



研究論文

スパースモデリングを用いたトモグラフィ解析手法の開発

Development of Tomography Analysis Method using Sparse Modeling

武田 健太郎, 鈴木 康浩

TAKEDA Kentaro and SUZUKI Yasuhiro

広島大学大学院先進理工系科学研究科

(原稿受付: 2024年5月13日 / 原稿受理日: 2024年7月29日)

計算機トモグラフィ (CT: Computed Tomography) は、プラズマの様々な現象の空間構造を考察する上で重要な計測手法である。しかし、プラズマ・核融合研究での CT は、その特殊な環境から往々にして検出器の自由度は制限され、少数投影からの像の再構成を余儀なくされる。将来の核融合炉では、検出器の設置自由度はますます制限されると考えられ、従来の CT 手法ではうまくプラズマの空間構造を再構築できない恐れがある。本研究では、検出器の自由度が制限され、多数の情報欠損領域が発生している場合を再構成するため、フーリエ・ベッセル級数展開法と、L1正則化を用いたスパースモデリングを組み合わせたトモグラフィ法を開発した。視線情報が限定された計測器で得られたデータに対して、スパースモデリングは有効な手法である。開発した手法を、MHD 不安定性により駆動された「ポロイダル断面におけるモード構造」の再構築に応用した。その結果、本研究で開発した手法は、視線数が大幅に制限されたデータに対して、Phantom で仮定したモード構造を再現することができた。

Keywords:

CT, plasma diagnostics, sparse modeling, Fourier-Bessel

1. 序論

計算機トモグラフィ (CT: Computed Tomography) は、物体の外側から投影された検出器の出力を計算によって、物体の断層撮像を再構成する手法である[1]。CTは医療分野で広く用いられている他、プラズマ・核融合の分野でも EU の JET での中性子または軟X線放射を利用した CT[2, 3]を含め、画期的な成果を残してきた。そのため、CTは今やプラズマの温度や密度の分布を得る有力な解析手法の一つであり、特にプラズマのポロイダル断面上の分布の再構成という点で非常に有用である。

CTを利用した再構成はいわゆる「結果」から「原因」を推定する、典型的な逆問題である。その原理はグリッドに分割した断面図に対して、あらゆる方向からの視線に沿って投影された観測値と透過情報により得られる連立方程式を解くことにある。そのため、詳細な断面図を得るには、多くの観測値が必要とされる。医療用 CT では、計測対象を取り囲む円形に計測器を配置することが出来る。そのため、ラドン逆変換により、投影された信号から断層画像を再構成することが可能である。一方、プラズマ・核融合の分野では実験装置のその特殊な環境ゆえに、医療用 CT と比較して検出器の自由度が制限される。そのため制約不足に陥り、劣決定系となる。したがって、この不定の方程式を解くためには、何らかの数理的制約を加えて解を一意に決まるようにする必要がある。

本研究では、プラズマの温度や密度の分布に周期性があり、その変化は滑らかであるという仮定をおき、前述の問題点を解決する方法を考える。温度や密度の分布が滑らかであれば、高次の微分を可能とし、解析関数で展開することが可能となる。また周期性があれば、プラズマに対する観測が制限され、情報欠損領域があったとしても補完可能となる。以上の仮定により、たとえプラズマに対して一方向の視線だけでも、プラズマが回転していれば、あらゆる方向から視線を通して解釈することができ、医療用 CT とは異なる数学的手法を用いることができる。例えば、まとまった情報欠損を持つ観測領域では、巨視的なパターンを利用した級数展開法が有効である。実際に長山はフーリエ・ベッセル級数展開法を提案し、トカマクにおける画期的な成功を取めている[4]。

加えて、往々にして式不足による悪条件な線形方程式を解くことを要求されるプラズマ診断では、ノルム最小化を制約として導入することで、解空間を狭めることが非常に効果的である。ノルム最小化を制約として与える標準的な解法は Phillips-Tikhonov 法[5]である。Phillips-Tikhonov 法は正則化項として L2 正則化 (Ridge 回帰) を用い、ハイパーパラメータを一般化交差検証 (GCV: Generalized Cross validation)[6]によって決定する。しかし将来の核融合炉は中性子や γ 線の遮蔽が求められるため、検出器の自由度が小さくなると考えられている。そ

