

小特集

# 商用電磁界シミュレーションコードの プラズマ・核融合分野への応用

## Application of Commercial Electromagnetic Simulation Code to the Plasma and Fusion Research

### 1. はじめに

笠原 寛史

KASAHARA Hiroshi

核融合科学研究所

(原稿受付：2024年1月31日)

#### 1.1 物理現象を理解するための数値解析

理工学分野をはじめとする複数の変数（物理量）が引き起こす現象を理解・予測するために、数値計算開発・研究が進められてきた。自然現象は一つ一つの物理描像としては複雑ではなくとも、それが複数重ね合わさることで非常に複雑な現象を生み出すため、多数の組み合わせからなる物理現象を考慮した計算を行うことが重要である。このようなことから、数値計算は現在では物理現象を理解するためには必要不可欠なツールとなっている。

物理現象を数値計算で再現するためには、物理現象が生じている状況を正確にモデル化すること、この時支配的な物理現象だけでなく、弱い影響も考慮する必要がある。現実には対象となるモデルは、複数の異なる素材で成り立ち、各々の物体の形状が非常に複雑な形をとることなどが多い。実験と計算結果を比較する際には、実験と計算結果の齟齬からモデルを修正することで、実験状況を把握し物理現象の解明を行っていることが多い。特に核融合のような多数の荷電粒子を取り扱うプラズマ中の波動伝播・吸収を評価するシミュレーションコードでは、計算リソースの制約から計算モデルの段階で、計算リソースをいかに減らすかが重要な鍵となり開発が進められてきた。

プラズマ・核融合におけるプラズマ中の波動を数値解析する上で計算リソースの増加に起因しているものは、主として粒子数とマルチスケールな物理現象の定式化・モデル化に起因している。前者は広義には荷電粒子の集合体がプラズマだと考えると、核融合プラズマらしい集団的な現象

が明確になってくるのは、 $1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$  を超えるような密度である。大気中での気体の粒子数に比べたら非常に少ないが、それでも粒子（密度）という次元だけで  $10^{19}$  オーダーの取り扱いが必要であり、それに空間・運動量・分布などの情報を考えると、 $10^{20}$  を超える取り扱いが必要となる。このようなオーダーの量を数値計算で取り扱う時、非常に計算リソースを圧迫することは想像に難しくなく、そのため、粒子が熱緩和し平衡状態であることを想定したり、荷電粒子が磁場に巻き付いて運動する際の回旋半径を無視して粒子軌道を追跡したり、空間的には一様とみなして物理モデルを構築するなど、様々な仮定をすることでマルチスケール物理をより簡易モデル化することにより計算が進められている。

主原因となる物理描像が明確な場合、つまり予想していた物理描像通りの振舞いの時、計算結果と実験結果が良い一致を示してきたが、主原因以外の要素が無視できない場合などでは、まだまだ十分な物理モデルおよび数値計算フレームワークになっていない。商用コードとして公開するには、不確実な物理計算モデルを実装することは許容できないため、確立した既知の物理モデルしか搭載できない。しかし近年は、ユーザーにある程度の物理モデル変更を許容するコードも現れてきた。これは産業界などが設計に必要となる物理現象に対して、最新の研究成果を含めて検討したいというニーズに対する高まりなのかもしれない。

表 1 商用・オリジナル電磁解析（波動計算）コード。

code	会社・組織	手法	特徴
HFSS [1]	ANSYS	FEM	定常
CST/MW [2]	CST	Fourier	時間応答
COMSOL [3]	COMSOL	FEM	定常、時間応答
TORIC [4]	IPP, MIT	Fourier	定常
AORSA [5]	Oakridge	Fourier	定常
TASK/WM[6]	Kyoto Univ.	Fourier	定常
PION [7]	CEA	Fourier	定常
Petra-M [8]	PPPL	FEM+Fourier	定常

HFSS, CST, COMSOL は商用コード名, 「会社・組織」はそのコードのライセンス所持者または開発主体機関, FEM, Fourier は主な解析手法である有限要素法, フーリエ変換法を示している。「特徴」は開発コードを作成するに当たり, 重視している物理モデル条件を記載している。

## 1.2 商用コードの可能性と問題点

ここでは波動シミュレーションに限定した商用コードと, 核融合分野で開発が進められてきたシミュレーションコードに関して考えてみる。表 1 は電磁解析コードとして広く使われている商用コードや, 核融合プラズマ解析のために用いられているオリジナル波動解析コードの例を記載した。これ以外のコードにおいても, 優れた点があるコードは多数存在するが, 今回は表 1 を中心に話を進める。HFSS, CST は非常に古くから知られている商用計算コードであり, そのためお互いにベンチマークされたり, 実験と比較されたりする過程を通して様々な修正点加わり, 信頼度の高い電磁解析コードとして用いられている。ただし, 物理計算モデルや使用する材料条件に関して限定されており, 解析対象がその限定範囲に存在すれば非常に強力なツールである。一方, プラズマ中の電磁波解析を行うためには, 材料条件が未実装となり, 仮想プラズマとしてユーザー側が作成しなければならず, 核融合プラズマを含めたフルモデリングを行うには不十分である。これに対し, オリジナルコードは, 古くからプラズマモデルを研究してきた知見を基に, 波動吸収・伝搬に関する物理描像のモデル化が進んでおり, プラズマを含めた計算が行える。しかし, プラズマを閉じ込める真空容器の容器壁や複雑な構造体を入れる場合には, その設定が非常に煩雑になり, 新しい構造物などを利用する場合には, 初期設定に膨大な時間が必要となる。オリジナルコードは大学や研究機関が計算資産を継承したり改善したりしているが, 研究者などにより技術の着実な継承や, 問題点の引継ぎなどが必ずしもなされている訳ではない。場合によっては, 再び開発をし直す方が早い場合も出てくる。オリジナルコードは実験との比較研究が進み, 新しい物理モデルを追加する際には自由度が高く非常に便利であるが, 計算資源の保守に関し

て, 資金的にも人材的にも厳しいことが重大な懸念事項として常に付きまとっている。

計算手法として有限要素法 (FEM) と Fourier 法に関して記載したが, これは現実モデルを入力しやすい FEM と, プラズマ中の波動現象をモデル化しやすい Fourier 法に分けることが出来る。物理モデル化に関して, Fourier 法が万能というわけではなく, 空間を表現するために多数の波数展開が必要であるため, 局所的な非一様分布が存在するモデルに弱く, グローバルな情報の取り扱いになってしまう。つまり, Fourier 法は周期性を考慮して波動-粒子相互作用を簡便なモデルとして取り扱うことができる反面, 非一様な条件だと局所性を入れ込むために, Fourier 展開する次数を大幅に増やす必要があるため注意が必要である。

計算モデルに関して, 対象とする物理現象の時間スケールによって定常モデル, 時間応答モデルがあるが, 近年の商用計算コードでは相補的にお互いの弱点を克服できるような工夫がされており, 特徴と違う現象に関する計算もできるが, 計算時間の増加や, 膨大な計算リソースが必要となってくるなどの問題がある。オリジナルコードにおいては主として波動加熱や吸収といった現象を対象としていることが多く, 定常計算に対してベンチマークをとっているため, 定常として分類したが, 時間発展に特化したコードなども存在している。

商用の波動計算コードは電磁解析用のコードとして提供されている。プラズマに波動が吸収される場合は, 電磁波が粒子にエネルギーを吸収されることにより, プラズマ中の粒子の速度分布関数が歪み, プラズマの誘電率が変化することを考慮する必要があるが, そこまでの連携は考慮されていないため, その点を視野に入れた商用化は将来に期待したい。一方, オリジナルコードでは, 上記のような物理描像を, 異なる専用のコード間で計算結果をつなぎ合わせて繰り返すことで, 同時ではないが連携をとった計算が実現されている。

一見, オリジナルコードが非常に優れているように見受けられるが, 多数のモデルへの適用性の速さ, コードの保守性を考えると商用コードも捨てがたく, プラズマモデルのいらない高周波機器に対して, 電磁解析結果を用いた設計などの分野で広く使用されている。プラズマモデルへの拡張性の高さを期待され, 商用コードにおいても波動解析への適用が積極的に進められているが, 現在は波動-粒子相互作用に関するモデルの再現性に関して, オリジナルコードの域に到達していない。現在このような計算を実現する需要が高まっていることから, 商用コードでの実装に関しても遠い将来ではないのかもしれない。

次の章からは, 商用コードを用いた波動電磁界解析に関する簡単な例題や, 機器開発について紹介が行われる。また商用コードを用いて, プラズマを含めた電磁解析に対する試みについて紹介が行われる。それらを通じて, 商用コードとオリジナルコードの違いについて肌感覚で理解していただけることだろう。最後にオリジナルコードおよび商用コードに造詣の深い著者が現在開発している

Petra-M [3] と呼ばれる汎用コード（オリジナルコードであるが、汎用的な計算機で稼働できるコード）について紹介していただく。現在オリジナルコードを作成している動機や問題点に関して紹介していただく予定である。この小特集を通して、電磁波解析の商用コードとオリジナルコードに関する問題点や可能性、現在の研究を加速するために、どのように使うのが有効かなど理解していただき、核融合プラズマにおける高周波加熱や、波動物理現象の詳細な理解につながることを期待する。

### 参 考 文 献

- [1] J. Hillairet *et al.*, Fusion Eng. Des. **146**, B, 1473 (2019).
- [2] F. Louche *et al.*, EPJ Web of Conf. **157**, 03031 (2017).
- [3] COMSOL Multiphysics® v. 6.2. www.comsol.com. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- [4] M. Brambilla, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, 1 (1999).
- [5] E.F. Jaeger *et al.*, Nucl. Fusion **46**, S397 (2006).
- [6] A. Fukuyama *et al.*, Proc. 20th IAEA Fusion Energy Conf., (Villamoura, Portugal, 2004) IAEA-CSP-25/CD/TH/P2-3.
- [7] L.-G. Eriksson *et al.*, Nucl. Fusion **33**, 1037 (1993).
- [8] S. Shiraiwa *et al.*, Nucl. Fusion **63**, 026024 (2023).

## 小特集 商用電磁界シミュレーションコードのプラズマ・核融合分野への応用

# 2. COMSOLでの電磁界シミュレーション

## 2. Electromagnetic Field Simulation in COMSOL Multiphysics

橋口 真宜

HASHIGUCHI Masanori

明治大学, 東京農業大学

(原稿受付: 2024年3月21日)

本章では COMSOL Multiphysics の特徴と利用法を, 核融合プラズマ分野での適用事例を交えながら紹介する. PDE (偏微分方程式) モデリング機能, 電磁界 (低周波から完全マクスウェル方程式による波動), 伝熱, 流体, プラズマ, 構造, 波動光学といった多数の物理モデルが用意されており, 各物理モデル間の自由な多重連成ができる. COMSOL コンパイラで Windows, Mac, Linux 用の実行形式ファイルを作成し, ライセンスフリーのアプリとして配布できる仕組みについても紹介する.

Keywords:

COMSOL multiphysics, GUI operation, app, Maxwell equation, phasor-type, cold plasma, dielectric tensor, RF antenna

### 2.1 はじめに

近年のモノづくりは CAE (Computer-Aided Engineering) の適用が積極的に進められているが, CAE を新規アイデアの創出環境として利用するには, 思いついたアイデアを物理的根拠に基づきながら身近で気軽に自由に試すことのできる数値解析のプラットフォームを構築する必要がある.

本章では, COMSOL Multiphysics [1] (以後, 本ソフトウェア) を, 物理メカニズムを理解しながらモノづくりを実現していこうと志す人達のための共通のプラットフォーム (Platform) であると位置づけて, 前半でその特徴および一般的な利用に便利な道具立てであるアプリ (アプリケーションソフトウェアの略. 特定の目的をもって作られた専用のソフトウェアであり, 本稿では CAE の高度な解析内容を維持しつつ非専門家でも使えるように操作や結果表示をカスタマイズしかつ配布可能としたソフトウェアを指す) や配布機能を含めて紹介する. 本ソフトウェアは本特集号に掲載の記事にあるように核融合プラズマ分野での適用が進んでいる. そこで後半ではプラズマへの適用を目指す読者の理解を助けるために, マルチフィジックス解析 (多重物理連成. 電磁気, 伝熱, 流体といった個別に扱われるフィジックスを複数, 連成して解析し, より自然現象に忠実な解析を実現しようとする解析手法) への適用事例の簡単な紹介と冷たいプラズマの MHz 帯電磁波による加熱モデルを使った GUI (Graphical User Interface) 操作と変数設定などの紹介を行う.

本ソフトウェアで数値解析を始めたい読者は参考図

書 [2] で短時間に GUI 操作を含めた概要をつかめる. マルチフィジックス解析の概要を知るにはマルチフィジックス辞典 [1] や書籍群 [3] がある.

なお, 本章で述べる内容はあくまで著者の私見であり, 著者の所属する組織団体等の考え方を代表するものではないこと, および本稿に記載の会社名・製品名称は, 一般に各社の登録商標または商用であり, 文中での ©, ®, ™ などの表示は省略したことを断わっておく.

### 2.2 COMSOL の歴史と特徴

#### 2.2.1 歴史

COMSOL 社 (COMSOL AB) は Svante Littmark 氏と Farhad Saeidi 氏によって 1986 年にスウェーデンのストックホルムで設立された (コムソルについて [1]). 現在は全世界に 17 のオフィスと代理店ネットワークを持っており, 全世界で 450 人強の従業員を抱えるまでに成長している. Svante Littmark 氏は COMSOL グループの CEO および COMSOL, Inc. (米国, ボストン) の社長兼 CEO である. Farhad Saeidi 氏は COMSOL AB の社長である. 日本の総代理店は計測エンジニアリングシステム株式会社 (東京都千代田区内神田 1-9-5) [4] である. 1998 年に FEMLAB をリリースし, 2005 年に COMSOL Multiphysics へと製品名を変更後, 2014 年には COMSOL Server [5] をリリース, 2018 年に COMSOL Compiler [6] をリリースした. 本稿執筆時点での最新バージョンは 6.2 [7] である.

#### 2.2.2 特徴

本ソフトウェアの注目すべき特徴を, 以下で順次, 紹介

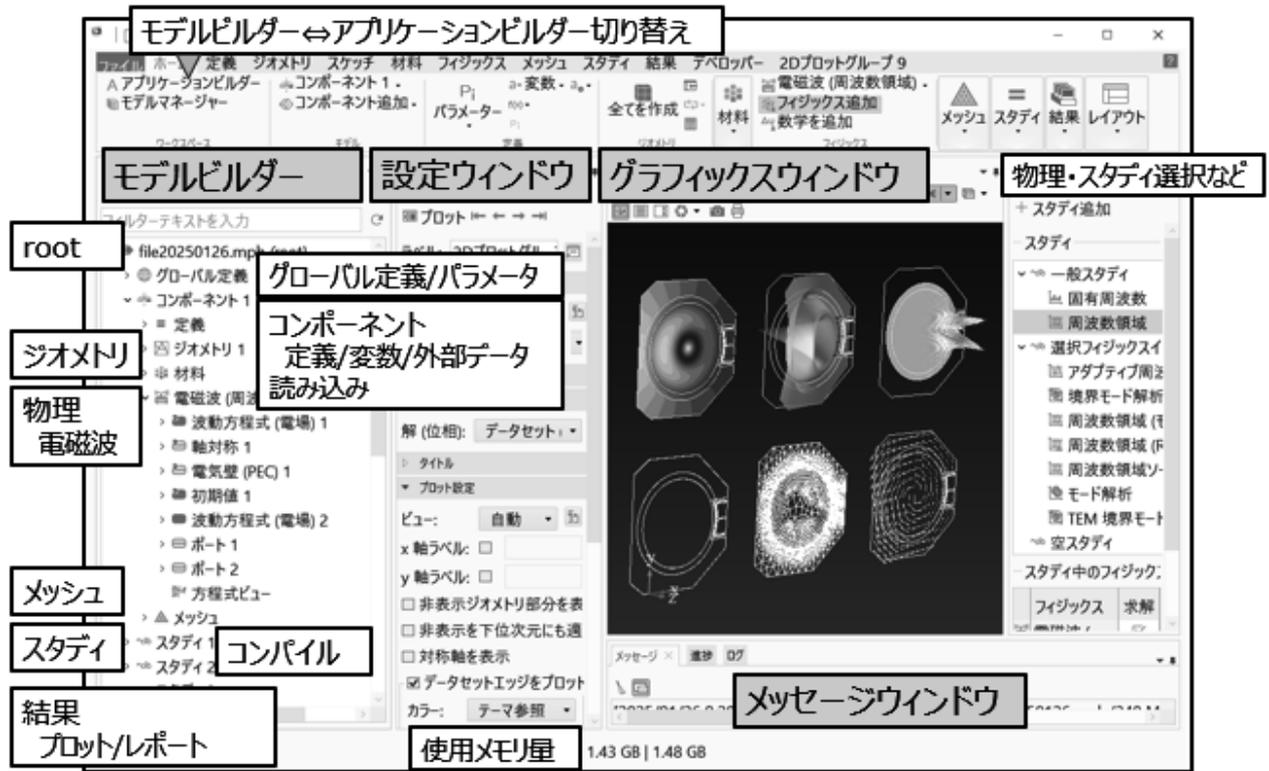


図1 PC画面上でのモデルビルダーの表示例.

する.

以後, COMSOL 特有の事項の説明では, 用語は括弧 (<>) で括り, ソフトウェアの操作手順では⇒によって各操作の関連を示し, ソフトウェアの入力項目へ記述する式表現は括弧 (<●>) で示された●部分を半角英数字で入力するものとする.

