

相対論的 Fokker–Planck 衝突項の一般座標における完全保存スキーム
**Fully conservative scheme for relativistic Fokker–Planck collision
operator on generalized coordinates**

白戸 高志, 千徳 靖彦
Takashi SHIROTO, Yasuhiko SENTOKU

阪大レーザー研
ILE, Osaka Univ.

我々の先行研究により, 相対論的 Vlasov–Maxwell 系に対する電荷・運動量・エネルギー保存スキームの原理実証に成功した [1]. 本手法は分布関数の L_2 ノルムを保存することはできないが, 1 段 2 次精度陰的 Runge–Kutta 法の採用により無条件安定である. すなわち, 長時間計算においても数値計算の信頼性が損なわれにくいことから, これまで計算が難しかったメゾスコピックな運動論的プラズマへの適用が期待できる. また, この手法は中心差分法に基づく無散逸スキームでもあるため, 核融合プラズマの現実的なシミュレーションのためには Fokker–Planck 衝突項が必要である.

相対論的 Fokker–Planck 衝突項は慣性閉じ込め・磁場閉じ込めの別を問わず, 核融合プラズマの輸送を議論する上で重要である. 慣性閉じ込めでは, ナノ秒パルスで爆縮コアを形成したのちにピコ秒パルスで追加熱する高速点火方式の研究が行われているが, ピコ秒パルスにより発生した相対論的電子ビームから爆縮コアへのエネルギー輸送・加熱を議論する上で, 相対論的な二体衝突が本質的な役割を演じる. また, トカマク型核融合装置におけるディスラプションの際には逃走電子が炉壁を損傷することが知られており, この抑制および緩和を議論するために相対論的 Fokker–Planck 方程式が必要である. 近年, 非線形な Landau–Fokker–Planck 方程式に対するスケラブルな完全保存スキームが開発されたが, 保存則を保証するために非線形な修正係数を導入している [2]. しかしながら, 我々の相対論的 Vlasov–Maxwell 系に対する完全保存スキームは中心差分オペレータの線形性に強く依存しており, 非線形なスキームと相性が悪いと予想される. 過去には圧縮性流体シミュレーションにおいて高次精度中心差分オペレータを用いても衝撃波を捕獲できる Localized Artificial Diffusivity 法が提案された [3]. これは, 人工的な粘性係数や熱伝導係数に非線形性を押し付けることで, 非線形スキームの安定性と中心差分オペレータの線形性を両立する手法である. 我々は先行研究において保存則を満たすのに必要とされている非線形性を Fokker–Planck オペレータの輸送係数に押し付けることで, 完全保存 Vlasov スキームと統合可能な中心差分スキームを開発できると考えた.

簡易的な数値実験の結果, 中心差分の場合も質量・運動量・エネルギー保存は厳密に満たされることを確認した. 保存則を満たすために輸送係数に修正を加えると衝突による緩和過程に悪影響が及ぶ恐れがあるが, 少なくとも本研究の条件では保存則が破綻することの方が重大な問題であることがわかった. 今後は現実的な条件での計算を可能とするために一般座標や高次精度スキームの実装, そして大規模計算に向けてスケラブルな非線形ソルバーの導入を行う.

- [1] T. Shiroto et al., J. Comput. Phys. (accepted).
- [2] W.T. Taitano et al., J. Comput. Phys. **297**, 357–380 (2015).
- [3] S. Kawai and S.K. Lele, J. Comput. Phys. **227** 9498–9526 (2008).