Graduate School of Advanced Science and Engineering, Hiroshima University, Higashi Hiroshima, HIROSHIMA 739-8527, Japan

corresponding author's e-mail: suzuki@hiroshima-u.ac.jp

のため従来のPhillips-Tikhonov法では、大幅に検出器の自由度が制限される環境において、トモグラフィー再構成が難しいと考えられる。

そこで、本論文では、フーリエ・ベッセルのパターンを基底関数とする級数展開法と、L1正則化を用いたスパースモデリングを組み合わせたトモグラフィー解析手法を提案する。フーリエ・ベッセルのパターンは、ポロイダル方向にフーリエ展開を用い、径方向にはベッセル関数を利用するため、トーラスプラズマにおいて極めて自然な展開法である。また、非円形断面であるステラレータにおいても、磁気座標を用いることで複雑なプラズマ形状を表現できることが特徴として挙げられる[7]。スパースモデリングとは、入力された情報を選別し、より少ない説明変数で目的変数を表現するという考え方であり、プラズマ計測におけるトモグラフィー再構成と非常に相性が良い。

本論文の構成は以下である。まず第2章でフーリエ・ベッセル級数展開法のアルゴリズムの説明を行い、第3章で今回提案した、L1正則化とフーリエ・ベッセルのパターンを組み合わせたトモグラフィー手法とL2正則化とフーリエ・ベッセルのパターンを組み合わせたトモグラフィー手法を用いて、大型ヘリカル装置(LHD: Large Helical Device)[8]の磁気面を模して作成したPhantomデータを再構成し、その結果を比較する。第4章でまとめと考察を行う。

2. フーリエ・ベッセル級数展開法のアルゴリズム

本章では、開発したトモグラフィー手法のアルゴリズムについて示す。以下に、フーリエ・ベッセル級数展開法のアルゴリズムを示す。図1に座標系を示す。プラズマの放射分布を $g(r, \theta)$ 、検出機がプラズマを検出する視線方向を $L(p, \phi)$ とすると、検出された投影信号は $f(p, \phi)$ は次のようになる。本論文で用いたいくつかの基底関数

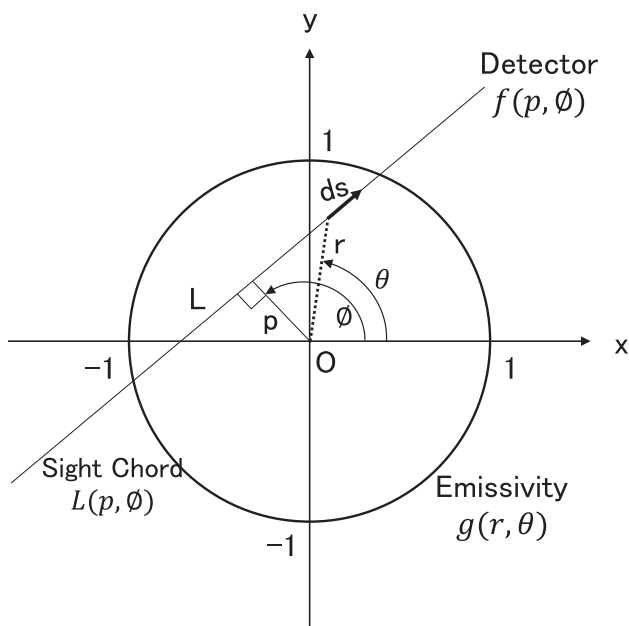


図1 座標系.

を図2に示す。

$$f(p, \phi) = \int_{L(p, \phi)} g(r, \theta) ds \tag{1}$$

またプラズマは $r=1$ の単位円の内側にのみ存在し、円の外側では $g(r, \theta)=0$ となる。ここで放射分布 $g(r, \theta)$ は、角度方向にフーリエ級数で、半径方向にベッセル関数で展開される。

$$g(r, \theta) = \sum_{m=0}^{M_{\max}} \sum_{l=0}^{L_{\max}} [a_m^{(c)l} \cos m\theta + a_m^{(\delta)l} \sin m\theta] g_m^l(r) \tag{2}$$

$$g_m^l(r) = J_m(\lambda_m^{l+1} r) \tag{3}$$

λ_m^{l+1} は第一種 m 次ベッセル関数の $(l+1)$ 番目のゼロ点である。この場合、投影信号 $f(p, \phi)$ は式(1)から得られる。

$$f(p, \phi) = \sum_{m=0}^{M_{\max}} \sum_{l=0}^{L_{\max}} [a_m^{(c)l} f_m^{(c)l}(p, \phi) + a_m^{(\delta)l} f_m^{(\delta)l}(p, \phi)] \tag{4}$$