(1) 試行錯誤的に自由なモデル開発を進めることができる

本ソフトウェアは, 統合型 GUI 環境 COMSOL Desktop [1] を用意している. これを使ってモデル開発 [8] およびアプリ作成 [9] ができる. モデル開発は図 1 左側に示す <モデルビルダー> を利用する. 本ソフトウェアを立ち上げると, <モデルビルダー> にはプロトタイプが構築される. その内容は, CAE (Computer-Aided Engineering) の区分である”プリ処理”・”ソルバー”・”ポスト処理”の順で構成されている. 本ソフトウェアでは, 図 1 の左側に示しているように, CAE の各項目をユーザーが操作しやすい項目に分けて <ファイル名 (root)>, <グローバル定義>, <コンポーネント>, <材料 (物性値)>, <ジオメトリ (形状作成)>, <物理設定>, <メッシュ>, <スタディ> (ソルバーを複数設定可), <結果> (ポスト処理) という複数の <ノード> によって構成されている. 本ソフトウェアではこれらの <ノード> (図 1 のモデルビルダーに並んでいる各操作単位のことを指す. イメージとしては関数やサブルーチンのようなもの) をモデルビルダー上にツリー状に並べたプロトタイプを <モデルビルダー> の初期設定 (デフォルト設定) として提示する. したがって, ユーザーは自身が実現

したい内容とプロトタイプで提示されている内容とを比較して適宜, 自身の課題を定義する上で不足している <ノード> (例えば境界条件ノード, 式変数などの定義ノードあるいは結果処理のプロットノードなど) を追加していけばよい. 各 <ノード> は移動・複製・削除ができる. 各 <ノード> をマウスで左クリックすると, <設定ウィンドウ> が表示されて, 各種の選択・入力ができる.

本ソフトウェアでは, ユーザーが <モデルビルダー> に設定した内容に基づいて適宜, コンパイル (翻訳) が行われ, 有限要素プログラムを内部で自動的に作成する. 上述のように <ノード> の追加・削除・複製や設定内容のダイナミックな変更が自由に順不同に行えるのはこの機能による. マルチフィジックス解析では専門外の分野を扱うことが多く, プロトタイプから開始してわかることから試行錯誤的にモデルを開発できるのはとても便利である. 専門分野であっても先端的な内容を扱う際には手探りになるので, この機能は注目すべきものである.

本ソフトウェアで開発したモデルはファイルメニューから拡張子 <mph> (マルチフィジックスを意味する) をつけたファイル (例えば plasma.mph) に保存する. 作業の再開は保存したファイルを開けばよい. 名前をつけて保存をする際, mph 以外の Java, m, VBA の各拡張子を選択して保存すれば, 各々に対応した内容を参照できる. Java の例は解説入りで説明されたものがある [10].

(2) 統一の操作感と考え方で GUI 操作ができる

GUI の操作性はモデル開発にとって重要である. 図 2 左図に本ソフトウェアでの GUI 基本操作を示した. プロト

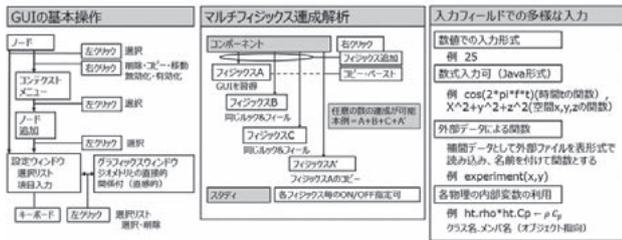


図2 GUI基本操作，複数物理の設定および入力方法。

タイプで構築された〈ノード〉について、あるいはそれに追加・複製した〈ノード〉について、図2左図のように右クリック、左クリックを行う。〈設定ウィンドウ〉ではキーボードを使って数値や式を入力できる。本ソフトウェアは大文字・小文字は区別するため注意が必要である。変数や式は半角英数字を使う。

マルチフィジックス解析を実施する際は、図2中央図に示すように、〈モデルビルダー〉に〈フィジックス A〉、〈フィジックス B〉といった物理に関する〈ノード〉を複数、設定する。各物理の構成は、偏微分方程式・初期値設定・境界値設定（2次元軸対称の場合は軸処理が追加）という点では同じ内容をもつ。伝熱といったところから練習をすれば、専門外の物理であっても基本操作は図2左図と同じような操作感と考え方で進めていけるので、GUI操作にすぐに慣れてしまう。ラーニングセンター [1] でGUI操作を動画で自由に視聴でき、異なる物理でも同じビジュアルと操作感でのGUI操作を確認できる。

**(3) 入力項目を式・変数とした拡張が容易**

入力項目に座標値や物理量の関数を自由に設定できれば、現実に即したモデル開発ができる場面も数多く経験される。図2右図は伝熱問題において、物性値を温度  $T$  の関数として設定する例である。外部に実験で採取したデータがあればそれをモデルビルダーの〈コンポーネント〉⇒〈定義〉に下の〈関数〉⇒〈補間〉を使って本ソフトウェアに読み込み、‘experiment’ といった名前を適当に付けて、図2右図の後半で示すように関数として利用することもできる。

変数のスコープはグローバルとローカルとして区別される。〈グローバル定義〉の〈パラメータ〉に記述する変数はグローバルである。ある領域で積分した量もグローバルである。つまり、個々の座標点によらない量がグローバルである。〈コンポーネント〉の中で定義される変数はローカル変数である。積分は〈コンポーネント〉の〈定義〉のところで〈非ローカルカップリング〉の積分が使える。積分演算子 (integration operator) を〈intop( )〉として定義すれば、温度の積分は温度に対応する変数〈 $T$ 〉を使って〈intop( $T$ )〉とできる。〈intop( )〉の定義域は積分演算子を定義する際に空間、面、辺、点のいずれかを指定できる。

モデルが完成すると計算条件を変更しながら多くのケースを計算しデータを採取し (“設計”のための例えばある部位の寸法値をある範囲にわたって離散的に変更してい

**PDEインターフェースの利用**

解きたい式  $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k \nabla T) + Q$

係数型の例  $e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + \alpha u = f$

**GUI操作例**

①変数の対応

$u \leftarrow T$

②係数の対応付け

$e_a$	0	$\gamma$	0
$d_a$	$\rho \text{ho} \cdot C_p$	$\beta$	0
$c$	$k$	$\alpha$	0
$\alpha$	0	$f$	0

図3 PDE インターフェース；係数形式 PDE の例。

たときの注目する量の変化などを調べて) 設計のための基礎資料を取得するといった段階に移る。この作業は〈スタディ〉に〈パラメトリックスイープ〉をつけて自動化できる。

本ソフトウェアは〈アプリケーションライブラリ〉として様々な物理分野の例題を数多く用意しており、手順書 (pdf ファイル) および編集可能な〈mph〉ファイルが付属している。例題を動かし、各物理の雰囲気をつかんだ後に自身の課題へ拡張するのが良い方法である。

**(4) 任意の数の複数物理の多重連成解析ができる**

本ソフトウェアでは複数物理の多重連成解析においては前述の通り、図2中央図のように〈モデルビルダー〉に〈フィジックス A〉、〈フィジックス B〉、〈フィジックス C〉といった〈ノード〉を必要なだけ並べることができる。連成の数に制限はない。

本ソフトウェアの〈基本モジュール〉には〈数学モジュール〉があり、〈PDE (偏微分方程式) インターフェース〉が利用できる。図3のように、テンプレートが用意されており、ユーザーが考える独自の方程式による数理モデルの構築を支援する。図3に〈係数形式 PDE インターフェース〉の利用例を示す。PDE の各係数を調整することで非定常熱伝導方程式を0から組む例である。

係数形式ではテンプレートに解きたい式の形を書き直すことも必要であるがそのような式の展開が難しい方程式は〈一般型 PDE〉や〈弱形式〉の各インターフェースも利用できる。作成したユーザー独自の数理モデルを〈モデルビルダー〉に追加すれば、既存の物理と自身で設定した新たな数理モデルとの連成もまた可能である。アイデアの試行を行う場合や論文などで新しい数理モデルが提案された際に、すぐにその内容を本ソフトウェアに導入できるという利点につながる機能である。

マルチフィジックス解析を構築する過程では解析の妥当性を検討するためにその過程において一時的に、一部の物理を連成解析から外すことも重要であり、図2中央図に示すように〈スタディ〉ノードで物理ごとの〈オン・オフ機能〉を利用できる。

**(5) 方程式および中間変数を具体的に参照できる**

物理の基礎方程式は、物理に対応する〈ノード〉の〈設定ウィンドウ〉に行き、〈方程式セクション〉を参照する

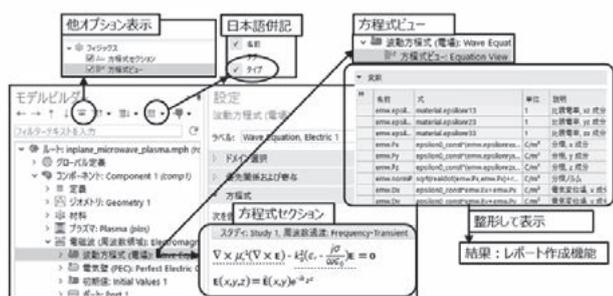


図4 方程式セクションと方程式ビュー；「他オプション」で表示選択。

従属変数	物理の設定ウィンドウで確認できる
T	$\frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow T_t$ $\frac{\partial T}{\partial x} \rightarrow T_x$ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \rightarrow T_{xx}$ $\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \rightarrow T_{xy}$
派生量	a: $3 * T^2 + \exp(-t)$
a	$\frac{\partial a}{\partial t} \rightarrow d(a,t)$ $\frac{\partial a}{\partial x} \rightarrow d(a,x)$ $\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \rightarrow d(d(a,x),x)$ $\frac{\partial^2 a}{\partial x \partial y} \rightarrow d(d(a,x),y)$

図5 従属変数と派生量の微分とCOMSOLでの記法。

ことで図4のように確認できる。GUI操作者の数理的な力をつけ、物理のメカニズムといった本質的な理解力の向上につながる。さらに内部の中間変数を確認するには〈方程式ビュー〉の中を参照(図4)する。この機能は、上記(3)での式表現を検討する場合にも変数・式の記法習得を含めて大変便利である。本ソフトウェアは内部を参照できるので、「市販ソフトウェアは解析の途中がブラックボックスであるので教育に向かない」という指摘は本ソフトウェアには該当しない。〈モデルビルダー〉の〈結果〉ノードの〈レポート作成機能〉によれば、方程式や中間変数を整形した状態で綺麗に表示できる。

(6) ポスト処理は収束計算が得られた後に考えればよい

市販ソフトウェアのカatalogに自身の望む量が含まれていないとがっかりすることがあるかもしれない。しかし、本ソフトウェアはその望む量が、物理モデルで求まる基本量(従属変数と称している)の加減乗除、積分、微分といったもので構築できるものであれば、計算後にその変数を定義し数値を求めたり分布をグラフィックスウィンドウで調べることができる。例えば、伝熱で温度Tが従属変数である場合、図5のように温度に対応する式変数〈T〉およびその派生量〈a〉の微分を簡単に算出できる。積分も〈結果〉ノードで設定できる。数時間を要する計算を実施した後に、〈コンポーネント〉の〈変数〉の箇所ですべて〈非ローカルカップリング〉を使った式を設定し評価することもできる。それらを設定後、〈スタディ〉で〈解の更新〉を選択すれば長時間の再計算をすることなく追加した量のポスト処理を実施できる。したがって、後のポスト処理はあまり心配せずにモデルの完成に注力すればよい。

(7) 評価環境を変えずに計算精度の確認ができる

計算精度の確認は研究者・実務者の必須事項である。通常は、例えば有限要素解析で計算結果を出したとしても、事後の確認作業はエクセルなどの差分計算で行うことが考

えられる。しかしながら、微分演算を含む場合にはこのような方法は正確な確認方法とは言えない。

本ソフトウェアでは、計算精度の確認もポスト処理の一環として行える。数値解を得た環境の中で確認作業が行えるところも注目したい。

熱伝導方程式を例に挙げると  $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (-k \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (-k \frac{\partial T}{\partial y}) - Q$  という物理方程式は、本ソフトウェアでは  $\langle ht.rho * ht.Cp * T_t + (d(-k * T_x, x) + d(-k * T_y, y)) - Q \rangle$  という形式で記述(簡略化して説明している。熱伝導率kがテンソルの場合には〈方程式ビュー〉や〈結果〉ノードの〈プロットグループ〉の変数を参照しテンソル成分を表す変数名を使って記述する。)した式をポスト処理の式入力項目に記述して評価すれば、残差  $\langle ht.rho * ht.Cp * T_t + (d(-k * T_x, x) + d(-k * T_y, y)) - Q \rangle$  の評価値が0からどれだけの差異を持つかの空間分布を表示できる。本ソフトウェアでは残差(residual)を意味する変数〈res〉が用意されている。

系のエネルギー収支をチェックする場合、境界での流束(Flux)を算出する必要がある。境界での数値微分は差分では片側差分計算になり、通常、流束の正確な算出は困難である。本ソフトウェアでは〈ラグランジュ乗数〉を同時に算出(流束も未知数として含めて計算によって算出)することで流束を物理的に正しく算出できる。

(8) 本ソフトウェアの動作環境

本ソフトウェアの動作環境[1]の概要を示す。64ビットOS(オペレーティングシステム Windows, macOS, Linux)下で稼働する。ノートPC, デスクトップPCからスーパーコンピュータ(東京工業大学TSUBAMEや海洋開発研究機構など)を利用できる。

筆者はPCを使っており、OSは64ビットWindowsである。モデル開発はCPUクロック周波数1.6GHz、実装メモリ16GBのノートPCを使う。メモリを多く必要とする計算や長時間かかる計算はCPUクロック周波数3.7GHz、実装メモリ128GBのデスクトップPCで走らせている。

どのPCが適しているか、CPUコア数(マルチコアでは自動並列処理を利用可)、実装メモリはどの程度必要か、またグラフィックスカードとの相性などを検討するには例題による動作確認が望ましい。無料トライアルライセンス[4]を入手して導入候補とする複数のPCで試するのが良い。

(9) アプリのWeb配信と実行形式の配布ができる

〈COMSOL Desktop〉の〈アプリケーションビルダー〉で〈アプリ〉を作成すれば、〈COMSOL Server〉(ソフトウェア)[5]を利用してWeb形式で配信できる。この形式では計算はサーバー計算機上で実行される。したがって、多くのユーザーがWeb接続された安価なグラフィック携帯端末を使って計算結果の確認や条件変更と再計算の実行に参加できる。一方で同時利用のユーザー数が増えればサーバー機の計算負荷が高くなることに注意が必要である。

〈COMSOL Compiler〉[6]を利用すれば、アプリをコン

パイル（OSを指定してボタンをクリックするのみ）でできる。作成された実行形式ファイル（拡張子はexe, tar, sh）はライセンスフリーで配布できる。多くの人達が国際協力をする核融合プラズマ分野に適した機能であろう。アプリの実行形式ファイルを試してみたい読者は、平野 [11], 村松 [12] から無料で自由にダウンロードできるのでぜひ使ってみてほしい。

### (10) 装置の各部を多面的に検討できる

核融合炉設計においては多面的な検討が必須である。本ソフトウェアの特徴を活かして、超電導コイル、RF波による波動解析、ローレンツ力による構造体の変形、波動光学、荷電粒子追跡、伝熱、といった解析が行われている [13–16]。プラズマの素反応を組み込んだ低温反応性プラズマのマイクロ波加熱の解析例は標準的な例題が提供されている [17]。

### (11) 本ソフトウェアの適用範囲

本ソフトウェアは基本モジュールと専門モジュールから構成されており、各モジュールの適用範囲はモジュール毎に製品紹介 [1] がある。各モジュールで利用可能なインターフェースを検討するには、仕様一覧 [1] が便利である。

実際の適用例は、〈アプリケーションギャラリー〉、〈ユーザー事例集〉、〈COMSOL ブログ〉などがある [1]。一方で、定量的な適用範囲は既存の学術論文なども併せて総合的に判断していく必要があるのは言うまでもない。

## 2.3 核融合プラズマ波動解析への超速入門

それでは、本ソフトウェアを冷たいプラズマ（Cold Plasma）と MHz 帯電磁波の入射に適用する際の GUI 操作や設定を見ていく。

計算規模を抑えるため、2次元軸対称性を仮定するとともに、プラズマ化学種の素反応は解かずに誘電テンソルを利用することとした。本小特集の委員から提示された単純トカマク形状および磁場の平衡磁場 [18] を使って、本ソフトウェアの利用方法を紹介する。

### 2.3.1 基礎事項

#### (1) マックスウェル方程式と粒子の運動

デカルト座標系  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  におけるマックスウェル方程式はハミルトン演算子  $\nabla_{\mathbf{x}} := \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  を使うことで次のように記述される。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\mathbf{J} = \sum_j n_j q_j \mathbf{v}_j \quad (3)$$

$$m_j \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} = q_j (\mathbf{E} + \mathbf{v}_j \times \mathbf{B}_0) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{E}$  と  $\mathbf{H}$  は電場と磁場、 $\mathbf{D}$  と  $\mathbf{B}$  は電束密度と磁束密度、 $\mathbf{B}_0$  はトロイダル方向磁束密度である。比誘電率  $\varepsilon_r$  は、通常はスカラーであるが、核融合プラズマのモデル化では荷電粒子が分極し電磁場の波動の影響を受けるために、式 (3) と式 (4) から導出される誘電テンソルの形になる。一方、比透磁率  $\mu_r$  は、値 1 のスカラーとした。

## (2) 誘電テンソル

本ソフトウェアでは周波数領域での式表現を導出する際にフェーザ形式（電気工学形式： $e^{i\omega t}$ ）を使っており、時間微分項は  $\frac{d}{dt} \rightarrow i\omega \cdot$  と変換されることに注意する必要がある。

誘電テンソル  $\varepsilon$  は Stix [19] の記法をつかうのが通常であるが、Kohno [20] によるテンソル表記が便利である。背景磁場方向の単位ベクトルを  $\mathbf{b} = \mathbf{B}_0 / |\mathbf{B}_0|$  としたとき、

$$\varepsilon = (I - \mathbf{b}\mathbf{b})\varepsilon_{\perp} + \mathbf{b}\mathbf{b}\varepsilon_{\parallel} - i\mathbf{b} \times I\varepsilon_{\times} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{\perp} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 (\omega + i\nu_s)}{\omega \{ (\omega + i\nu_s)^2 - \Omega_j^2 \}} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega (\omega + i\nu_s)} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\times} = \sum_j \frac{\omega_{pj}^2 \Omega_j}{\omega \{ (\omega + i\nu_s)^2 - \Omega_j^2 \}} \quad (8)$$

