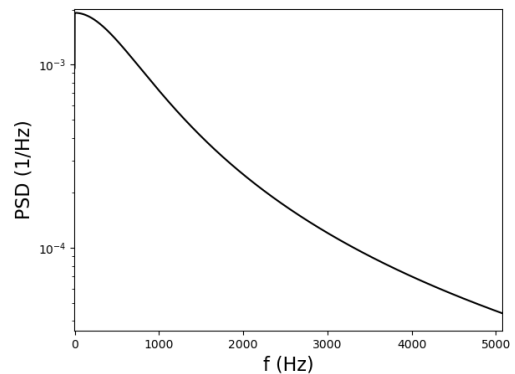


図 3 ARMA モデルより求めたパワースペクトル