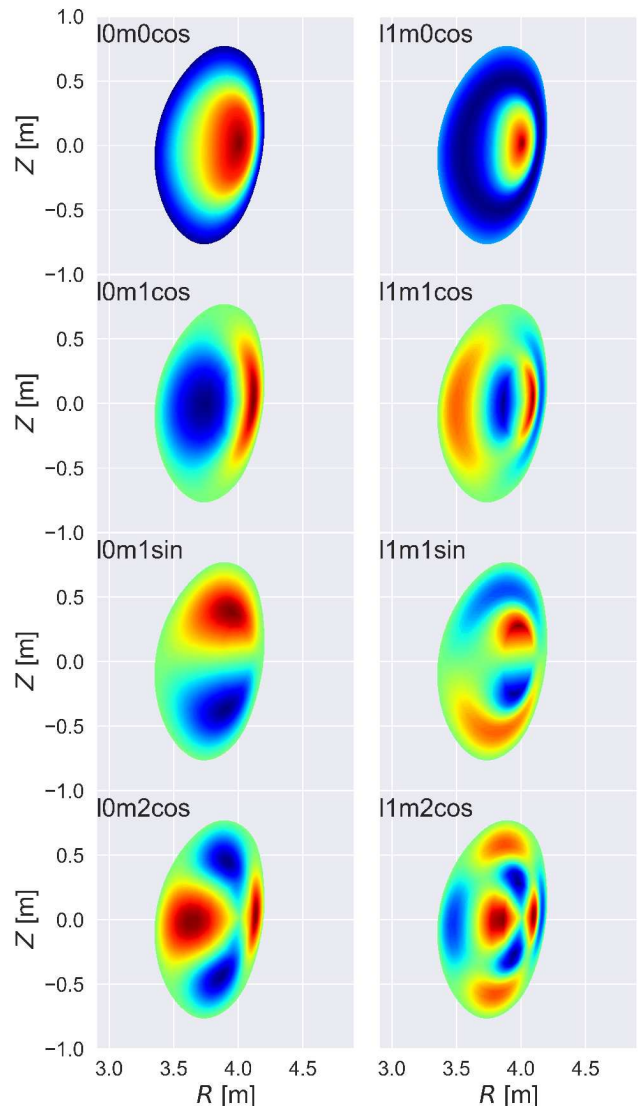


図2 フーリエ・ベッセル関数を基底関数としたいいくつかの基底関数。左上の数字は l, m の値を記したものである。例えば、10m0cosの場合は、 $l=0, m=0$ のcosの時の基底関数である。

よって、

$$f_m^{(c,\delta)l}(p, \phi) = \int_{L(p, \phi)} (\cos m\theta, \sin m\theta) g_m^l(r) ds \quad (5)$$

式(5)を数値積分すると式(4)は線形方程式となり、その解が展開係数 $a_m^{(c,\delta)l}$ であり、放射分布 $g(r, \theta)$ を決定する。ここで M は角度方向の展開次数であり、一般的に計測装置の数によって決定される。一方で、 L は径方向の展開次数であり、一般的に赤池情報量基準 (AIC: Akaike's Information Criterion) または経験的に決定される。今回は、 $M = 10$ と $L = 1$ という条件を適用した。

次にトモグラフィ再構成のアルゴリズムを示す。プラズマの撮像系を図式化したものを図3に示す。各検出器の出力を g_l とし、放射強度 f_k ($k = 1, 2, \dots, K$) が未知数である場合、検出器の出力 g_l と未知数の物理関係を数式化する。 k 番目のピクセルのチャンネル l への寄与度を表す定数を h_{lk} とすれば、以下の線型結合関係で記述できる。

$$\sum_{k=1}^K h_{lk} f_k = g_l \quad (l=1, 2, \dots, L) \quad (6)$$

上式を行列形で書き直すと以下になる。

$$g = Hf \quad (7)$$

H は h_{lk} を要素とする係数行列で、 f, g はそれぞれ f_k, g_l を要素とする K 次元、 L 次元の縦ベクトルである。トモグラフィ再構成は観測値(g_l)から方程式を解いて、画像(f_k)を求める逆問題である。一方で、視線の自由度が制限されるなどして多数の情報欠損領域がある場合、式の数は未知数の数より少なくなる劣決定系の逆問題となる。