ただし、式 (5) で  $I$  は単位行列、 $\mathbf{b}\mathbf{b}$  は 2 項積（ディアド積）である。式 (5) の成分表示は Kohno [20]（文献中 (2.14) 式）を参照されたい。フェーザ形式により、式 (5) の右辺第 3 項に負号をつけた。冷たいプラズマの衝突ダンピング項  $\nu_s$  は  $0.001 \omega$  とした [18]。

後述（図 8 左図）の理由から  $\mathbf{b} = (0, 1, 0)$  とすると、誘電テンソルは次のようになる。

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & -i\varepsilon_{\times} \\ 0 & \varepsilon_{\parallel} & 0 \\ i\varepsilon_{\times} & 0 & \varepsilon_{\perp} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$j$  種粒子のプラズマ周波数は式 (10) である。

$$\omega_{pj} = \sqrt{\frac{n_{j0} q_j^2}{\varepsilon_0 m_j}} \quad (10)$$

サイクロトロン周波数は式 (11)、角周波数は式 (12) である。

$$\Omega_j = \frac{q_j B_0}{m_j} \quad (11)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (12)$$

宮本 [21]（文献中式 (10.8)）は式 (11) の右辺に負号をつけたものになっているが、ここでは式 (7) の右辺に負号をつけているので、式 (11) においてはイオンの場合を正としている。

#### (3) 座標変換

デカルト座標系  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  から任意の座標系  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  への座標変換を行うことを考え、次式で定義される座標変換に関する変換行列  $A$  を導入する。

$$A := \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \quad (13)$$

このとき、誘電テンソルは次式によって変換される。

$$\hat{\varepsilon} = \frac{A \varepsilon A^T}{\det(A)} \quad (14)$$

2次元軸対称の表現式を得るために、デカルト座標系から円



図6 モデル開発のフロー；周波数領域での実装手順を示す。本ソフトウェアは時間領域での解析も可能であり非線形問題にも適用できる。

柱座標系への変換  $(r, \theta, z) = (\sqrt{x^2 + y^2}, \tan^{-1}(\frac{y}{x}), z)$  を考えると、

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\frac{1}{r} \sin \theta & \frac{1}{r} \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

になる。このとき、 $A$  の行列式  $\det(A)$  は  $1/r$  となる。

式(9)に式(14)の変換を施した後の誘電テンソルは、2次元軸対称問題としたトロイダル角位置 ( $\theta = 0$  [rad]) を考慮して、次式となる。

$$\hat{\epsilon} = \begin{bmatrix} r\epsilon_{\perp} & 0 & -ir\epsilon_x \\ 0 & \frac{1}{r}\epsilon_{\parallel} & 0 \\ ir\epsilon_x & 0 & r\epsilon_{\perp} \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 2.3.2 MHz帯電磁波によるプラズマ加熱への利用例

解析領域はトロイダル角 ( $\theta = 0$  rad) で切断したポロイダル面（後述の図8左図）とする。プラズマの加熱方式は高周波の波動入射方式とし、反応炉外壁内側近傍に設置したアンテナから放射されるとする。温度場の計算はしていない。反応炉のポロイダル断面形状とアンテナ形状は外部で作成したDXF (Drawing Exchange Format. CADソフトで作成した図面データを保存するファイル形式) データで与えられ、定常の外部磁場はポロイダル面内の空間座標に関する数値データとして与えられる [18]。具体的な計算条件の設定においては [18] および文献 [22] を適宜、参照した。なお、本ソフトウェアはより一般的なCADデータの読み込みも可能である。

#### (1) 本ソフトウェアの2次元軸対称としての立ち上げ

本ソフトウェアへの実装フローは図6に示すとおりである。

以下で、各項目について見ていく。

COMSOL Multiphysics (Ver.6.2) を起動する (Windowsではスタートメニューから、あるいはPC画面上のアイコンをダブルクリック)。〈ファイル〉メニュー⇒〈新規〉⇒〈モデルウィザード〉⇒〈空間次元選択〉⇒〈2D軸対称〉⇒〈フィジックス選択〉⇒〈高周波：電磁波（周波数領域）〉⇒

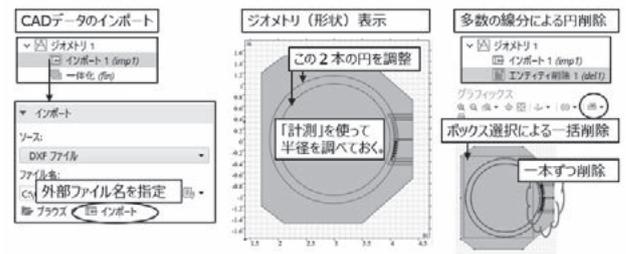


図7 外部CADデータの読み込みと修正の例。

〈追加〉ボタン⇒〈→スタディ〉ボタン⇒〈一般スタディ〉⇒〈周波数領域〉と進み、最後に〈完了〉ボタンをクリックすると、〈モデルビルダー〉にプロトタイプが構築される。

#### (2) 外部CADデータの読み込み

続いて、〈ジオメトリ〉(図6)ノードの設定に進む。図7左側にCADデータの〈インポート〉(読み込み)方法を示す。〈モデルビルダー〉の〈ジオメトリ〉ノードを右クリックし、〈インポート〉を選択し、〈設定ウィンドウ〉で〈ソース〉に〈DXFファイル〉を選択し、外部CADデータのファイル名を指定して〈インポート〉をする。読み込んだ形状は図7の中央に示す。今回利用したDXFは円の構成点を多数含んでおり、COMSOL側では2点毎の複数線分として認識されてしまい、境界条件の設定とメッシュ調整の際に手間がかかる原因となった。そこで、前処理として、〈エンティティ削除〉を使い、〈円〉を構成する線分を削除した。図7右側に示すように、〈ボックス選択〉した範囲に含まれる線分を一括削除した。〈ボックス〉で囲めない部分は1個ずつ線分を削除していくことになる。〈円〉の半径は〈計測〉機能を使ってあらかじめ調べておき、〈円〉をCOMSOL側で改めて作成したが、多数の線分で構成されていた〈円〉を4つの円弧で表現できた。

#### (3) 外部データの読み込みと利用法

誘電テンソルを計算するには外部磁場  $B_0$  (式(11))が必要である。〈モデルビルダー〉の〈コンポーネント〉(図6)の下に〈定義〉があり、それを右クリックすると〈関数〉⇒〈補間関数〉が利用でき、異なるメッシュ系で作成した外部データでも開発モデルのメッシュ上に補間される。

今回は外部磁場のデータ(名前をDATAとする。複数の変数が含まれている。図8右上図参照。)を読み込む。〈モデルビルダー〉は2次元軸対称の物理モデルを開発する設定である。図8左図に座標関係を示す。したがって、トロイダル軸に沿う〈Bphi〉をトカマク断面内で利用できるようにDATAを読み込むには、〈補間関数〉で  $(r, z)$  という〈引数の数〉を2個使うことを宣言し、DATAファイル中の「ファイル中の位置」は〈Bphiの列数〉-〈引数の数〉=3を指定し、〈Bphi\_ex〉という名前の関数にした。読み込みの妥当性は図9のように確認した。

#### (4) 高周波：電磁波（周波数領域）の設定

グローバルスコープをもつ各種パラメータを図10で、座標に依存する誘電テンソルを含む変数群は図11で定義している。

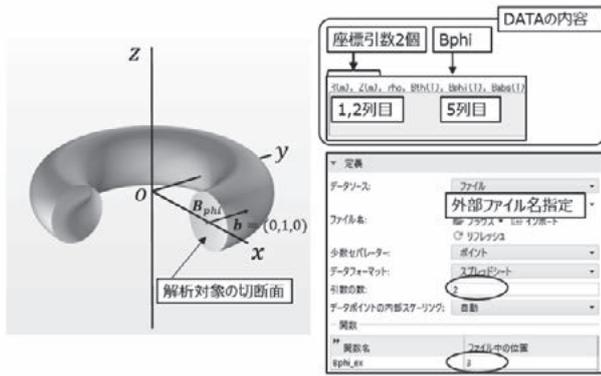


図8 座標と外部データの関係。

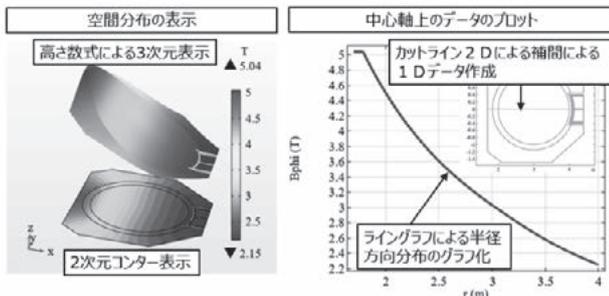


図9 Bphi\_ex(r,z) の分布; 空間分布 (左図) と中心を通る動径方向 1次元グラフ (右図), 文字のフォント・サイズは root で変更可。

名前	式	値
freq0	50[MHz]	5E7 Hz
omg	2*pi*freq0	3.1416E8 Hz
Ein	20[kV/cm]	2E6 V/m
lamda0	c_const/freq0	5.9958 m
eps0	epsilon0_const	8.8542E-12 F/m
m_e	me_const	9.1094E-31 kg
m_H	1*mp_const + 0*mn_const + 1*me_const	1.6735E-27 kg
m_He	2*mp_const + 2*mn_const + 0*me_const	6.6951E-27 kg
m_D	1*mp_const + 1*mn_const + 0*me_const	3.3475E-27 kg
q_e	e_const	1.6022E-19 C
q_H	e_const	1.6022E-19 C
q_He	2*e_const	3.2044E-19 C
q_D	e_const	1.6022E-19 C
ne	1.7e19[1/m^3]	1.7E19 1/m <sup>3</sup>
nH	0.02*ne/(0.2 + 0.15*2 + 0.83)	2.5564E17 1/m <sup>3</sup>
nHe	0.15*ne/(0.2 + 0.15*2 + 0.83)	1.9173E18 1/m <sup>3</sup>
nD	0.83*ne/(0.2 + 0.15*2 + 0.83)	1.0609E19 1/m <sup>3</sup>
omgp_e	sqrt(ne*q_e^2/(eps0*m_e))	2.326E11 1/s
omgp_H	sqrt(nH*q_H^2/(eps0*m_H))	6.6548E8 1/s
omgp_He	sqrt(nHe*q_He^2/(eps0*m_He))	1.8224E9 1/s
omgp_D	sqrt(nD*q_D^2/(eps0*m_D))	3.0312E9 1/s
nu_e	0.001*omg	3.1416E5 Hz
nu_H	nu_e	3.1416E5 Hz
nu_He	nu_e	3.1416E5 Hz
nu_D	nu_e	3.1416E5 Hz
sw	-1	-1

図10 周波数ほかのパラメータの設定例。

名前	式
Bo	sw*Bphi_ex(r, z)
Omg_e	-q_e*Bo/m_e
Omg_H	q_H*Bo/m_H
Omg_He	q_He*Bo/m_He
Omg_D	q_D*Bo/m_D
omg_nu_e	omg + i*nu_e
omg_nu_H	omg + i*nu_H
omg_nu_He	omg + i*nu_He
omg_nu_D	omg + i*nu_D
b_e	(omg_nu_e)^2 - Omg_e^2
b_H	(omg_nu_H)^2 - Omg_H^2
b_He	(omg_nu_He)^2 - Omg_He^2
b_D	(omg_nu_D)^2 - Omg_D^2
eps_vert	1 - 1/(1*omg)* (omgp_e^2*omg_nu_e/b_e+omgp_H^2*omg_nu_H/b_H + omgp_He^2*omg_nu_He/b_He+omgp_D^2*omg_nu_D/b_D)
eps_para	1 - 1/(1*omg)* (omgp_e^2/omg_nu_e+omgp_H^2/omg_nu_H + omgp_He^2/omg_nu_He+omgp_D^2/omg_nu_D)
eps_cross	1/(1*omg)* (omgp_e^2*Omg_e/b_e+omgp_H^2*Omg_H/b_H + omgp_He^2*Omg_He/b_He+omgp_e^2*Omg_D/b_D)
e11	r*eps_vert
e12	0
e13	-i*r*eps_cross
e21	0
e22	1/r*eps_para
e23	0
e31	i*r*eps_cross

図11 「コンポーネント」「定義」「変数」での設定例。

プラズマ化学種は、電子、H、He、D (重水素) とし、各粒子の数密度は電気的中性条件を満たすように決めた [18]。図10では物理定数が〈物理定数\_const〉の形式 (例えば光の速度であれば〈c\_const〉, 真空の誘電率であれば〈epsilon0\_const〉) といった具合) で使われている。

さらに、〈コンポーネント〉⇒〈定義〉を右クリックして〈変数〉を追加 (図6) し、Boをそれに対応する式変数である〈Bphi\_ex(r,z)〉で設定した (図11第1行)。

図10および図11は〈結果〉⇒〈レポート〉機能での出力結果を示した。変数を確認する際、式の長さが長い場合には〈方程式ビュー〉よりも図11で示されている通り、〈レポート〉による出力結果のほうが整形されていて読みやすい。

続いて、図12のように、トカマク内部を電磁波解析 (図6) の対象に選択する。この時、トカマク外壁は「電気壁」に自動設定される。波動方程式ノードを追加 (図6) して〈誘電テンソル〉を〈ユーザー定義〉にて設定する。最後にアンテナに該当する箇所には〈ポート〉を設定し、〈波源と出力〉に1Wを入力する (単位を付ける場合は1[W]と記述)。

(5) 有限要素メッシュの生成法

メッシュの作成 (図6) を行う。アンテナからの周波数

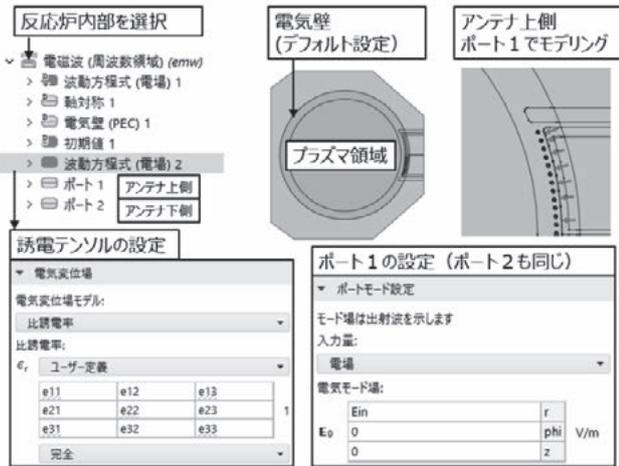


図 12 誘電テンソルおよびポートの設定例。

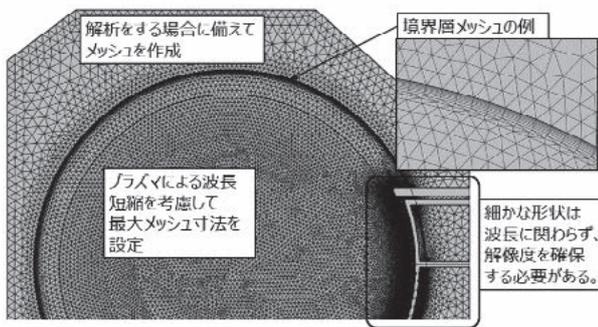


図 13 複雑形状を含む波動解析領域のメッシュ作成例。

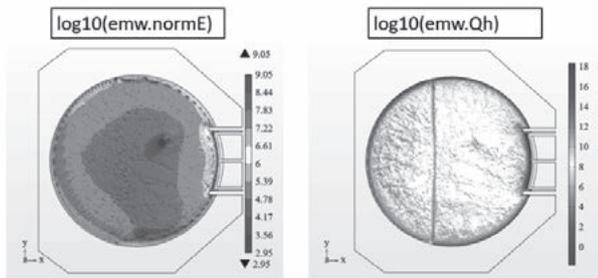


図 14 電場と吸収エネルギー分布の可視化例：左図は電場ノルム、右図はエネルギー吸収量でいずれも対数表示。アンテナは 50MHz とし、出力 1W (エネルギー吸収パターンをのみの観察が目的) で放射。

を 50 MHz とした解析を行った。2 次の有限要素を利用するので、比誘電率の実部の最大値  $\epsilon_{r \max}$  を調べた後、プラズマ領域の最大メッシュサイズは、真空の波長  $\lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{r \max}}$  として波長短縮効果を考慮し、かつそれを 6 で割った数値を超えないようにした。

メッシュは三角要素を使った。トカマク外壁には境界層メッシュを適用することもできる。図 13 に作成例を示す。

(6) スタディとポスト処理

〈スタディ〉(図 6) とポスト処理について見ていく。

すでに〈グローバル定義〉⇒〈パラメータ〉で定義した〈freq0〉を〈スタディ〉⇒〈周波数解析〉の周波数として設定し、〈計算〉を実行する。周波数を 50MHz にし

た場合の結果を図 14 に示す。プラズマ領域にある内円は削除して解析を行った。電磁波の〈識別子〉(オブジェクト指向プログラミングのクラス名に対応) は〈emw〉(electromagnetic waves, frequency domain interface の意味) であり、オブジェクト指向の記法によって、電場の時間平均値〈emw.normE〉を左に、エネルギー吸収量〈emw.Qrh〉を右に対数表示 (log10( ) を利用) した。一般的なポスト処理に興味のある読者はラーニングセンター [1] や書籍 [2] を参照されたい。

メッシュの解像度は気になるところである。メッシュの解像度が不足している場合には場にメッシュの形が浮かび上がってくるなど不自然な結果になる。必要に応じてメッシュの解像度を変更した解析を複数、計算を再度、実行してみる必要がある。本ソフトウェアは数式でメッシュのサイズを指定できるので、〈パラメトリックスイープ〉でメッシュサイズを指定して実行することも良い方法であると考ええる。

2.4 まとめ

本章では汎用のマルチフィジックス解析ソフトウェア COMSOL Multiphysics の MHz 帯電磁波によるプラズマ加熱への利用法を紹介した。本ソフトウェアは、偏微分方程式の初期値・境界値問題の数値解を有限要素法で求めるにとどまらず、それを〈アプリ〉にして配信・配布できる「誰でも・いつでも・どこでも」利用できる解析環境を提供している。本ソフトウェアを利用していく中で、理論、実験、計算の連携がより明確な形で進展するであろう。本ソフトウェアは無料トライアル [4] を利用できる。本ソフトウェアを使うにあたっての考え方や利用上知っておくと便利な項目について興味ある読者は参考図書 [2] をご覧いただきたい。PDE の解法など多くの例題があるので短期間に利用法を体得できる。〈アプリ〉を作成しオープンイノベーションに取り組んでいこうといった考えをお持ちの方はチュートリアル [23] で汎用性のある作成法や、各界の研究者によるアプリ事例 [24] を紹介しているのでぜひ参考にしていただきたい。この機会に次世代の取り組みを開始したいところである。

