

プラズマ乱流における自発的対称性の破れと
南部-ゴールドストーンモード生成

Spontaneous symmetry breaking in plasma turbulence and resultant generation of Nambu-Goldstone modes

河森栄一郎
Eiichirou Kawamori

台湾国立成功大學
Institute of Space and Plasma Sciences, National Cheng Kung University, Taiwan

自発的対称性の破れ (Spontaneous symmetry breaking, SSB)は、近代物理学における最も普遍的な概念の一つといえる。平衡・非平衡系の相転移や臨界現象といった多体现象における重要性はもちろんのこと、ゲージ場に質量を与えるメカニズムにもなる[1]。

SSB とは単なる対称性の破れではない。系のハミルトニアン (もしくはポテンシャル) の対称性は破れていないにもかかわらず、有限振幅の秩序変数をもつ基底状態への緩和により状態の対称性が破れてしまう現象をいう (Fig. 1 (b)の状態。後述)。SSB に関する最も重要な定理が南部-ゴールドストーン (NG) 定理であり、曰く、系がもつ連続対称性が自発的に破れるとギャップレス (もしくはマスレス) モード (分散関係が音波様の $\omega \propto k^\alpha$ と表される、 $k \rightarrow 0$ の極限で励起エネルギー ω が零になるモード) が生成される、というものである[2]。このギャップレスモード、NG モードは対応する秩序パラメータの揺らぎの長波長モードであり、磁性体中のスピン波、超流体、結晶格子や流体中のフォノン、動物の群の挙動[3]など、対象とする系が、古典論的か量子論的かに関わらず広くその適用例が存在する。本公演では、プラズマ乱流における SSB、その帰結としての NG モード生成を示す2つの例を紹介し、その普遍性を確かめる。

1つ目の例は、1次元(1D)ラングミュア波(LW)系の乱流-スーパーコンティニューム遷移に伴う自発的 U(1)対称性の破れと、それに伴う NG モード生成である。提案する理論とそれを検証した数値シミュレーションを紹介する。2つ目の例は、2次元ドリフト波乱流におけるゾーナルフロー(ZF)生成である。

流体描像の 1D-LW 系は可積分系であるが、波動-粒子相互作用を含む 1D-LW 系は非可積分系であり、LW のアクション密度(波の個数)を relevant parameter として、乱流-スーパーコンテ

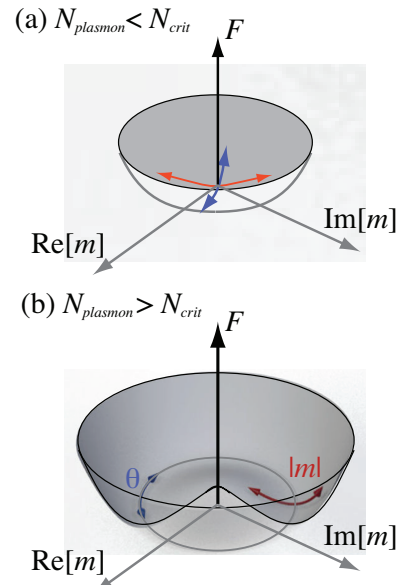


Fig. 1 Mexican-hat shape free energy F in the complex m plane. (a) $N_{\text{plasmon}} < N_{\text{crit}}$. The lowest value of F occurs at $m = 0$. (b) $N_{\text{plasmon}} > N_{\text{crit}}$. The lowest value of F occurs at $|m| \neq 0$. No energy is required to excite oscillations in the θ direction, unlike the $|m|$ direction. The oscillations in the θ direction is the NG-mode.

ィニウム状態間で超伝導型の相転移をする。すなわち、超伝導転移における(1)クーパー不安定による電子対生成、(2)それらのボース・アインシュタイン凝縮及び、(3)長距離秩序(Long-range order, LRO)状態生成と、LW 系における(1)モジュレーション不安定によるプラズモン対生成、(2)それらの蔵本-坂口凝縮及び、(3) LRO としての Bernstein-Greene-Kruskal モード生成が見事に対応する。LW 系のヘルムホルツ自由エネルギー F は、プラズモン対の平均場 $|m_{\text{Kuramoto}}|e^{i\theta} \equiv \sum_j \langle \hat{a}_{-j} \hat{a}_j / |\hat{a}_j|^2 \rangle$ を秩序パラメータとすると、その偶関数として表すことができる (Fig. 1 (a))。ここで、 $\hat{a}_j$ は (least-damped Landau root から測った) 波数モード j の縦電場のフーリエ振幅、 $\langle \rangle$ は集団平均を表す。乱流(LWT)での基底

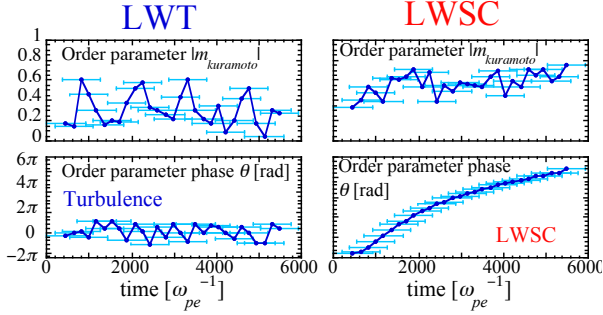


Fig. 2 Time evolution of the amplitudes $|m_{\text{Kuramoto}}|$ and phases θ of the order parameters for the LWT (left) and the LWSC (right), respectively.