そのため、 $g = Hf$ を満たす解が無数に存在するので、最小二乗法を用いて $(g - Hf)^2$ を最小化して解を見つけることは不可能である。この場合、未知数 $\{f_k\}$ の値を確かにするためには、未知数の数よりも少ない観測値の式を補うために、観測数を増やすことが最も良いと考えられる。

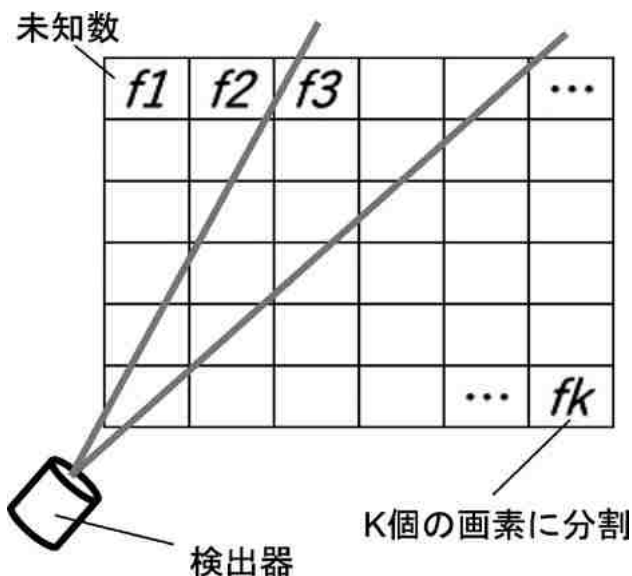


図3 図式化したプラズマの撮像系。

しかし、空間構造の制約上、観測数を増やすというのは限界がある。

そこで、未知数 $\{f_k\}$ が満たすべき、合理的な制約をトモグラフィ再構成のアルゴリズムに加えることを考える。一般的には $(g - Hf)^2$ で示される最小化問題にペナルティ項を追加することで、未知数 f はペナルティ項の性質を満たすよう制約する。未知数が取りうるほぼ無限の解の候補を、解に制約を加えることで画像 $\{f_k\}$ の解空間が狭まり、物理的背景に対して合理的な解の候補に絞ることが可能となる。以下にその式を示す。

$$\|g - Hf\|_2 + \alpha \|f\|_p \quad (8)$$

ここで $\|f\|_p$ は L_p ノルムを利用したペナルティ項と考える。 n 次元のベクトル x の場合、 L_p ノルムは以下のように定義される。

$$\|x\|_p = (|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p)^{1/p} \quad (9)$$

また α はペナルティ項の強さを決定する値であり、ハイパーパラメータと呼ばれる。 α を変更することでペナルティ項が式(8)に与える影響を調整することができ、大きくすればペナルティ項の影響が大きくなり、小さくすればペナルティ項の影響が小さくなる。

本論文では $p=1$ のL1正則化項 (Lasso回帰) と $p=2$ のL2正則化項 (Ridge回帰) で検証を行った。L1ノルムはマンハッタン距離と呼ばれ、 n 次元の次元ごとの距離の絶対値を足し合わせた距離と定義される。一方で、L2ノルムはユークリッド距離と呼ばれ、2点間を結ぶ直線の距離と定義される。それらのイメージ図を図4に示す。図4からわかるように、マンハッタン距離を利用するL1正則化の場合、