本章をまとめるにあたり、核融合科学研究所の笠原寛史先生、關良輔先生には貴重な情報提供および設定などの修正箇所のご指摘をいただきましたことをここに記して謝意を表します。

参考文献

[1] COMSOL Multiphysics, <https://www.comsol.jp/> (HP 下部：製品概要, 製品仕様一覧, 動作環境, モデル&アプリ, 製品デモビデオ, ユーザー事例集, ペーパーとリサーチ, 書籍, ラーニングセンター, COMSOL ブログ, マルチフィジックス辞典, COMSOL カンファレンス, ドキュメンテーション, COMSOL について, など) (2024.2.29 参照)  
 [2] 橋口真直, 米大海: COMSOL Multiphysics で楽しく習

- 得する科学技術シミュレーション (マルチフィジックス有限要素解析シリーズ第7巻) (近代科学社, 2024).
- [3] 特集マルチフィジックス有限要素解析, 近代科学社 Digital, <https://www.kindai.kagaku.co.jp/feature/detail/index.php?id=60> (2024 3.3 参照)
- [4] 計測エンジニアリングシステム株式会社, <https://kesco.co.jp/> (2024 2.29 参照); トライアル発行 <https://kesco.co.jp/trial/> (2024 3.6 参照)
- [5] COMSOL Server, <https://www.comsol.jp/comsol-server> (2024 2.29 参照)
- [6] COMSOL Compiler, <https://www.comsol.jp/comsol-compiler> (2024 2.29 参照)
- [7] COMSOL Multiphysics 6.2 リリースハイライト, <https://www.comsol.jp/release/6.2>
- [8] 橋口真宜: COMSOL Multiphysics による計算科学工学—新しいプラットフォーム (1)—, 計算工学会誌, [https://www.jscs.org/activity/journal/web\\_vol22\\_no2\\_hashiguchi.pdf](https://www.jscs.org/activity/journal/web_vol22_no2_hashiguchi.pdf) (2024 2.29 参照)
- [9] M. Hashiguchi, D. Mi, Education and Business Style Innovation by App Created with the COMSOL Multiphysics Software, <https://www.comsol.jp/paper/education-and-business-style-innovation-by-apps-created-with-the-comsol-multiply-66441> (2024 2.29 参照)
- [10] 野原 勉: エンジニアのための有限要素解析 (培風館, 2016).
- [11] 平野拓一: RFIC 設計ツール, [http://www.takuichi.net/em\\_analysis/rf\\_ic/index.html](http://www.takuichi.net/em_analysis/rf_ic/index.html) (2024 3.3 参照)
- [12] 村松良樹: 数値解析アプリ, <https://nodaiweb.university.jp/comsol-app/> (2024 3.3 参照)
- [13] Dan Brunner, Designing a Nuclear Fusion Reactor Using Comsol Multiphysics, <https://www.comsol.jp/video/keynote-designing-a-fusion-reactor-using-comsol-multiphysics> (2024 3.4 参照)
- [14] Cornwell Lau, Diagnostic Models for Nuclear Fusion, <https://www.comsol.jp/video/keynote-diagnostic-models-for-nuclear-fusion> (2024 3.4 参照)
- [15] Bjorn Zaar, Modeling RF Heating of Hydrogen Plasmas for Nuclear Fusion, <https://www.comsol.jp/video/keynote-modeling-rf-heating-of-hydrogen-plasmas-for-nuclear-fusion> (2024 3.4 参照)
- [16] Humberto Torreblanca, Testing and Development of RF Components for ITER, <https://www.comsol.jp/video/keynote-testing-and-development-of-rf-components-for-iter> (2024 3.4 参照)
- [17] In-Plane microwave plasma, <https://www.comsol.jp/model/in-plane-microwave-plasma-8664> (2024 3.5 参照)
- [18] 核融合科学研究所 笠原寛史・關良輔の両先生との私信 (2024 1.26–3.18).
- [19] T.H. スティックス著, 田中茂利・長照二共訳: プラズマの波動 (上) (吉岡書店, 1996).
- [20] H. Kohno, Numerical Analysis of Radio-Frequency Sheath-Plasma Interactions in the Ion Cyclotron Range of Frequencies, Ph. D thesis, MIT (2011).
- [21] 宮本健郎: 核融合のためのプラズマ物理 (改訂版) (岩波書店, 2015).
- [22] H. Kasahara *et al.*, Plasma Fusion Res. **18**, 2402065 (2023).
- [23] 橋口真宜: チュートリアル「COMSOL 数値解析アプリ」, 計算工学 **29**, 24 (2024).
- [24] 米大海 他: 「特集 超スマート社会におけるアプリによる新しい CAE 解析環境」, 計算工学 **29**, 7 (2024).

## 小特集 商用電磁界シミュレーションコードのプラズマ・核融合分野への応用

# 3. COMSOL を利用したマイクロ波部品設計

## 3. Application of Engineering Design for Microwave with COMSOL

矢内 亮馬

YANAI Ryoma

核融合科学研究所

(原稿受付：2024 年 4 月 1 日)

磁場閉じ込め核融合プラズマの電子サイクロトロン加熱には高出力マイクロ波が利用されており、導波管伝送の場合に、マイクロ波の検出にはマイターバンドに設置された方向性結合器型のパワーモニターがよく利用されている。本章では核融合科学研究所に導入された 154 GHz 及び 116 GHz の二つの周波数の高出力発振が可能なジャイロトロン用に、二つの周波数に対応した方向性結合器型パワーモニターを COMSOL Multiphysics® を使用して設計を行った事例について紹介する。

Keywords:

microwave, electron cyclotron resonance heating, power monitor, waveguide, directional coupler, gyrotron

### 3.1 はじめに

プラズマ・核融合分野においてマイクロ波はプラズマ計測と加熱に幅広く使われている。電子サイクロトロン加熱 (ECH) は、電子のサイクロトロン共鳴を利用したプラズマの波動加熱手法であり、磁場閉じ込め核融合プラズマに不可欠な外部加熱手法である。ECH に用いられるメガワット級の出力のマイクロ波は、真空管の一種であるジャイロトロンから発振されており、導波管や準光学伝送によりプラズマを生成する真空容器までパワーを伝送している。

ジャイロトロンから発振されたマイクロ波を導波管により伝送する場合、マイクロ波を計測するために導波管のマイターバンドの反射面部分にはパワーモニターが取り付けられる。パワーモニターには冷却水の温度上昇からパワーの計測を行う方式と方向性結合器により伝達パワーの一部を信号として検出する方式があり [1]、核融合科学研究所では後者のパワーモニターを使用している。最近、核融合科学研究所に 154 GHz と 116 GHz の二つの周波数の高出力マイクロ波の発振が可能なジャイロトロン [2] が導入されたが、既存の方向性結合器型パワーモニターはこれまで主に使用されてきた 154 GHz のマイクロ波の計測に最適化されていたため、116 GHz のマイクロ波に対しては感度が低いという問題が明らかになった。そこで COMSOL Multiphysics® の RF モジュールを用いて、154 GHz 及び 116 GHz の二つの周波数で十分な感度を持つ方向性結合器型のパワーモニターの設計・解析を行った事例 [3] について本章で紹介する。

### 3.2 方向性結合器型パワーモニター

方向性結合器型パワーモニターは、導波管の接続方向を変化させるマイターバンドの反射面に一列に並んだ複数の穴を設け、その穴に結合して主導波管から副導波管側に漏れ出すマイクロ波を外部に取り出す形式のパワーモニターである。パワーモニターの副導波管から取り出されたマイクロ波はダイオードによって検波されるため、温度上昇による手法に比べ、時間応答が早いという特徴がある。図 1 に大口径円形コルゲート導波管の 90 度マイターバンドに取り付けられたパワーモニターの概略図を示す。パワーモニターには一般的に二箇所の出力ポートがあり、マイクロ波の伝播方向によって受信するポートが異なるため、理想的には進行波と反射波を出力ポートによって区別

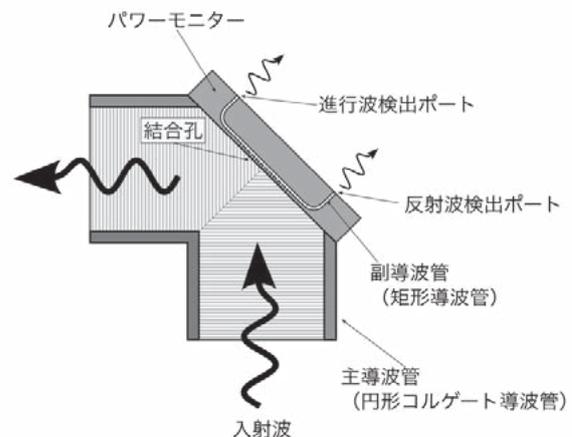


図 1 大電力用方向性結合器型パワーモニターの概略図。

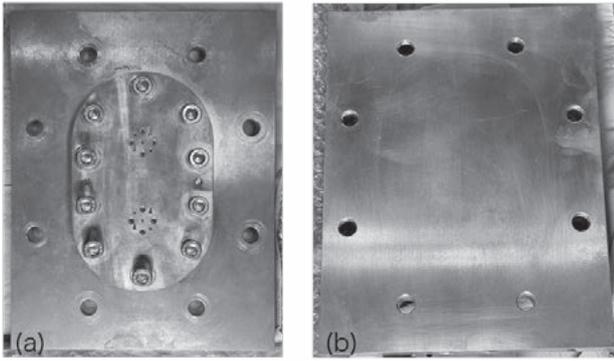


図2 方向性結合器型パワーモニター写真 (a) 進行波及び反射波検出ポート側, (b) 反射面側.

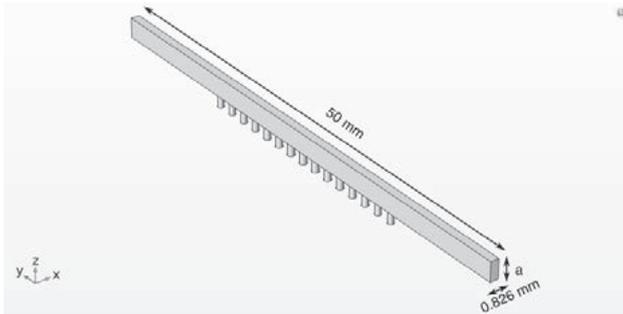


図3 パワーモニターの矩形副導波管部の計算モデル.

して検出することができる. 実際に核融合科学研究所で利用されているパワーモニターを図2に示す. このパワーモニターは内径 88.9 mm の円形コルゲート導波管の 90 度マイターバンドに取り付けられているもので, 長辺 220 mm, 短辺 170 mm の長方形をしており, 材料には無酸素銅を使用している. 二つの矩形導波管に接続するマイクロ波検出用ポートと反射面の中心部に一列に並んだ小さな結合孔が確認できる.

### 3.3 既存パワーモニターの電磁界解析

電磁界解析を行うにあたり, 理想的には主導波管及びマイターバンド, パワーモニター全体を含めて計算を行いたい. しかし, 百数十 GHz の電磁波について COMSOL Multiphysics® を用いて解析を行うとなると, 正確な計算を行うためにはメッシュをかなり細かく設定する必要がある. 例えば, 最大要素サイズを波長の 1/10 とすると, 154 GHz で約 0.19 mm となる. そのため, 全体を計算するには要素数がかかなり大きくなり, それに伴い要求されるメモリも増加し, 計算機の性能によっては計算できない. たとえ計算できた場合でも, 繰り返し種々のパラメータを変化させて, 最適値を探索するにはかなりの時間を要すると考えられる. そこで今回行った解析ではパワーモニターの一部を抜き出し, 結合孔と副導波管部分を図3に示すように簡単なモデルに落とし込むことで, 計算コストの削減を図った. 今回の解析に使用した計算機の最高性能としては, CPU は Intel(R) Xeon(R) Gold 6136, メモリサイズは 1.5 TB であった. 計算モデルの矩形導波管

部は長さ 50 mm, 幅 0.826 mm であり, 15 個の円柱状の結合孔を取り付けている. 結合孔の長さは 1.2 mm, 穴同士の中心の間隔は 1.7 mm, 穴の直径は中央とその両隣の 3 個は 0.76 mm, その外側については 4 個ずつ 0.72 mm, 0.68 mm, 0.64 mm と小さくなるように配置されている. パワーモニターの副導波管に主導波管のパワーを効率よく結合させるためには以下の (1) 式を満たす必要がある [4].

$$\beta_{\text{HE}_{11}} \sin \theta = \beta_{\text{TE}_{10}}, \quad (1)$$

ここで  $\theta$  はマイターバンドの反射面によるマイクロ波の反射角,  $\beta_{\text{HE}_{11}}$  は主導波管内での  $\text{HE}_{11}$  モードの位相定数 [5],  $\beta_{\text{TE}_{10}}$  は副導波管内での  $\text{TE}_{10}$  モードの位相定数であり, 以下の (2), (3) 式でそれぞれ表される.

$$\beta_{\text{HE}_{11}} = k \left[ 1 - \left( \frac{2.405}{kR} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

$$\beta_{\text{TE}_{10}} = \left[ k^2 - \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

ここで,  $k$  は自由空間での波数,  $R$  は円形コルゲート導波管 (主導波管) の半径,  $a$  は矩形導波管 (副導波管) の長辺の長さである. 位相定数は遮断波長  $\lambda_c$  を用いて  $\sqrt{k^2 - (2\pi/\lambda_c)^2}$  で求められ, 矩形導波管中の  $\text{TE}_{10}$  モードでは  $\lambda_c = 2a$  となる [6]. (2) 式から  $kR$  が十分大きい場合,  $\beta_{\text{HE}_{11}} \approx k$  とでき, (1) 式から最適な矩形副導波管の長辺の長さを計算すると 154 GHz の場合は 1.377 mm, 116 GHz の場合は 1.827 mm となる. この矩形副導波管の長辺の長さが進行波 (FW) 検出ポートと反射波 (BW) 検出ポートでの出力に与える影響を明らかにするために,  $a$  をパラメータとして 1.25 mm から 1.95 mm まで 0.01 mm 刻みで変化させ, 副導波管両端の検出ポートからの出力がどのように変化するかを 154 GHz と 116 GHz の二つの周波数について計算を行った. 計算のためのマイクロ波の入力として, モデル下面の 15 個の結合孔を入力ポートとして,  $i$  番目の結合孔の入力パワーと位相をそれぞれ (4), (5) 式のように設定した.

$$P_i = \exp \left( -\frac{x_{ci}^2}{2w^2} \right) \left( \frac{d_i}{d_0} \right)^2, \quad (4)$$

$$\phi_i = \frac{i\beta_{\text{HE}_{11}} x_{ci}}{\sqrt{2}}, \quad (5)$$

ここで  $x_{ci}$ ,  $d_i$  は  $i$  番目の結合孔の副導波管に沿った座標での中心位置と直径,  $d_0$  は中央の結合孔の直径であり 0.76 mm,  $w$  はビーム幅で 25.4 mm とした. 結合孔と矩形副導波管両端の検出ポート以外は完全導体の境界条件を設定している. また, モデルのメッシュサイズは最大要素サイズが自由空間波長の 10 分の 1 になるように設定した.

計算結果の一例として,  $a = 1.38$  mm とした場合の矩形副導波管中心断面上の 154 GHz 及び 116 GHz のマイクロ波電場強度絶対値の空間分布を図4に示す. ここで図4のモデル左端が進行波検出ポート, 右端が反射波検出ポートとなっている. 図4(a)に示すように 154 GHz の電場強度は進行波検出ポート側まで到達する様子が見られるが, 反

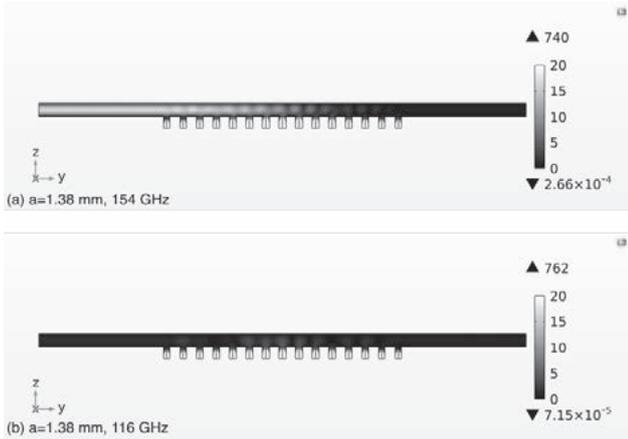


図4 長辺1.38 mmの矩形副導波管モデルにおける導波管中心断面上での (a) 154 GHzのマイクロ波の電場強度の絶対値及び (b) 116 GHzのマイクロ波の電場強度の絶対値の空間分布。

射波検出ポート側には進行波検出ポートに比べて、十分な電場強度が到達せず、進行波側だけに漏れ出したパワーが伝播していることがわかる。つまり進行波検出ポートと反射波検出ポートの利得の比で表される方向性が良いことが確認できる。一方で、図4(b)に示すように116 GHzのマイクロ波の場合は、154 GHzに比べて進行波検出ポートに到達する電場強度が小さいことが確認でき、116 GHzへの感度が低いことがわかる。図5に154 GHz及び116 GHzのマイクロ波の入力に対する、進行波検出ポートと反射波検出ポートでの利得の長辺の長さに対する依存性を示す。それぞれの周波数に最適な長辺の値付近で、進行波検出ポートでの利得が最大となることが確認できる。また、Dバンド(110 GHz-170 GHz)の矩形導波管の標準の長辺の値である1.651 mmにすると116 GHzに比べて154 GHzの利得が小さくなっていくことが確認できる。反射波検出ポートでの利得は、154 GHzの場合は長辺の値の広い範囲で進行波検出ポートより低いが、116 GHzの場合には $a = 1.5 \text{ mm}$ 及び $1.95 \text{ mm}$ 付近で進行波検出ポートの利得とほぼ同じになる。この結果から116 GHzの場合には方向性が大きく悪化してしまう領域が存在することがわかる。

