26aE02P

トロイダル磁場配位における抵抗性MHD安定性解析
Resistive MHD stability analysis in toroidal geometry

古川勝
Masaru FURUKAWA

鳥大院工
Grad. Sch. Eng., Tottori Univ.

磁場閉じ込めプラズマにおける抵抗性 MHD 安定性では，共鳴面に形成される抵抗層が重要な役割を果たす．高温プラズマでは電気抵抗が非常に小さくなるので，抵抗層は非常に薄くなる．古典的には，抵抗層が非常に薄いことを利用し，接合漸近展開を用いた線形安定性解析が行われてきた．つまり，電気抵抗が無視できる外部領域では線形化理想 MHD 方程式を解き，一方で電気抵抗や慣性が相対的に効く内部層では線形化抵抗性 MHD 方程式を解いて，それらの解を漸近的に接続することによって分散関係式を得る方法である [1]．接合漸近展開は，理論的には確立しているが，これを実験が行われているようなトロイダルプラズマに適用するとなると，数値計算との併用が不可避で，極限を扱う理論と数値計算との相性が悪い．この困難を克服するために，我々は，有限幅の内部層（内部領域と呼ぶ）を用い，外部領域の理想 MHD 解と内部領域の抵抗性 MHD 解を直接的に接続する方法を開発した [2-4]．この先行研究では簡約化 MHD 方程式を用い，円柱プラズマ配位で実証を行った．

本研究では，上記の方法を軸対称トロイダルプラズマに適用した．任意のアスペクト比，プラズマ形状や，今後の拡張性を考え，簡約化モデルではない MHD 方程式を採用した．このためには，大きくは以下の 3 つのステップが必要である：トロイダル配位で (1) 外部領域で線形化理想 MHD 方程式（Newcomb 方程式）を境界値問題として解く，(2) 内部領域で線形化抵抗性 MHD 方程式を境界値問題として解く，(3) 接続条件によって分散関係式を求める．(1) には，非圧縮性を仮定し，ポテンシャルエネルギーをプラズマ変位ベクトル $\boldsymbol{\xi}$ のうちの小半径方向および磁力線に垂直な方向の 2 成分で書く標準的な定式化 [5,6] を用いている．(2) では，流速 $\boldsymbol{u}$，ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ および圧力 p を用いた定式化 [7] を用いている．ベクトルポテンシャルを用いることにより，Ohm 則を直接解く形にできるので，内部領域のモデルを単なる抵抗性 MHD から拡張する際にメリットがあると考えられる．なお，これらの境界値問題を解く際には，ポロイダル，トロイダル方向には Fourier 級数展開，小半径方向には有限要素法（3 次 Hermite 要素と 2 次 Lagrange 要素を適切に使い分ける）を用いた．(3) では，外部領域で解く理想 MHD 方程式から得られるのは $\boldsymbol{\xi}$ のうち 2 成分で，内部領域では $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{A}$，p の 7 変数があるため，どのように解を接続するか考察を要する．まず，内部領域の 7 変数のうち，小半径方向に境界条件を掛けられるのは $\boldsymbol{u}$ の小半径成分と，$\boldsymbol{A}$ のポロイダル，トロイダル成分の計 3 つである．このうち，$\boldsymbol{u}$ の小半径成分と外部領域の $\boldsymbol{\xi}$ の小半径成分を，$\boldsymbol{u} = -\mathrm{i}\omega\boldsymbol{\xi}$ を用いて接続する．ω は波の角周波数である．次に，$\boldsymbol{A}$ のポロイダル成分は，外部領域の解 $\boldsymbol{\xi}$ を用いて表した摂動磁場 $\nabla \times (\boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{B})$ のポロイダル成分と値を接続する．最後に，$\boldsymbol{A}$ のトロイダル成分は，内部領域から外部領域に向かって，磁力線方向の電場が滑らかにゼロに近づくという条件を課す．特に，内部領域の境界値問題を解く際に，ω をうまく選べば $\boldsymbol{u}$ と $\boldsymbol{\xi}$ の小半径成分は値のみでなく小半径方向の微分値も接続することができ，これが分散関係を与える．

＊本研究は JSPS 科研費 23760805 の助成を受けて行われた．

[1] H. P. Furth, J. Killeen and M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids **6**, 459 (1963).
[2] M. Furukawa, S. Tokuda and L. -J. Zheng, Phys. Plasmas **17**, 052502 (2010).
[3] M. Furukawa and S. Tokuda, Phys. Plasmas **18**, 062502 (2011).
[4] M. Furukawa and S. Tokuda, Phys. Plasmas **19**, 102511 (2012).
[5] R. Gruber, F. Troyon *et al.*, Comput. Phys. Commun. **21**, 323 (1981).
[6] S. Tokuda, T. Watanabe, Phys. Plasmas **6**, 3012 (1999).
[7] W. Kerner, J. P. Goedbloed *et al.*, J. Comput. Phys. **142**, 271 (1998).