$$|a| + |b| = \text{const} \quad (10)$$

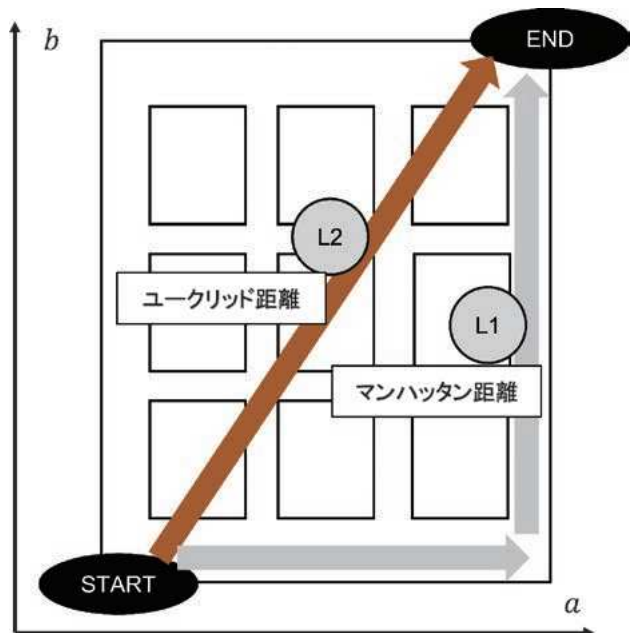


図4 ユークリッド距離とマンハッタン距離のイメージ図。

と表される。一方で、ユークリッド距離を利用するL2正則化の場合、

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \text{const} \tag{11}$$

と表される。これらのことを踏まえ、式(8)に示される最小二乗項とペナルティ項の和の最小化の概念図の例を図5に示す。図5は、2次元説明変数での例である。また横軸 f_1 、縦軸 f_2 はそれぞれ各説明変数の係数であり、 f_2 は f_1 より目的変数への寄与度が大きいという前提条件が存在する。そのため、最小二乗項は各係数の寄与度に応じて、等高線の幅が変化するため、横長の楕円形となる。このとき、最小二乗項が同一値、すなわち等高線上にあるならば、式(8)を最小化するには、ペナルティ項を最小化する f_1 と f_2 が解となる。つまり、式(8)の最小化の値は、式(9)、(10)からわかるように、L1正則化なら横長楕円と $|f_1| + |f_2|$ で表されるひし形との接点、L2正則化なら横長楕円と $f_1^2 + f_2^2$ で表される楕円との接点が解となる。次に式(8)におけるハイパーパラメータの変化による解の変化の概念図を図6に示す。図6より、ハイパーパラメータを大きくすると、式(8)より最小値を導出するためには、ペナルティ項は小さく、最小二乗項は大きくなることわかる。そのため、係数の目的変数への寄与度の違いにより、図6の右図のように、ペナルティ項の頂点が解となり、寄与度の低い説明変数が削減されることがある。これはL1正則化の制約集合が、ひし形のような尖った先端部を持っているため、頂点が解となる場合があるためであり、L2正則化項と比較して、多くの説明変数が削減されやすい特徴がある。すなわち、L1正則化項はスパース性を獲得しており、スパースモデリングに適している。

またトモグラフィー手法はノイズに対するロバスト性も重視される。従来のPhillips-Tikhonov法では、ノイズ

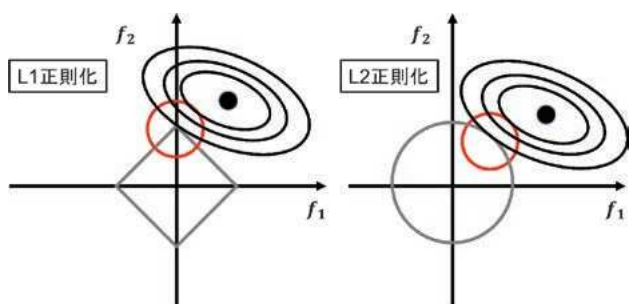


図5 L1, L2正則化の意味の概念図。

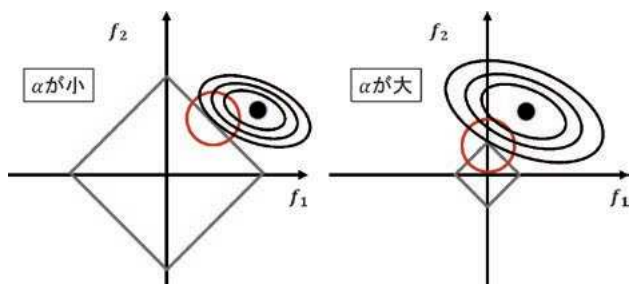


図6 ハイパーパラメータの変化による解の変化の概念図。

を含む画像に対して、安定な解を得るために一般化交差検証 (GCV: Generalized Cross validation) [6]を用いて、空間周波数の低い構造を残し、空間周波数の高い、細やかな構造を削ぎ落とすことで、ノイズに対する安定な解を担保している。一方で、L1正則化を用いたスパースモデリングでは、情報自体から不要な展開項を積極的に削除するため、従来の方法と同様にノイズに対してロバストであり、仮にノイズが強くなり、条件がさらに悪くなったとしても、再構成結果に与える影響が小さいという利点がある。