### 3.4 テーパー矩形副導波管パワーモニターの電磁界解析

パワーモニターの矩形副導波管の長辺の長さを変化させることで、検出ポートに到達するマイクロ波のパワーが変化することが確認できた。一方で、各ポートでの利得は周波数による違いも確認でき、複数の周波数に対して最適な長辺の値は一意に決めることは難しいと考えられる。そのため広い周波数領域にわたって、主導波管を伝播するパワーが効率的に副導波管に結合するような構造的な工夫を設ける必要がある。例えば矩形副導波管の形状を変更し、結合孔付近にテーパー構造を設け、長辺の長さを連続的に変化させることで、広い周波数領域に対応できるようになる可能性が考えられる。そこで副導波管にテーパーを付けたパワーモニターの特性を調べるために電磁界解析

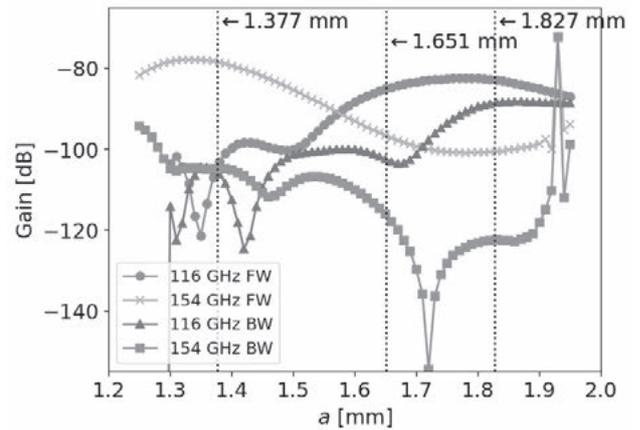


図5 154 GHz及び116 GHzのマイクロ波の進行波(FW)検出ポートと反射波(BW)検出ポートでの利得の矩形副導波管の長辺の長さへの依存性、参考文献[3]のFIG.3を引用。

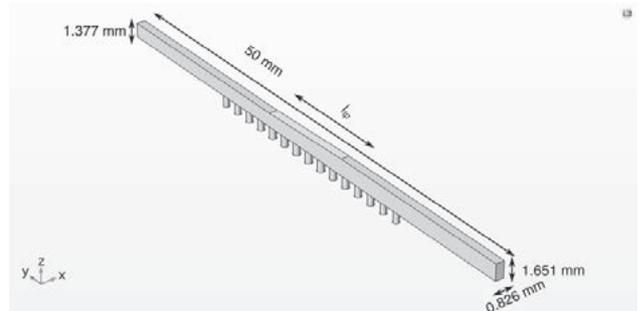


図6 パワーモニターのテーパー矩形副導波管部の計算モデル。

を行った。図6に両端の長辺の長さをそれぞれ1.377 mmと1.651 mmとしたモデルを示す。このモデルを用いて副導波管のテーパー部の長さ $l_{tp}$ の影響を見るために、テーパー長さを0 mmから40 mmまで1 mm刻みで変化させて、検出ポートの利得への影響について解析を行った。この電磁界解析において入力パワーと境界条件は3.3節での解析と同様に設定している。

結果の一例として、 $l_{tp} = 10 \text{ mm}$ とした場合での154 GHzと116 GHzのマイクロ波に対して解析を実施した結果を図7に示す。図4と同様にモデルの左端が進行波検出ポート、右端が反射波検出ポートとして設定してある。副導波管にテーパーを設けることで図4に示した結果と比べて、進行波検出ポートに到達する154 GHzの電場強度はやや低下するが、116 GHzの電場強度はかなり増加している様子が確認できる。この結果から両方の周波数において比較的良い感度を実現できる可能性があることがわかる。

図8に154 GHzと116 GHzの周波数について、進行波検出ポートと反射波検出ポートでの利得の副導波管部のテーパー長さ依存性を示す。進行波検出ポートの利得は154 GHzと116 GHzのどちらの周波数においても、テーパー長さが長くなるとやや低下するが、劇的な影響を与えるわけではないことが確認できる。反射波検出ポートの利得は周波数によって傾向に違いが見られ、154 GHzの場合は $l_{tp} = 5 \text{ mm}$ 辺りまで低下するが、その後上昇



図7 進行波検出ポート側の長辺を 1.651 mm 及び反射波検出ポート側の長辺を 1.377 mm, テーパー長さ 10 mm としたテーパー矩形副導波管モデルにおける導波管中心断面上での (a) 154 GHz のマイクロ波の電場強度の絶対値及び (b) 116 GHz のマイクロ波の電場強度の絶対値の空間分布。

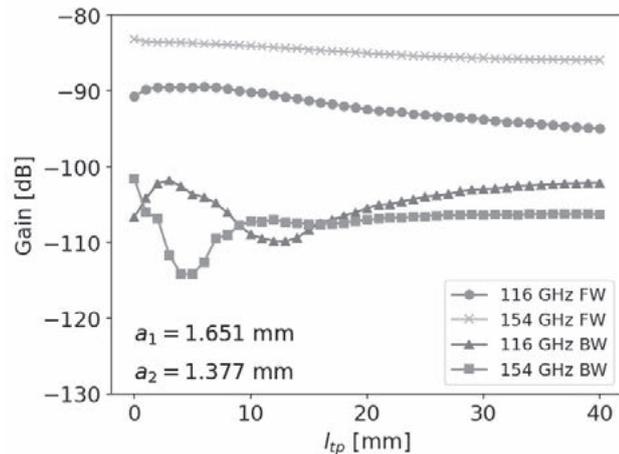


図8 進行波検出ポート側の長辺を 1.651 mm 及び反射波検出ポート側の長辺を 1.377 mm としたテーパー矩形副導波管の進行波 (FW) 検出ポートと反射波 (BW) 検出ポートでの 154 GHz 及び 116 GHz のマイクロ波の利得のテーパー長さへの依存性, 参考文献 [3] の FIG. 5 を引用。

し,  $l_{tp} = 10$  mm 付近からはほとんど変化しない。一方で, 116 GHz の利得は  $l_{tp} = 3$  mm 付近で極大になり, 極小値となる  $l_{tp} = 12$  mm 付近までは減少し, その後は徐々に増加する様子が確認できる。この結果から  $l_{tp} = 10$  mm 付近に設定することで 154 GHz と 116 GHz の両方の周波数で比較的良好な利得と方向性を達成できると考えられる。 $l_{tp} = 10$  mm とした場合の進行波検出ポート及び反射波検出ポートの利得の D バンドの周波数特性について調べた計算結果を図 9 に示す。進行波検出ポートでの利得は, D バンドの低周波数側では低下してしまうが, 全体としては比較的平坦な特性を持つことが確認でき, 154 GHz と 116 GHz の利得の差は 10 dB 以内に収まる結果となっている。反射波検出ポートの利得は 154 GHz 及び 116 GHz において, 進行波検出ポートでの利得に比べて十分小さく, 良い方向性を保っている。しかし, 122 GHz から 132 GHz の

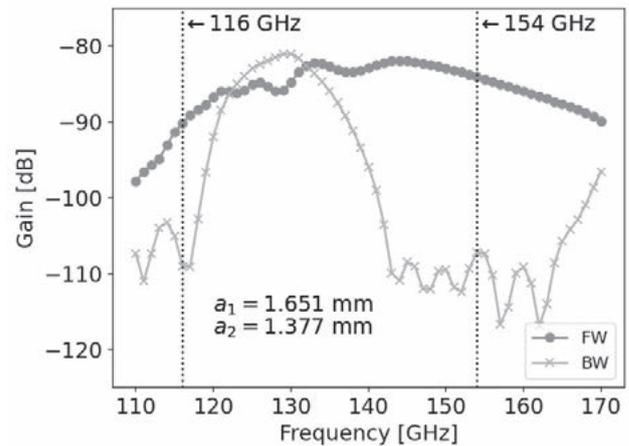


図9 進行波検出ポート側の長辺を 1.651 mm 及び反射波検出ポート側の長辺を 1.377 mm, テーパー長さ 10 mm としたテーパー矩形副導波管モデルの進行波 (FW) 検出ポートと反射波 (BW) 検出ポートの利得の周波数依存性, 参考文献 [3] の FIG. 7 を引用。

付近では進行波検出ポートでの利得を上回ってしまい方向性が悪くなる結果となっている。以上の解析結果からテーパー矩形副導波管を使用することで, 154 GHz と 116 GHz の両方の周波数に対しては良い利得と方向性を持ったパワーモニターができることがわかった。

### 3.5 まとめ

本章では COMSOL Multiphysics® の RF モジュールを用いて, 154 GHz と 116 GHz の二つのマイクロ波周波数に対応したパワーモニターの設計・解析の事例について参考文献 [3] の結果に元に紹介した。今回はパワーモニターの結合孔と副導波管部分のみをモデル化した簡単な構造を用いることで, 計算コストを削減した計算例を示したが, 実機試験を行うと, 加工精度や解析モデルの精度に起因すると思われる特性の解析結果からのずれが確認された [3]。十分な計算機性能があれば, 実機に近い詳細な計算モデルで計算を実施し, より正確な結果を得ることが可能になり, 製作物との誤差を小さくできるので, より高精度な設計が実現できると考えられる。

### 参考文献

- [1] J. Doane *et al.*, Fusion Eng. Des. **93**, 1 (2015).
- [2] T. Kariya *et al.*, Nucl. Fusion **59**, 066009 (2019).
- [3] R. Yanai *et al.*, AIP Adv. **13**, 095105 (2023).
- [4] D. Wu *et al.*, IEEE Access **5**, 6187 (2017).
- [5] J.L. Doane, *Infrared Millim. Waves Ed. by K.J. Button* (Academic Press, Orland, 1985), Vol.13, p.123.
- [6] 黒木太司, “9 群 7 編 マイクロ波伝送・回路デバイス 3 章各種導波路 3-2 導波管” 電子情報通信学会「知識ベース」, 2010-7-22, [https://www.ieice-hbkb.org/files/ad\\_base/view\\_pdf.html?p=/files/09/09gun\\_07hen\\_03.pdf#page=4](https://www.ieice-hbkb.org/files/ad_base/view_pdf.html?p=/files/09/09gun_07hen_03.pdf#page=4) (参照 2024-3-27)

## 小特集 商用電磁界シミュレーションコードのプラズマ・核融合分野への応用

## 4. COMSOL を利用したプラズマ波動シミュレーション

## 4. Plasma Wave Simulation with COMSOL

辻井 直人, 安立 史弥

TSUJII Naoto and ADACHI Fumiya

東京大学大学院新領域創成科学研究科

(原稿受付: 2024 年 3 月 20 日)

従来, プラズマ波動の全波計算は, スペクトル展開を用いるコードにより, 大規模なクラスター上で行われてきた. 近年, COMSOL のような拡張性の高い商用電磁界シミュレーションソフトウェアがプラズマ波動計算に用いられるようになった. 簡単なシナリオであれば, 複雑な容器やアンテナ形状も含めて, ワークステーション上で手軽にモデリングできる. 本章では, COMSOL によるプラズマ波動シミュレーションの方法を解説する. 商用ソフトウェアで, 一般の熱いプラズマ誘電率を実装することは難しいが, 無衝突減衰の実装手法も, いくつか紹介する.

Keywords:

plasma wave, full-wave simulation, finite element method, hot plasma dielectric, tokamak

## 4.1 導入

全波計算が必要なプラズマ波動の加熱・電流駆動計算には, スペクトル展開を用いるコードが開発されてきた [1,2]. これらのコードは, 比較的大きな計算資源を必要とするため, 大域的な計算を十分な精度で行いたい場合には, 大規模なクラスターで並列計算するのが一般的である. 一方, 2010 年頃から, COMSOL [3] のような, 拡張性の高い商用電磁界シミュレーションソフトウェアのプラズマ波動計算への応用が試みられるようになった. COMSOL で用いられる有限要素法 (FEM: Finite Element Method) は, 比較的少ない計算資源で全波計算を行うことができるという長所がある. 加えて, 計算機の性能が向上したことで, 現実的な配位での波動計算を, ワークステーション級の計算機で手軽に行うことが可能となった. COMSOL では, 任意の 3 次元形状を手早くモデリングできる. さらに, プラズマの誘電率を所定の欄に入力するだけでプラズマ波動計算を行うことができるため, ちょっとした解析であれば, 一昔前と比べると考えられないスピードで行えるようになった. 一方, 核融合プラズマにおける波動加熱や電流駆動においては, ランダウ減衰やサイクロトロン減衰といった非局所的な無衝突減衰機構が本質的に重要な役割を果たす. このようなプラズマの非局所応答を商用の汎用コードへ実装する方法は自明ではないが, ケース・バイ・ケースで工夫することで, ある程度計算可能である.

本章では, 商用電磁界シミュレーションソフトウェア, 特に COMSOL を用いたプラズマ波動計算について解説す

る. 4.2 節ではプラズマ波動理論の基本的概念を導入したのち, 冷たいプラズマ波動計算の方法を解説する. 4.3 節では熱いプラズマ理論について概説したのち, 物理的に正しい波動吸収の評価に必要となる, 無衝突減衰の実装例を紹介する. 4.4 節にまとめて述べる.

## 4.2 プラズマ波動方程式と冷たいプラズマ波動計算

高周波電場に対するプラズマの線形応答を, 電気伝導度テンソル  $\sigma$  を用いて以下のように表す:

$$\mathbf{j} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (1)$$

$\mathbf{j}$  は揺動電流密度である. (1) をマクスウェル方程式に代入し, 場の時間依存性を  $e^{+i\omega t}$  とおくと, プラズマの波動方程式は,

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} = i\omega\mu_0\sigma \cdot \mathbf{E} \quad (2)$$

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

ここで, 誘電率テンソル  $\mathbf{K}$  を定義した:

$$\mathbf{K} = 1 - \frac{i\sigma}{\epsilon_0\omega} \quad (4)$$

線形波動理論においては, まず, この誘電率  $\mathbf{K}$  を定式化することが必要となる. ここで, 物理分野では, 場の時間依存性を  $e^{-i\omega t}$  とおくことが多いが (例えば [4]), COMSOL の実装では虚部の符号が全て逆になることに注意する.

波の位相速度がプラズマを構成する粒子の熱速度よりも

十分大きい場合、粒子の熱運動を無視することができる。このような近似理論を、冷たいプラズマ理論と呼ぶ。磁場方向を  $z$  とする直交座標系  $(x, y, z)$  をとると、冷たいプラズマの誘電率は、背景電場及び流れは 0 として、以下のよう表される [4] :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} S & iD & 0 \\ -iD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (5)$$

繰り返しになるが、虚部の符号は、普通教科書で見るとは逆である。  $S, D, P$  は、以下に定義する  $L, R$  と合わせてスティックス・パラメータと呼ばれる量である :

$$L = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega - \Omega_s)} \quad (6)$$

$$R = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega + \Omega_s)} \quad (7)$$

$$S = \frac{R + L}{2} \quad (8)$$

$$D = \frac{R - L}{2} \quad (9)$$

$$P = 1 - \sum_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2}. \quad (10)$$

ここで、プラズマ角周波数

$$\omega_{ps} = \sqrt{\frac{q_s^2 n_{s0}}{\epsilon_0 m_s}}, \quad (11)$$

サイクロトロン角周波数

$$\Omega_s = \frac{q_s B_0}{m_s} \quad (12)$$

を定義した。  $q_s, m_s$  は粒子種  $s$  の電荷と質量、  $n_{s0}$  は背景密度、  $B_0$  は背景磁場である。(12) は「代数的」サイクロトロン角周波数と呼ばれるもので、電子では負の値をとる。  $L$  (Left の略) は、イオンとサイクロトロン共鳴する左手円偏光成分に対する誘電率である。  $R$  (Right の略) は、電子とサイクロトロン共鳴する右手円偏光成分に対する誘電率である。  $P$  (Plasma の略) は磁場方向の誘電率であり、冷たいプラズマ近似では、非磁化プラズマと同じである。

冷たいプラズマ理論には、特異点以外では散逸がないため、そのままでは、アンテナからの電力によって、無限に波のエネルギーが増え続けることになり、有限の定常解は存在しない。計算を収束させるには、何らかの波の減衰機構を導入しなければならない。無反射の境界条件を設定することで、境界から波の電力を放射させるのが最も簡単な方法である。ただ、複雑な境界形状、プラズマ分布のもとで、完全に反射を無くすことは難しい。より確実に、誘電率の表式中の周波数  $\omega$  に虚部を与えて、計算領域中に散逸を導入する :

$$\omega \rightarrow \omega - i\nu. \quad (13)$$

物理的には、  $\nu$  は衝突による散逸と考えることができるが、本来、衝突周波数は粒子種によって異なるものである。そ

こで、実際に置き換えをするときには、虚質量を用いるのが良い :

$$m_s \rightarrow m_s \left(1 - i\frac{\nu_s}{\omega}\right). \quad (14)$$

虚質量を用いれば、たくさんある項の中のどこに虚部を導入すれば良いかが明確である。  $\nu$  の値については、衝突周波数をそのまま使うと核融合プラズマでは小さすぎる。サイクロトロン減衰が主であるシナリオなら、空間分解能に対して十分広い吸収分布となるように、ランダウ減衰が主であるシナリオであれば、境界での反射回数が増えすぎないように、適当に大きな  $\nu$  の値に調整する。

(5) は誘電率テンソルの磁場座標表示であるが、COMSOL で手軽に計算する、という趣旨からは、RF モジュールを用いて、実験室デカルト座標系で解くのが合理的であろう。冷たいプラズマ誘電率の、一般の磁場方向  $\mathbf{b} = \mathbf{B}_0/B_0$  に対する 3 次元デカルト座標系表示  $\mathbf{K}_c$  は、3 成分目を  $\mathbf{b}$  方向に回転することで得られる :

$$K_{c,ii} = \epsilon_{ijk} \left( b_j^2 P + (b_j^2 + b_k^2) S \right), \quad (15)$$

$$K_{c,ij} = b_i b_j (P - S) + \epsilon_{ijk} i b_k D. \quad (16)$$

$\epsilon_{ijk}$  はレヴィ・チヴィタ記号である。冷たいプラズマ理論においては、電気伝導度は波の角周波数  $\omega$  の関数になっている。周波数空間で波動方程式を解く場合、  $\sigma$  は単なる代数積になるため、COMSOL の所定の欄に、この誘電率を入力すれば良い。

