

# スペクトル汚染を抑制した線形MHD数値解析手法 Approach for linear MHD analysis without spectrum pollution in tokamaks

相羽 信行, W. A. Cooper\*, R. Gruber\*  
N. Aiba, W. A. Cooper, R. Gruber

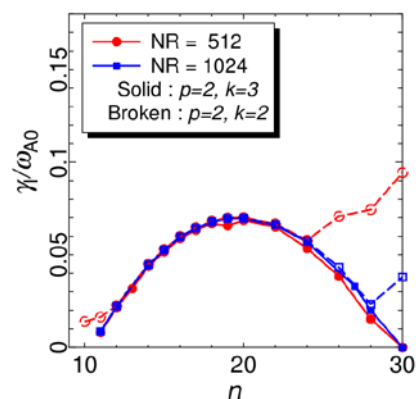
日本原子力研究開発機構, \*ローザンヌ連邦工科大学プラズマ物理研究センター  
JAEA, \*CRPP/EPFL

磁場閉じ込め核融合炉の実現には、理想電磁流体 (MHD) 不安定性の発生を抑えることが不可欠である。現在の制御システムの応答時間やプラズマ分布変化の時定数を考慮すると、理想MHDモードを発生後に制御・安定化することはほぼ不可能であり、それらが安定な運転領域を事前に評価・解明しておくことが重要である。幸い、静止平衡における線形理想MHD安定性解析手法は既に成熟しているが、近年ではプラズマ回転や非理想効果 (高エネルギー粒子や有限ラーモア半径効果など) がMHD安定性に影響を与えることが実験的および理論的にも予測・確認されている。これらの効果を考慮した数値解析を行うには、物理モデルの拡張に加えて、スペクトル汚染と呼ばれる非物理的な不安定性が生じない数値解析手法の開発が必要となる。

数値解析手法については、静止平衡の場合には“混成有限要素法”と呼ばれる手法が約30年前に開発されている。この手法では、“磁場およびプラズマの圧縮性による安定化効果を数値的に厳密に表現できない場合にスペクトル汚染が生じる”ことを解明し、径方向のプラズマ変位を表現する基底ベクトルの次数をその他の方向の変位を表現するものよりも一次大きくする、という解決法が提案された。この手法は、上記の条件を満たせば用いられる次数の上限は存在しないが、実質的には径方向一次、その他の方向ゼロ次の基底ベクトルを用いた数値コードがほとんどである。これは、エネルギー原理に基づいた静止線形理想MHD解析では微分方程式の自己随伴性が保たれており、最低次の基底ベクトルを用いても十分な精度で結果が得られるためである。しかしながら、プラズマ回転や非理想効果を考慮する場合、一般に自己随伴性は保たれないため、十分な精度を得るために必要なメッシュ数などが増大し、計算リソースを圧迫する可能性がある。そのため、スペクトル汚染の発生を抑え、かつ任意の高次

基底ベクトルを用いることができる数値解析手法の開発が、計算に必要となるリソースを肥大化させることなく回転・非理想効果を考慮した安定性解析を実現する上で重要となる。

本研究では、このような数値解析手法の開発を目的として、混成有限要素法の数値物理的特性を再確認した結果、前述の物理的な項の影響だけでなく数値積分手法を正しく選ぶこともスペクトル汚染の抑制には重要である事を示した。この知見を元に、混成有限要素法に数値積分手法としてGauss-Legendreの積分公式を組み合わせた数値解析手法 (HEM-GL) を新たに開発した。下図はこのHEM-GLを用いて、径方向の変位の基底ベクトルを二次 ( $p=2$ ) とした場合に、数値積分法の次数 ( $2k-1$ ) を変えた際にどのような影響が出るかを評価したものである。その結果、数値積分の精度が不十分である場合、短波長 (トロイダルモード数  $n$  が大きい) の偽の不安定モードが発生しており、この傾向は特に径方向のメッシュ数  $NR$  が小さいほど強く表れる。講演ではHEM-GLの詳細およびこのような偽の不安定モードが発生する原因に関する考察などを発表する。



周辺局在 MHD モードの成長率を、数値積分法の次数  $k$  を変えた HEM-GL で評価した結果。低次の場合にはメッシュ数が不十分だとスペクトル汚染が生じている。