状態は原点 $m_{\text{Kuramoto}}=0$ であり、対称性は破れていない。すなわち乱流状態は対称である。Relevant parameter である LW のアクション密度 $N_{\text{plasmon}} = \sum_j \langle |\hat{a}_j|^2 \rangle$ が臨界値 N_{crit} を越えると (Fig. 1 (b)), プラズモン対間の相互作用が強くなり、 F の極小状態である基底状態の秩序パラメータは有限値 $m_{\text{Kuramoto}} \neq 0$ を取るようになる。これがコヒーレント状態であるスーパーコンティニューム(LWSC)である。この状態は無限に縮退していて、その中の1つの状態を選択することにより、 θ 方向の対称性(U(1)対称性)が破れ、 m_{Kuramoto} の位相モードとして NG モードが生成される (Fig. 1 (b) の θ 方向の振動)。1次元 Particle-in-cell シミュレーションからも、この超伝導型転移と NG モード生成が見事に再現される。Figure 2 は LWT および LWSC 状態での秩序パラメータ振幅 $|m_{\text{Kuramoto}}|$ 、位相 θ の時間変化である。 $|m_{\text{Kuramoto}}|$ が小さく、 θ が不規則に揺らぐ LWT に対し、大振幅 $|m_{\text{Kuramoto}}|$ をもつ LWSC の位相 θ はゆっくりと (周期 $\sim 1,000 \omega_{pe}^{-1}$ で) 回転していることが明瞭にみてとれる。これが NG モードである。シミュレーション結果から音波様の分散関係 $\omega \propto k^\alpha$ も観測される。

2つ目の例は、2次元ドリフト波乱流における ZF 生成である。ドリフト波乱流を記述する長谷川-三間方程式の正準ハミルトン形式 [4] を用いてドリフト波乱流系の自由エネルギーを記述する。適当な秩序変数を導入し、ドリフト波のアクション密度を relevant parameter として系の SO(2) 対称性 (U(1) 対称性と同型) が自発的に破れることを示す。この自発的 SO(2) 対称性の破れの結果、NG モードとして ZF が生成されることを説明する。

“Spontaneous symmetry breaking (SSB)” is one of the most universal phenomena discovered in the

history of modern physics [e.g., 1]. According to the Nambu–Goldstone (NG) theorem, when a continuous symmetry of a system is spontaneously broken, a gapless (massless) mode is created [2]. The NG mode is a long-wavelength fluctuation of the corresponding order parameter. There are numerous examples of this, including spin waves in ferromagnets, phonons in a lattice, phonons in fluids and flocking (a large number of self-propelled organisms) [3]. In this talk, we show two examples of SSB and resultant NG mode generation in plasma turbulence. NG mode generation can be seen in transition between Langmuir-wave turbulence (LWT) and Langmuir-wave supercontinuum (LWSC). The latter corresponds to the superconducting state of matter and exhibits a broad power spectrum with long-range-order (LRO). The relevant parameter is the density of plasmons (LW quanta) rather than the temperature. The phase transition exhibits many typical features of superconducting phase transitions, including (i) condensation of quasi-particle pairs (plasmon pairs) into a single momentum state having an identical phase, (ii) LRO, (iii) spontaneous breaking of U(1) symmetry, and (iv) resultant generation of an NG mode.

Another example is generation of zonal-flows (ZFs) in two-dimensional (2D) drift wave turbulence (DWT) described by the Hasegawa-Mima equation (HME). The free energy of 2D DWT is evaluated from the canonical Hamiltonian form of HME [4]. It is shown by introducing a relevant order parameter that the SO(2) symmetry of the 2D-DWT system is spontaneously broken when the action density of DWs exceeds a critical value. As a consequence of SSB, ZF is generated as an NG mode.

References:

- [1] P. W. Higgs, *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Phys. Rev. Lett. **13** 508 (1964).
- [2] M.S. Swanson, 1992 *Path Integrals and Quantum Processes*. ISBN-13: 978-0126789454, Academic Press Chapter 9.
- [3] John Toner and Yuhai Tu, Phys. Rev. E **58**, 4828 (1998).
- [4] A. M. Balk V. E. Zakharov and S.V. Nazarenko, Sov. Phys. JETP **71**, 249 (1990).