COMSOL による低域混成 (LH : Lower Hybrid) 波アンテナシミュレーションを図 1 に示す [5]。LH 波の励起には導波管列アンテナがよく用いられるが [6]、小型の TST-2 装置では、比較的長波長の波を励起する必要性から、進行波ループアンテナを用いている。アンテナ設計においては、励起したいプラズマ波動への結合 (カップリング) のみを考慮し、一度励起した波がアンテナに戻ってくることは考えない。このような場合、炉心プラズマ中の波の減衰を物理的に正しく評価する必要はないため、冷たいプラズマ理論で十分である。図 1 のように、複雑なアンテナの 3 次元形状を手軽に計算できるのが FEM の強みである。COMSOL では、ストラップの太さや長さといった寸法をパラメータとして定義することで、パラメータをソフトウェア上で掃引し、特性を最適化することができるので便利である。

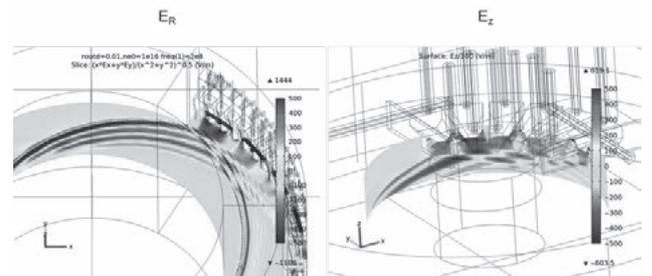


図 1 冷たいプラズマ近似での LH 波アンテナシミュレーション [5]。アンテナ部分以外は無反射境界条件が課してある。

### 4.3 熱いプラズマ理論による波動計算

#### 4.3.1 無衝突減衰

波の位相速度に対してプラズマを構成する粒子の熱速度が無視できない場合、電場に対する粒子の応答は運動論により記述される。衝突周波数の低い核融合プラズマや宇宙プラズマにおいては、非局所的な波動・粒子共鳴により、ランダウ減衰やサイクロトロン減衰といった無衝突減衰があらわれる。このような運動論的波動理論を熱いプラズマ理論と呼ぶ。一般に、熱いプラズマの誘電率テンソルは、一様なプラズマにおいては、磁場方向の波数  $k_{\parallel}$  と、磁場に垂直方向の波数  $k_{\perp}$  で表される。誘電率の  $k_{\perp}$  依存性は、

$$b_s = \frac{k_{\perp}^2 \rho_s^2}{2} \quad (17)$$

で表される。ここで、熱速度

$$v_{ts} = \sqrt{\frac{2T_{s0}}{m_s}} \quad (18)$$

に対するラーマー半径

$$\rho_s = \frac{v_{ts}}{|\Omega_s|} \quad (19)$$

を定義した。  $k_{\perp}$  に対する依存性は、垂直波長とラーマー半径の比で決まっているため、有限ラーマー半径効果と呼ぶ。有限ラーマー半径効果は、バーンスタイン波の伝播や、サイクロトロン高調波吸収の記述に必要である。磁場方向の波数  $k_{\parallel}$  は、波動・粒子共鳴、すなわち、全ての無衝突減衰機構の記述に必須である。

一様な熱いプラズマの誘電率テンソルは波数を用いて表されるが、非一様なプラズマの波動方程式 (3) に、波数は存在しない。電場をスペクトル展開するアプローチ [1,2] においては、各空間点、各波数成分に対する誘電率を考えることで、一様なプラズマの誘電率テンソルと似たような表式が現れるため、直感的に理解しやすい。一方、FEMでは局所的な補完関数を用いるため、誘電率テンソルは、一般に、非局所的な積分演算子になる。

COMSOL に非局所応答を実装するための機能はないため、ケース・バイ・ケースで工夫が必要となる。最も簡単なのは、近似的に問題となる波数成分を書き下すことができる場合である。磁場方向波数  $k_{\parallel}$  については、磁場閉じ込めプラズマの場合、磁場に垂直方向の勾配の方が磁場方向の勾配より強い場合、対称性から、磁場方向の波数  $k_{\parallel}$  が (粗くではあるが) 近似的に保存される。また、トカマクのような軸対称配位の場合、トロイダルモード数  $n$  が厳密に保存されること、及びポロイダル磁場  $B_p$  がトロイダル磁場  $B_{\phi}$  よりもずっと小さいことから、しばしば、

$$k_{\parallel} = k_{\phi} \frac{B_{\phi 0}}{B_0} + k_p \frac{B_{p0}}{B_0} \simeq k_{\phi} = \frac{n}{R} \quad (20)$$

が良い近似となる。ここで、  $R$  は大半径である。非一様な熱いプラズマの誘電率は本来積分演算子であるが、  $k_{\parallel} \simeq k_{\phi}$  と近似し、有限ラーマー半径効果は無視することで、冷たいプラズマのときと同様、代数積として熱いプラズマ誘電率を実装できる。この方法で、トラス配位における LH

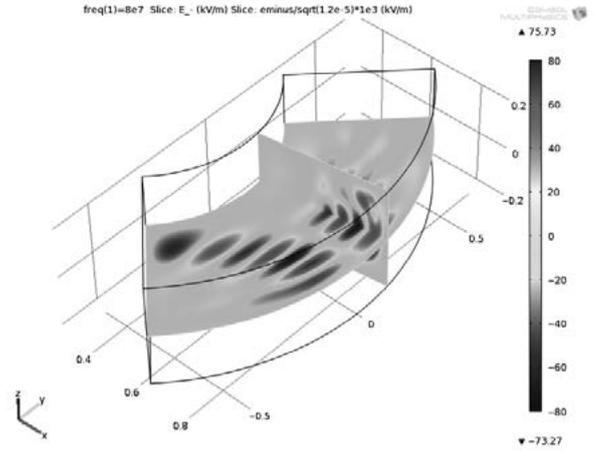


図2  $k_{\parallel} \simeq k_{\phi}$  の近似のもとでの熱いプラズマ応答を用いた ICRF 波動シミュレーション。波動電場の左手円偏光成分の吸収電力 1 MW における値。ダイポールアンテナによる励起。電場の垂直カットプロットは、奥側のストラップ中心を通る。

速波 (「ヘリコン」波) [7] や線形配位におけるアルフヴェン波 [8] のシミュレーションが行われている。

図2にトカマクのイオンサイクロトロン周波数帯 (ICRF: Ion Cyclotron Range of Frequencies) の波動シミュレーション例を示す。周波数 80 MHz の弱磁場赤道面ダイポールアンテナによる、重水素 (D) プラズマ中の少数軽水素 (H) イオン加熱シナリオである。パラメータは、大半径 0.67 m, 小半径 0.22 m, 磁場 5.5 T, プラズマ電流 1.0 MA, 電子密度  $1.3 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$ , 電子温度 2.7 keV, D 温度 10 keV, H 温度 50 keV, H 濃度 5% である。イオンサイクロトロン減衰を評価するために、(6) の  $L$  を熱いプラズマ理論の対応する成分で置き換えた:

$$L \simeq 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \Omega_e} + \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \zeta_{i0} (Z(\zeta_{i1}) + b_i Z(\zeta_{i2})), \quad (21)$$

$$\zeta_{il} = \frac{\omega - l\Omega_i}{k_{\parallel} v_{ti}}. \quad (22)$$

$Z(\zeta)$  はプラズマ分散関数 [4] で、  $\zeta \rightarrow \infty$  の極限で  $\zeta Z(\zeta) \rightarrow -1$  となり、冷たいプラズマの誘電率に帰着する。  $Z(\zeta)$  は  $\zeta = 0$ , すなわち、サイクロトロン (高調波) 共鳴  $\omega = l\Omega_i$  ( $l = 1, 2, 3, \dots$ ) のまわりで虚部を持つ。有限ラーマー半径効果に必要な  $k_{\perp}$  は、分散関係から

$$\left(\frac{ck_{\perp}}{\omega}\right)^2 \simeq 2 \left(R - \left(\frac{ck_{\parallel}}{\omega}\right)^2\right) \quad (23)$$

で近似した。(21)では、基本波共鳴の有限ラーマー半径効果 ( $b_i$  依存性) は落としてある。ICRF 波動計算では、1 次のサイクロトロン共鳴の有限ラーマー半径補正を入れると、定性的に正しくない分散関係が得られてしまう。加えて、この補正は現行の核融合プラズマ実験のパラメータでは無視できるほど小さい。そこで、有限ラーマー半径補正を機械的に展開するのではなく、1 次のサイクロトロン共鳴に対する有限ラーマー半径補正だけ落とすことが一般的である (いわゆる SCK モデル) [9,10]。ここでは、熱い分

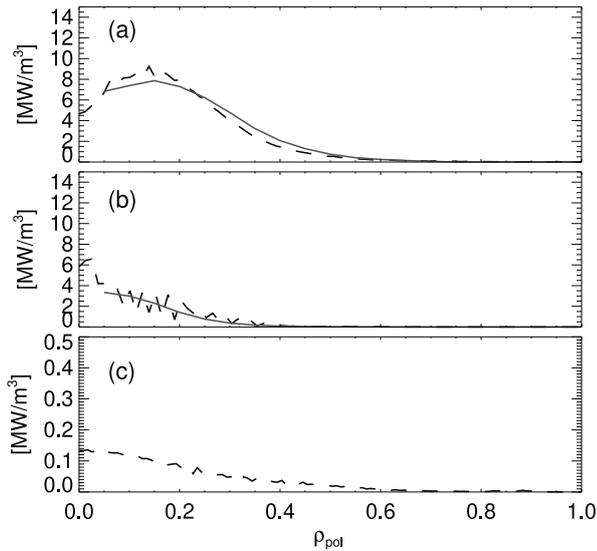


図3  $k_{\parallel} \simeq k_{\phi}$  の近似のもとでの熱いプラズマ応答を用いた ICRF 波動シミュレーションによる吸収電力密度分布 (実線). 波線は AORSA による予測. (a) H 吸収電力密度 (b) D 吸収電力密度 (c) 電子吸収電力密度 (AORSA のみ). 全吸収電力 1 MW における値.

散の効果は代数値を用いて擬似的に取り込んでいるだけなので、落とさなくても問題となることはないが、一般的に用いられる誘電率モデルを使用した.

図3に磁気面平均吸収電力密度の径方向分布を示す. 同じ計算を AORSA [2] を用いて行った結果も示した. このシナリオでは, 完全な AORSA モデルと比べて遜色のない吸収分布を評価できることがわかる. AORSA では数%の電子吸収が予測されているが, COMSOL の計算では敢えて電子吸収は実装していない. ICRF においては, 磁場方向の誘電率が磁場に垂直方向の誘電率に対して何桁も大きい場合, 電場解の磁場に平行な成分が磁場に垂直な成分に対して何桁も小さい. プラズマ波動計算に特化したコードでは, 電場の基底を磁場座標系でとることで, 磁場方向電場を十分な精度で計算している [1, 2]. 一方, 手軽に波動計算を行うという趣旨からは, COMSOL では, RF モジュールを用いて, 電場の基底は位置座標系と同じ実験室デカルト座標系の基底で計算するのが普通であろう. 磁場方向電場は ICRF 波動伝播において従属的役割しか果たさないため, 計算は特別の注意はせずとも収束はする. しかし, 電子ランダウ減衰の成分を入力すると, 数値誤差から強い電子吸収が起こり, 正しい電場解は得られない. これは, COMSOL で得られた解から磁場方向電場を評価すると, 垂直電場よりはるかに小さい振幅であるものの, 0 のまわりで激しく振動しており, 精度が出ていないことからわかる. 事前に分散関係を解くか, プラズマ波動計算用に開発されたコードを用いて, 電子吸収が十分小さいことを確認した上で, 電子吸収成分は含めず計算する必要がある.

今回, 定量的に正しい答えが期待できる, 吸収の強い少数イオン加熱シナリオの計算を行った. 多イオン種プ

ラズマにおいては, イオンサイクロトロン共鳴の間にイオン・イオン混成共鳴が存在する. その周囲では, サイクロトロン共鳴のドップラー広がり が十分大きくない限り,  $k_{\parallel} \simeq k_{\phi}$  の近似は必ず破れており, 速波からイオンサイクロトロン波やイオンバーンスタイン波といった遅波へのモード変換が起こる [11]. このようなシナリオのシミュレーションを商用ソフトウェアで手軽に行うことは難しいかもしれない. (もちろん, 不可能ではないと思うが.)

### 4.3.2 積分形誘電率テンソル

磁場方向波数をトロイダル波数で近似できない場合, 無衝突減衰を実装する自明な方法は, 積分形誘電率テンソルを用いることである. ドリフト運動論のもとで, 有限ラーマー半径効果を見捨てると, 磁場方向の電気伝導率は [12],

$$\sigma(z-z') = -\frac{q_s^2}{m_s} \int_0^{\infty} d\tau \frac{z-z'}{\tau^2} \frac{\partial f_{s0}}{\partial v_z} e^{-i\omega\tau}. \quad (24)$$

ここで,  $z-z' = v_z\tau$  である. 誘電率テンソルは, (4) より電気伝導率から導かれる. (24) の軌道積分の経路には, 厳密には, ドリフトを含める必要がある. ただ, 波動伝播については, これはドリフト周波数程度の補正にしかならないので, 磁力線に沿った積分で問題ないと考えられる. 一方, 高エネルギー粒子の吸収については, 相関長が比較的長くなり得るため, 必ずしもドリフトは無視できないかもしれない.

(24) のような積分演算子を, そのまま COMSOL に実装することはできないが, COMSOL を MATLAB から駆動することで, 逐次的な計算が可能である [13, 14]. すなわち, 4.3.1 節で述べたような近似解を初期解として, 非局所揺動電流密度を計算する. 得られた揺動電流密度と電場の比をとることで, 実効的な局所誘電率が得られる. この実効誘電率を用いて, 逐次的に COMSOL で波動方程式を解くことで, 自己無撞着な電場と揺動電流解を得ることができる. 図4は, このような方法で行った, LH 波シミュレーション結果である [14].

本来非局所的な誘電率を実効的な局所誘電率として表現しようとする, 電場による除算が入るため, 電場の干渉がある場合に, 波の節の周辺で収束が悪くなってしまう. 揺動電流密度そのものを外部電流として COMSOL に導入すれば, このような問題は起こらない. 図5は, このような方法で行った 1次元 LH 波シミュレーション結果である. パラメータは磁場 0.04 T, 電子密度  $10^{17} \text{ m}^{-3}$  の一様な軽水素プラズマである.  $y$  方向に波数  $k_y$  を仮定し,  $x$  方向の伝播を解いた. 磁場の方向は  $x$  軸正方向から  $92^\circ$  とした. 電場を解く方向 ( $x$  方向) に有限の磁場があるため, (20) は破れており, 正しい吸収の評価には積分形誘電率が必要である. ここで, 全ての誘電率成分を外部電流として入れてしまうと, COMSOL で上手く収束させるのが難しくなってしまう. まず, 誘電率として 4.3.1 節の近似的な表式を導入し, 非局所誘電率と近似誘電率の差分を外部電流として導入することで, 完全な熱いプラズマ応答を実装した. 外部電流の評価にはアンダーソン加速 [15] を用いることで, 逐次計算を安定化した. 図5には解析解 (分散関

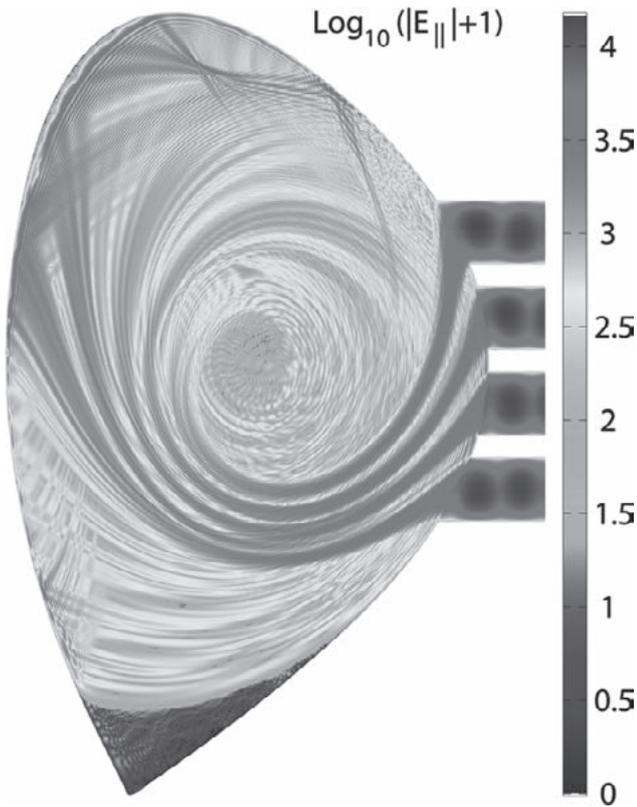


図4 積分形誘電率を用いた2次元軸対称 LH シミュレーション [14].

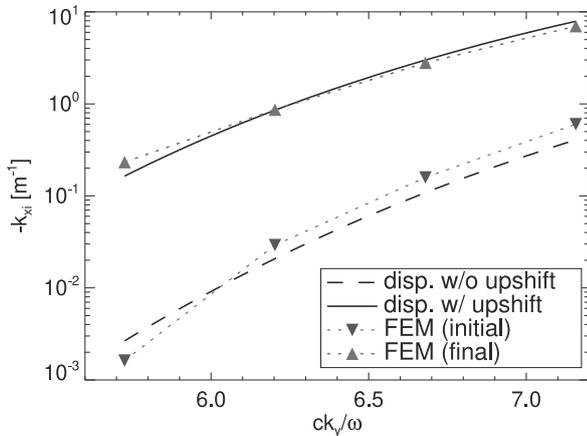


図5 積分形非局所揺動電流密度による無衝突減衰のシミュレーション. 下三角: 初期解, 上三角: 収束解. シンボルなしの線は分散関係から計算した減衰率. 実線: 磁場方向波数上昇を含む, 波線: 磁場方向波数上昇を含まない. 収束解は完全な分散関係とよく一致している. 初期解は波数上昇を含まない分散関係に近い.

係の解)も示した. 初期解は磁場方向の波数上昇((20)の  $k_p$  に比例する成分)を落とした分散関係に近い結果となっているが, 収束解は完全な分散関係とよく一致している.

#### 4.4 まとめ

商用電磁界シミュレーションソフトウェア COMSOL によるプラズマ波動計算を紹介した. アンテナのカップ

リングを計算したいときなど, 冷たいプラズマ波動の伝播だけが重要である場合には, 手軽に波動計算が行える COMSOL は, 非常に強力なツールである. 炉心プラズマにおける波動吸収についても, 波数を近似的な解析的表式で書くことができる場合に限れば, 実装は容易である. 波数を書き下せない場合には, 非局所揺動電流を逐次的に評価することで, 効率はあまり良くないものの, 波動吸収の定量的に正しい評価が可能である. いずれにせよ, 特に ICRF は物理が複雑なため, 一見するときちんと解けているように見えても, 例えば電子吸収が正しく評価できていない, ということが起こり得る. 従来からプラズマ波動計算のために開発されてきたコード [1,2] は, 実験との比較による妥当性検証が行われており [11,16], ある程度精度が保証されている. このようなコードとのベンチマークにより, COMSOL の計算結果を要所要所で検証しておくことが重要である.

従来の波動計算コード [1,2] の問題点として, 炉心プラズマにおける波動の伝播・吸収の解析を目的として開発されてきたため, 周辺プラズマのモデリングが甘い(あるいは, 存在しない)ということがある. 吸収が十分強く, 一旦炉心プラズマに入った波が出てくるのがなければ, 本来これは問題にならないはずである. しかし, 実際には, プラズマ波動が, 意図せず, 境界プラズマや壁, アンテナと強く相互作用してしまうことは, 波動加熱・電流駆動が本来の性能を発揮できない主要な原因である. COMSOL のような FEM による波動計算は, 従来のコードでは効率の良い記述が難しかった, 複雑な境界領域の3次元構造の表現に適している. プラズマ全体を3次元で計算できれば簡単であるが, 計算コストを考えた場合, トカマクのような軸対称系では, 炉心と境界プラズマは分けて計算し, 統合するアプローチ [17] が合理的であろう.

最後に, 便利な商用ソフトウェアであるが, 難しいシナリオのシミュレーションを本格的に行おうと思うと, ソフトウェアの拡張性の限界で, 急激に実装が面倒になっていく. やはり, プラズマ波動に特化したシミュレーションコードも必要であろう. オープンソースの FEM ライブラリを用いた, プラズマ波動シミュレーションコードの開発については, 次章を参照されたい.

本記事で用いた AORSA コードの提供について, E.F. Jaeger 氏に感謝する.

#### 参考文献

- [1] M. Brambilla, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, 1 (1999).
- [2] E.F. Jaeger *et al.*, Phys. Plasmas **9**, 1873 (2002).
- [3] COMSOL Multiphysics, <http://www.comsol.com>.
- [4] T.H. Stix, *Waves in Plasmas* (American Institute of Physics, New York, 1992).
- [5] S. Yajima *et al.*, Nucl. Fusion **59**, 066004 (2019).
- [6] S. Shiraiwa *et al.*, Nucl. Fusion **51**, 103024 (2011).
- [7] C. Lau *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **61**, 045008

- (2019).
- [8] R.H. Goulding *et al.*, Phys. Plasmas **30**, 013505 (2023).
- [9] D.G. Swanson, Phys. Fluids **24**, 2035 (1981).
- [10] P.L. Colestock and R.J. Kashuba, Nucl. Fusion **23**, 763 (1983).
- [11] N. Tsujii *et al.*, Phys. Plasmas **22**, 082502 (2015).
- [12] J.E. Drummond *et al.*, J. Nucl. Energy, Part C Plasma Phys. **2**, 98 (1961).
- [13] O. Meneghini *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 090701 (2009).
- [14] S. Shiraiwa *et al.*, Phys. Plasmas **18**, 080705 (2011).
- [15] H.F. Walker and N. Peng, SIAM J. Numer. Anal. **49**, 1715 (2011).
- [16] J.C. Wright *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **56**, 045007 (2014).
- [17] J.C. Wright and S. Shiraiwa, EPJ Web. Conf. **157**, 02011 (2017).

## 小特集 商用電磁界シミュレーションコードのプラズマ・核融合分野への応用

5. オープンソースを利用した  
プラズマ波動シミュレーション

## 5. Plasma Wave Simulation using Open-Source Software

白岩 俊一

SHIRAIWA Syun'ichi

Princeton Plasma Physics Laboratory

(原稿受付: 2024 年 11 月 29 日)

本小特集では商用コードを用いた電磁波解析について述べてきた。これまで、主に COMSOL に焦点を当ててきたが、プラズマの誘電率テンソルを局所的な応答で近似するならば (Cold Plasma など)、有限要素法による扱いに特別複雑な要素はない。このため、近年ではその他の商用電磁コード (例えば ANSYS-HFSS) でも、プラズマの誘電率テンソルを埋め込んで使うことが行われている。ここでは、さらに視点を広げて、オープンソースコードを用いた波動シミュレーションを扱う。オープンソースコードによる波動計算 (特に Petra-M) がどのように組み立てられ、応用例としてどのような使い方がされているかを紹介する。

Keywords:

radio-frequency wave, open-source software, finite element method

## 5.1 はじめに

プラズマ波動の計算には、本特集で中心となっている有限要素法のほか、差分法、スペクトル法、Particle-in-cell によるものなど様々なアプローチがある。その中で、有限要素法 [1] は立体的に複雑な形状をそのまま扱えるといったことに有利なこともあり、プラズマ周辺に置かれたアンテナによる波動励起の計算などアンテナ設計に不可欠なものになっている。

プラズマ波動の計算という観点からから見ると、オープンソースコードを使うことにはいくつか明確な利点がある。一つには、プラズマ波動では取り扱いたい波動物理が多岐にわたり、未だ計算手法の研究が大きなテーマとして残っている。商業コードで代表的な有限要素法 (FEM) や有限差分時間領域法 (FDTD) による離散化は Cold Plasma 近似のような空間分散を無視できるような範囲では強力である。しかし、そうでない場合には必ずしも最適とは言えず、事実、有限温度を入れた計算は現状 ICRF なら AORSA [2], TORIC [3] といったスペクトルコードを使うことになる。ところがこれらスペクトルコードは複雑な形状を扱うのは不得意であり、そのため、何か新しい方法を試したいとなった場合ソースにアクセスできることが有利である。二つには、波動計算自体が単独で目的を達するという事は多くなく、たとえば輸送コードの中から呼び出したり、逆に呼び出されたりというケースがままある。本論で紹介するような、有限要素法によるアンテナ近傍電場

とスペクトルコードによる高温プラズマ領域の電場計算を組み合わせるといったケースもあり、このような時、コードを自由にビルドできることが望ましい。三つには、現実的な条件で計算をしようとする、波長に対するプラズマのサイズが大きく、十分な解像度で電場を求めようとする、しばしば大型計算機の上で計算が必要になる。ICRF 速波のような比較的長波長の波動でも、励起された波動はプラズマ中心部まで伝播してプラズマ中心部で吸収される以外に、周辺プラズマとの様々な相互作用 (揺動による波動の散乱、直流電場の励起による壁からの不純物吹き出し) を起こし、それが波動加熱の性能に大きく影響する。このため、波動加熱の全体像を捉えるためにプラズマ全域を計算領域に含めることが必須になってくると思われる。

このような事情から、筆者らは近年、オープンソースの有限要素法ライブラリーを用いて、波動計算の裾野を広げる試みを進めている。オープンソースでシミュレーションを構築する場合、ベースになるライブラリーを選ぶところから始まって、何段もの準備ステップに時間を取られがちであるのだが、近年ではそれらのハードルも低くなっている。我々は、広く普及している様々なライブラリーを組み合わせることで、商業用のコードと似た GUI ベースで波動計算を行えるアプリケーション環境 (Petra-M [4,5]) を構築している。ここでは、Petra-M の開発でどのようなことを行ってきたかを紹介する。Petra-M で用いるのは汎用の (電磁気学に特化しているわけではない) 有

有限要素法ライブラリー (MFEM [6]) であるので、まず波動解析の定式化を書き下した上で、コードを実装する上でライブラリーがどのような役割をするか説明する。有限要素法のアプリケーション環境を作るには単に線形方程式系を生成する以上にメッシュ生成など様々なことが必要になる Petra-M でそれらをどのように解決したかの紹介を行い、その後、計算結果などを紹介する。

## 5.2 有限要素法による波動解析

波動解析では Maxwell 方程式を解くことになる。周波数領域の解析では電場と磁場の一方を消去して、電場 (もしくは磁場) に関する 2 階の微分方程式 (1) を適当な境界条件 (2), (3) で解くことが広く行われている。

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{E} \right) - \varepsilon \omega^2 \mathbf{E} = i\omega \mathbf{J}_{\text{ant}} \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_1 \text{ on } \partial\Omega_1 \quad (2)$$

$$\mathbf{n} \times \left( \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{E} \right) + \gamma \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E} = \mathbf{Q}_2 \text{ on } \partial\Omega_2 \quad (3)$$

ここで、 $\Omega$  は計算領域、 $\partial\Omega_1$  と  $\partial\Omega_2$  はそれぞれの条件が設定されている境界とする。 $\mathbf{n}$  は境界上の外向きの法線ベクトル、 $\mathbf{E}_1$  と  $\mathbf{Q}_2$  は境界上で定義される既知のベクトル場で、境界に接するコンポーネントだけがわかっている。その他のシンボルは電磁気学で標準的なものである。波動励起は計算領域内部にある電流 ( $\mathbf{J}_{\text{ant}}$ ) か、(2) と (3) で電場と磁場を適当に与えることで行われる。

式 (1) にテスト関数  $\mathbf{F}_1$  を乗算して領域全体で積分を行い、境界上での (3) を使うと、次のような弱形式に変換される。

$$\left( \nabla \times \mathbf{F}, \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{E} \right) - \left( \mathbf{F}, \omega^2 \mathbf{E} \right) + \langle \mathbf{F}, \mathbf{Q}_2 \rangle - \gamma \langle \mathbf{F}, \mathbf{n} \times \mathbf{n} \times \mathbf{E} \rangle = i\omega \langle \mathbf{F}, \mathbf{J}_{\text{ant}} \rangle \quad (4)$$

ここで、 $(\cdot, \cdot)$  と  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  はそれぞれ、計算領域内部  $\Omega$  と、 $\mathbf{Q}_2$  が定義されている  $\partial\Omega_2$  境界上での積分である。次に電場  $\mathbf{E}$  が有限個の基底関数の線形重ね合わせで近似できると考えて離散化し、未知数の数以上のテスト関数を使って、式 (4) を線形方程式に書き換える。有限要素法では解析したい空間をメッシュに分割して、それぞれのメッシュの中でのみ有限基底関数を使う。これによって、線形方程式が疎行列になると、複雑な構造物を取り扱いやすいという有限要素法の利点が生み出されている。基底関数は Maxwell 方程式の場合 H(curl) (エッジエレメント、線要素とも呼ばれる) を用いるのが現時点での標準になっている。

## 5.3 PyMFEM と Petra-M で用いるオープンソースライブラリー

有限要素法の線形方程式を生成に用いるオープンソースのライブラリーは数多く存在する [1]。我々は、Lawrence Livermore National Lab. (LLNL) で開発されている MFEM を用いている。MFEM では、様々な高オーダー基底関数を用いて有限要素法の離散化ができる。MFEM では偏微分

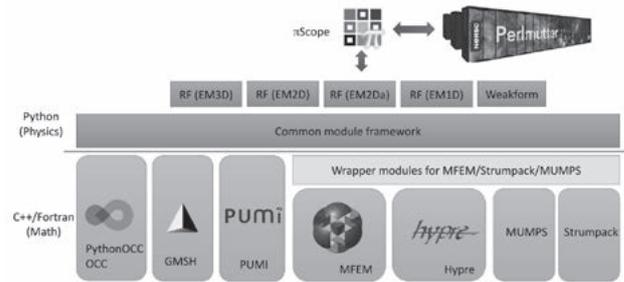


図1 Petra-M のコード構造。

方程式を弱形式に表したときにあらわれる様々の積分項に対応する行列成分を計算するルーチンが用意されている。参考文献 [7] のリストにあるように、式 (4) にあるそれぞれの項に対応するルーチンは全て実装済みであるので、それら呼び出すだけで疎行列を生成でき、さらには、MPI 並列処理と GPU による疎行列生成もサポートされている。

MFEM 自体は C++ のライブラリーであるが、Petra-M ではこの MFEM に対応する Python インターフェース (PyMFEM [8]) を開発している。PyMFEM は MFEM に対する SWIG [9] wrapper であり、MFEM で定義されている公開インターフェース (hpp ファイルで定義されるクラスの公開メンバー) に全て対応している。これによって、疎行列生成を Python からできる。具体的には双線型形式 (BilinearForm) オブジェクトを生成した後、弱形式 (4) であらわれる項を、それぞれ双線型積分演算子 (Bilinearform Integrator) として登録 (AddDomain Integrator などの呼出し) することで生成できる。PyMFEM 自体も単独で公開されていて、C++ 版にあるサンプルプログラムは全て Python 版が用意されているので、興味がある方は参考にしたい。

有限要素法による解析では線形方程式を生成する以外にも、計算対象となる構造物の CAD データを読み込んで、メッシュを生成し、さらに結果的に得られる疎行列を解いた後は、それを可視化する必要がある。それぞれのステップでは、幸いなことに優れたオープンソースのライブラリーが開発されていて、それを組み合わせることで、大規模な開発チームでなくても波動シミュレーションを行うことができる。

図1に Petra-M がどのようなコンポーネントから構築されているかを示す。上にあるのはユーザーインターフェースを提供する piScope [10] で、これは元々 MDSplus [11] のデータ可視化のために Alcator C-Mod で使っていたものを流用している。piScope は wxPython [12] の上に作られていて、3次元データ表示には OpenGL で書かれた専用のレンダラーを PyOpenGL [13] 経由で用いている。図1で下半分に並んでいるのが直接依存関係にあるライブラリーである。CAD データの取り込みとジオメトリ編集のためには、OpenCASCADE [14] と、その Python インターフェースである PythonOCC [15] を用いている。メッシュ

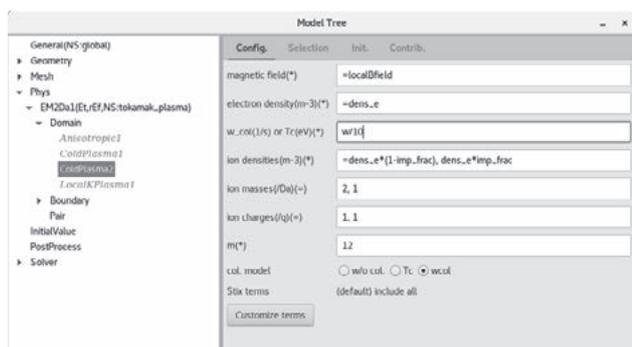


図2 Petra-M で用意されている冷たいプラズマ近似を設定する GUI.

生成には GMSH [16] を用いているが、GMSH の GUI を使うのではなく、Python API から呼び出す形で利用している。API を使うことでメッシュ生成条件をより細かく調整することができる。もちろんオープンソースであるから、カスタムインターフェースを作ることことは自由である。Petra-M では、図 2 のような Plasma 用のインターフェースが用意されていて、使う時は磁場や密度などを設定するだけでいいようにしている。

## 5.4 Petra-M による波動計算例

### 5.4.1 トーラス全域での 3 次元波動計算

トーラス周辺部に置かれたアンテナによる大規模計算の例として、National Spherical Torus Experiment-Upgrade (NSTX-U: プリンストンプラズマ物理研究所の球状トカマク) における高次高調波速波 (HHFW) のトーラスプラズマ全域を含む波動計算の例を図 3 に示す。NSTX-U のアンテナは 12 本のアンテナ要素があり、それぞれ赤道面の上下二箇所から電力供給される。それぞれのアンテナ要素は一つひとつの金属箱の中に収められていて、ファラデースクリーンを通してプラズマに接している。この計算ではこれらのアンテナの要素のほか真空容器内部の導体壁 (簡単のため以下“壁”と呼ぶ) の CAD モデルから計算領域の形状を直接作り出している。(その他詳細は参考文献 [17, 18])。図に見られるように、計算領域の大きさが 20~30 波長あるため、この Petra-M による計算例では基底関数のオーダーを 4 次まで上げて、自由度は 5000 万で解いている。

興味深いのは、アンテナ要素間の位相差とプラズマ周辺部に励起される電場の強度の関係で、図 4 (左) にあるように位相差が小さい (したがって低トロイダルモード) の時に著しく大きい電場が壁の周りに作られていることがわかる。実験でも低トロイダルモードの時には加熱効率が下がることが確認されており、このプラズマ周辺部の電場と不純物流入の関係が示唆されている [19]。

### 5.4.2 RF による壁表面での直流シース電場の励起

先に低トロイダルモードの時にプラズマを囲む壁に高い RF 電場が励起されていると述べたが、この計算では壁は完全導体として扱っている。実際には壁の表面にはシース

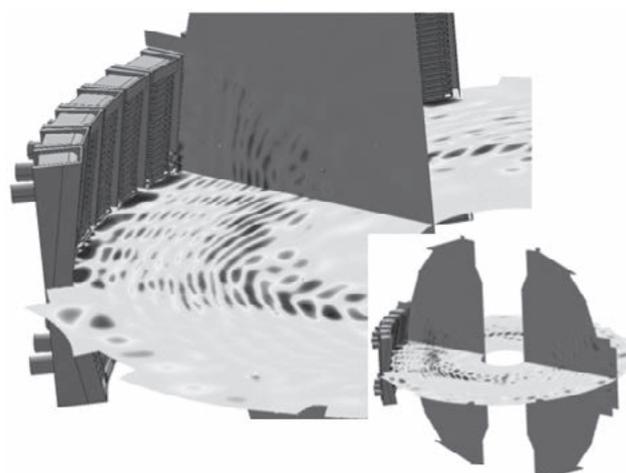


図3 NSTX-U における HHFW の波動伝搬 (参考文献 [18] より引用)。

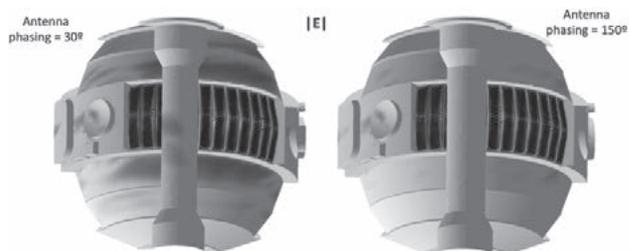


図4 NSTX-U における HHFW が作るプラズマ対向壁表面での電場 (参考文献 [18] より引用)。

層が形成され、それによる RF 電場の整流作用によってイオンを加速するような電場が生じる [20]。したがって、高周波と不純物流入との関係を求めるには、このシース電場をより正確に取り扱う必要がある。シース層は電場の波長や、アンテナ導体の特徴的な長さに比較すると遥かに薄い。このためシース層を薄い誘電体とみなし、その下にある金属導体とセットにして、境界条件として扱う方法が考えられる。この時、シースを特徴づけるインピーダンスをシースインピーダンス ( $z_{sh}$ ) とよび、

$$D_n = -i \frac{V_{sh}}{\omega z_{sh} (|V_{sh}|)} \quad (5)$$

で定義する。 $D_n$  と  $V_{sh}$  は、それぞれ、壁に対し垂直に流れこむ RF 電流と RF 電圧である。さて、式 (2), (3) に出てくるのは壁と接線方向のコンポーネントであるので、 $D_n$  と  $V_{sh}$  を有限要素法の計算に組み込むのは少し工夫がいる。Petra-M で開発したのは [21]、接線方向の磁場を二つのスカラー関数を使って表現し、このスカラー関数とシースインピーダンスを関連づける方法である。

$$\mathbf{H}_t = -\nabla\phi_h + \mathbf{n} \times \nabla\varphi_h \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_t = i\omega D_n = -\Delta\varphi_h \quad (7)$$

このアプローチによって、式 (5) を有限要素法の中にそのまま組み込むことが可能になった。これをもちいて、我々は様々なトカマクで RF によるシース電場の計算を行っている。なお、この、式 (5) で  $z_{sh}$  が無限大になる極限

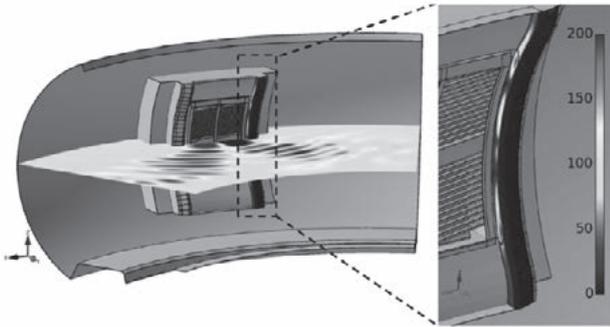


図5 WESTにおけるICRF波動と励起されるシースの電圧振幅 (参考文献 [21] より引用).

をとると、 $D_n = 0$  になるので、この場合、式 (2), (3) はそれぞれ、 $\mathbf{H}_t = -\nabla\phi_h$  と  $\nabla \times \mathbf{H}_t = 0$  になる。これはシースを絶縁層として扱う、参考文献 [22] で Asymptotic limit と言われているものになる。この場合には、有限要素法による実装は著しく単純化され、 $\nabla \times \mathbf{E}_t = 0$  という拘束条件をラグランジュの未定乗数法で追加するだけになる。

例として WEST トカマク (W Environment in Steady-state Tokamak, CEA) での計算例を示す (図 5)。この場合、アンテナの側面に置かれたリミターでシースが形成されているとして、その RF 電圧を求めている。この場合、約 200V 程度のピーク電圧があらわれることが示されている。

## 5.5 有限温度効果の扱い

簡単のため 4.1, 4.2 では、プラズマ中心部での伝播も Cold Plasma で扱い、吸収も衝突損失で近似していた。より正確にはプラズマ中心部で有限温度の効果を正しく取り入れる必要があるのだが、これについて議論したい。まず、なぜ有限温度の効果を取り扱うのが難しいのかから始めよう。有限温度の効果があると、RF 電場に対する応答は局所応答ではないので、

$$\mathbf{J} = \int d\mathbf{x}\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{E}(\mathbf{x}') \quad (8)$$

のような、畳み込み積分 (式 (8) は一様なプラズマに対する表式、詳細は参考文献 [23, 24]) になる。ここで  $\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$  は電導率カーネルである。

有限要素法では (差分法などと違って) 基底関数は全域で定義されているので、原理的には式 (8) のような積分形に対応する線形オペレータも作ることはできる。しかし、そのようなオペレータは密行列を生成するので、線形ソルバーで解くことが甚だ難しくなる。一般に有限要素法で使う線形ソルバーは疎行列を解くことに特化していて、我々の実験では、解けるのは 1 次元、もしくは低オーダー基底関数を使うなら 2 次元問題に限られるようであった。もちろん、密行列ソルバーを使うことは可能であるが、これは有限要素法の利点を諦めることになる。

このような事情から、ほとんどの場合、式 (8) を局所応答にするような近似が行われている。ICRF の領域で行われているのは、波動の波数がわかっていると仮定すること

で、これは Cold Plasma からの変更も少ないこともあっていくつかのグループで使われている [25, 26]。その他にも、畳み込み積分を摂動的な効果とみて反復法で取り込むという方法も試みられている [27, 28]。これは低域混成波による電流駆動のような、有限要素の効果が吸収に現れる場合には比較的有効である [27]。ただ、誘電率の自己随伴 (Hermitian) 部分が変化してしまう場合は、Green らが報告しているように [28]、収束するのが難しくなる。これは初期解と反復計算の結果、たどりつく収束解で波長が違うことが原因と思われる。

### 5.5.1 TORIC スペクトルコードとの接合

以上のように、有限温度を正確に扱うというのは難しい。そこで現実的な解として、計算領域を有限温度効果が重要な領域 (プラズマ中心部) とそうでない領域 (プラズマ周辺部) をわけておき、前者は別の方法で解き、後者のみを有限要素法で解いて二つを接合するというのを試みた [29, 30]。

領域接合を行う上で重要な点は、接合する面を温度が十分低い場所を選んだ上で、接線方向の電場と磁場が一致するようにすることである。具体的には、境界面での電場をフーリエモードの重ね合わせと考え、それぞれのモードを電場の境界条件に使用して、プラズマ中心部 (TORIC で解く) とプラズマ周辺部 (Petra-M または COMSOL で解く) で独立に解いておく。得られた解の集合を、中心部と外側で同じように重ね合わせれば、電場は元々の境界条件であるから、自動的に一致するようになる。ところが磁場は、それぞれの領域で Maxwell 方程式を解いて得られた結果なので自動的に一致しない。磁場も一致するようになる重ね合わせの重みを選ぶと、それが二つの領域を矛盾なく接合した解になる。

例として、我々が WEST で行った計算例を図 6 に示す。これは 2 次元の計算で、波線で示した最外殻磁気面の外側は有限要素法で解いていて、内側は TORIC で解いている。

### 5.5.2 非局所応答の取り扱い

最後に、我々の最近の試みとして、積分演算を微分演算子に書き換える方法について触れる。古くから行われてきた方法では、磁場に垂直方向について波の波長がサイクロトロン半径より十分長い ( $k_{\perp}\rho < 1$ ) という近似を導入して、電導率カーネルをフーリエ変換したのち磁場に垂直な波数で Taylor 展開して、 $k_x \rightarrow -i\partial/\partial x$  のような置き換えを行うというもので、これによって式 (8) を微分演算子に置き換えることができる [23, 24]。Taylor 展開では  $k_{\perp}\rho < 1$  であるから、バーンシュタイン波などは高階微分を含めないと [31, 32]、モード変換点から遠ざかるにつれて不正確になる。

さて、非局所的な応答を扱うために、非整数階の微分を含む微分方程式をつかう方法がある。例えば非局所的な拡散は非整数階のラプラス演算子を使って表すことができる。そのような微分方程式を解く中で、非局所的な応答を有理関数近似を介して微分演算子に書き換えるというものがある [33]。これを使えば、Taylor 展開にあった、 $k_{\perp}\rho < 1$

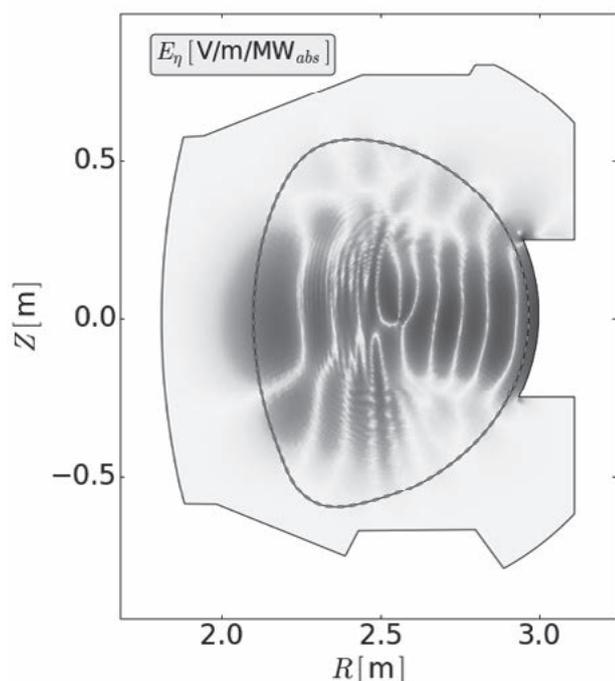


図6 WESTにおけるICRF波動をTORIC(中心部)とPetra-M(周辺部)を組みせる方法で解いた例. 二つの計算結果を接続する境界線(赤破線)で接線方向の電場がスムーズにつながっている.

の制限を取り除くことができそうであるので, Petra-Mで試みている. 具体的には, 式(8)のフーリエ変換を次のように近似する(簡単のために, 磁場に垂直な方向だけを考える).

$$\begin{aligned} J(k_{\perp}) &= \sigma(k_{\perp}) E(k_{\perp}) \\ &= \left( c_0 + \frac{c_1}{k_{\perp}^2 - d_1} + \frac{c_2}{k_{\perp}^2 - d_2} + \dots \right) E(k_{\perp}) \end{aligned} \quad (9)$$

その後, 右辺のそれぞれの項に対して

$$J_1 = \frac{c_1}{k_{\perp}^2 - d_1} E \rightarrow \Delta J_1 - d_1 J_1 = c_1 E \quad (10)$$

のような置き換えを行う. この方法では高階微分を使わないのに, 任意の $k_{\perp}\rho$ を扱うことができる.

この方法で電子バーンシュタイン波のO-X-Bモード変換を計算したものを図7に示す. 波動は右から入射されていて高域混成共鳴(UHR)のところからElectron Bernstein waves(EBW)による短波長の振動が見られる. また, X-modeに対応する振動が, 電場振動のエンベロープとしてあらわれていて, 全体として分散関係から予想される振る舞いをしている.

## 5.6 まとめ

早足で, オープンソースコード用いた波動計算について紹介してきた. 筆者は商業コードもオープンソースコードも用いてきたが, 大規模な計算や新しい定式化などを試すといった用途ではソースにアクセスできることの利点は

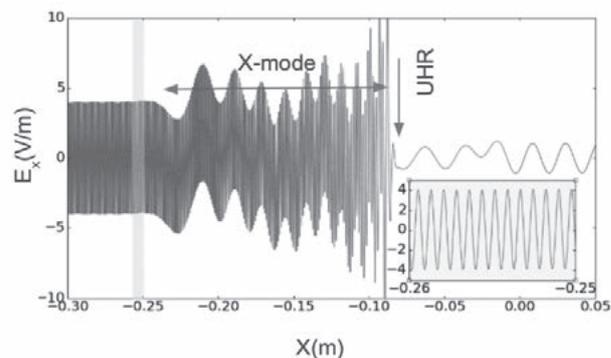


図7 式(9)の展開を用いて有限温度効果を取り込んで, O-modeからEBWへのモード変換を計算した例. 右側の真空領域から入射したO-modeが高域混成共鳴(UHR)で短波長のEBWに変換されている.

きいように思う. スペースの都合から核融合プラズマのみの例を挙げたが, Petra-Mを使って磁気圏プラズマの波動を計算する試みもある[34]. また, プロセシングプラズマでも周波数が上がるに従い, 計算規模を大きくする要望などがあるので, 今後そのような用途でオープンソースによる計算がもっと広まることを願っている. 後半で触れた有限温度の扱いは, 高温プラズマに限らず, 非局所的応答をどう扱うかという幅広い計算手法の問題とつながっていて, 今後の進展が望まれる.

## 参考文献

- [1] 有限要素法 Software のリスト [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_finite\\_element\\_software\\_packages](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages)
- [2] F. Jaeger *et al.*, Phys. Plasmas **8**, 1573 (2001)
- [3] M. Brambilla, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, 1 (1999)
- [4] S. Shiraiwa *et al.* EPJ Web of Conferences **157**, 03048 (2017).
- [5] [https://github.com/piScope/PetraM\\_Base](https://github.com/piScope/PetraM_Base)
- [6] MFEM (<https://mfem.org>)
- [7] Bilinear Form Integrators <https://mfem.org/bilininteg/>
- [8] PyMFEM (<https://github.com/mfem/PyMFEM>)
- [9] SWIG (<https://www.swig.org>)
- [10] S. Shiraiwa, Fusion Eng. Des. **112**, 835 (2016).
- [11] J.A. Stillerman *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **68**, 939 (1997).
- [12] wxPython (<https://www.wxpython.org>)
- [13] PyOpenGL (<https://pyopengl.sourceforge.net>)
- [14] OpenCASCADE (<https://www.opencascade.com/plateform/>)
- [15] PyOCC (<https://github.com/tpaviot/pythonocc-core>)
- [16] GMSH (<https://gmsh.info>)
- [17] N. Bertelli *et al.*, Nucl. Fusion **62**, 126046 (2022).
- [18] S. Shiraiwa *et al.*, AIP Conf. Proc. **2984**, 030007 (2023).
- [19] J.C. Hosea *et al.*, Phys. Plasmas **15**, 056104 (2008).
- [20] J. Myra, J. Plasma Phys. **87**, 905870504 (2021).
- [21] S. Shiraiwa *et al.*, Nucl. Fusion **63**, 026024 (2023).
- [22] L. Colas *et al.*, Phys. Plasma **19**, 092505 (2012).
- [23] A. Fukuyama *et al.*, Comput. Phys. Rep. **4**, 137 (1986)
- [24] A. Fukuyama *et al.*, J. Phys. Sot. Japan **51**, 1010 (1982).

- [25] P. Vallejos *et al.*, Nucl. Fusion **59**, 076022 (2019).
- [26] J.H. Zhang *et al.*, Nucl. Fusion **62**, 076032 (2022).
- [27] O. Meneghini *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 090701 (2009).
- [28] D.G. Green and L.A. Berry, Comput. Phys. Commun. **185**, 736, (2014).
- [29] S. Shiraiwa *et al.*, Nucl. Fusion **57**, 086048 (2017).
- [30] J. Wright and S. Shiraiwa, EPJ Web Conferences **157**, 02011(2017).
- [31] D. Van Eester and E. Lerche, Plasma Phys. Control. Fusion **55**, 055008 (2013).
- [32] D. Van Eester and E.A. Lerche, Nucl. Fusion **61**, 016024 (2021).
- [33] Harizanov *et al.*, J. Comp. Phys. **408**, 109285. (2020).
- [34] E.-H. Kim *et al.*, Geophys. Res. Lett. **50**, e2022GL101544 (2023).

## 小特集執筆紹介



かさほら ひろし  
笠原 寛史

核融合科学研究所 メタ階層ダイナミクスユニット 准教授。主な研究分野は、高電力高周波波動加熱。球状トカマクでは ICRF, ECRF を用いた高電力プラズマ加熱、大型ヘリカル装置では ICRF 用いた高電力高周波プラズマ加熱、波動相互作用、約 48 分間にわたりプラズマ温度 2keV を超える定常維持・制御を実現。2024 年度からフュージョンエネルギーに関するムーンショットプログラムの技術主幹として出向中。大学卒業以降、核融合炉実現に向けて挑戦中。



はしがuchi まさのり  
橋口 真宜

COMSOL Multiphysics® の日本総代理店（計測エンジニアリングシステム（株））で主席研究員・技術サポートや各種セミナー企画・講師を務めました。技術士（機械部門）・JSME 熱流体（上級）固体力学（1 級）振動（1 級）。2023 年 4 月から明治大学先端数理科学インスティテュート客員研究員・東京農業大学客員教授。70 歳定年退職となり、次なる未来開拓のため、生成 AI や最先端の数理科学分野について勉強開始。趣味はトランペット。

やない りょうま  
矢内 亮馬

自然科学研究機構 核融合科学研究所 研究部 位相空間乱流ユニット 助教。ECH によるプラズマ加熱物理研究と ECH に関わる機器開発に従事。



つじい なおと  
辻井 直人

東京大学新領域創成科学研究科准教授。2012 年米マサチューセッツ工科大学博士課程修了。同年独マックス・プランク研究所ポスドク研究員。2013 年東京大学新領域創成科学研究科助教を経て 2024 年より現職。専門は波動による環状プラズマの加熱・電流駆動実験と数値モデリング。趣味はピアノを弾くこと。



あだち ふみや  
安立 史弥

東京大学大学院新領域創成科学研究科複雑理工学専攻。2024 年東京大学大学院博士前期課程修了。修士（科学）。現在、同大学院博士後期課程の 2 年生で、プラズマ波動に関するシミュレーションを行っています。趣味は研究室の先輩に誘われて大学院入学後から始めた登山です。最近はなかなか行けてませんが、のんびりと楽しんでいます。



しらいわ しゅんいち  
白岩 俊一

Princeton Plasma Physics Laboratory, Principal Research Physicist。東京大学新領域で EBW の研究から波動加熱の分野に入る。高瀬研究室で助手を勤めたのち、2007 年から MIT にて ICRF と LH の研究を続ける。2020 年に PPPL にうつり HHFW に関わるとともに、開発中の Petra-M を用いて国内外での波動共同研究を進めている。