次に式(8)で示した本論文でのハイパーパラメータ最適化方法について示す。L1正則化を用いたスパースモデリングでは、ハイパーパラメータ最適化手法において、ノイズ除去などを担保する必要がない利点がある。一方で正則化項を用いた係数決定問題は、そのままでは手動でハイパーパラメータを決める必要がある。図6に示すように、ハイパーパラメータは各説明変数に与える影響が大きく、最適化手法を取り入れなければ、恣意的にモデルを選択できてしまう恐れがある。そのため、本論文では交差検証 (CV: Cross validation) [9]を用いて、ハイパーパラメータ、すなわち式(8)での α を決定した。

本論文では図7に示すような、データセットをk個に分割し、一つをテストデータ、残りの学習データとして、モデルの訓練と評価をk回繰り返すk-分割交差検証を利用した。k-分割交差検証は、情報全てをk回、訓練と検証に利用するので、使用効率が良く、今回のように情報量が限られている場合でも、信頼性の高い結果を出せる利点がある。

3. トモグラフィー2次元分布再構成

本章では、開発したトモグラフィー手法を用いた再構築結果についての考察を示す。将来の核融合炉では、核

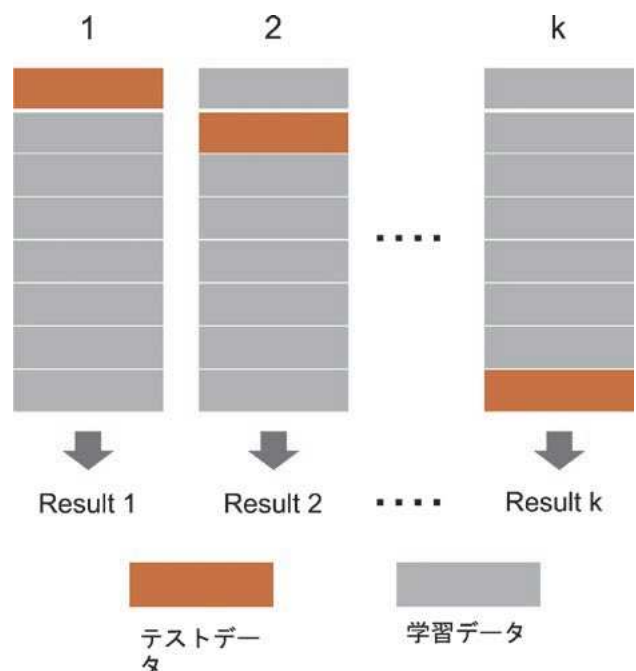


図7 k-分割交差検証。

融合反応によって発生する中性子に対して、ブランケットモジュールによる遮蔽が必要であり、ブランケットモジュールは、プラズマを取り囲むように設置されるため、プラント構造的にプラズマに対し、カバーできる計測器の視線は一方向すら難しい可能性がある。実際に大型の核融合実験装置であるLHDにおいて、CO₂レーザー干渉計[10]では、ヘリカルコイルによる装置の複雑化によって、プラズマに対する視線は一方向に制限されている。

そのため、本論文では限られた情報量でのCT再構築を行うため、以下のことを解析条件とした。まず対象とするプラズマはLHDの磁気面を模して、Phantomデータを作成した。次に検出器はプラズマに対する視線を一方向のみと仮定し、かつまとまった観測欠損を持つこととした。視線数は55 chであり、視線とプラズマの関係を図8に示す。得られた物理量は線積分された密度揺動と仮定した。以上の条件から、L1及びL2正則化項とフーリエ・ベッセル級数展開法を組み合わせたCTを行い、局所量に変換して比較した。

本論文では本研究で開発した手法が、視線の自由度が大きく制限され、限られた情報でも非円形断面のプラズマのモード構造を同定できるかを着眼点とする。

PhantomデータはMHD不安定性により大半径外側に揺動が強く発生するモード構造[11]を持つバルーニングモードを想定した。バルーニングモードは、LHDにおける中心ベータ値の到達値を制限するコア密度崩壊(CDC: Core Density Collapse)と呼ばれるプラズマ崩壊現象の原因であると強く示唆されており[12]、核融合炉の高密度運転シナリオを構築するうえで解明すべき重要な課題の一つである。

Phantomデータは次の径方向変位のモデルを利用して作成した。

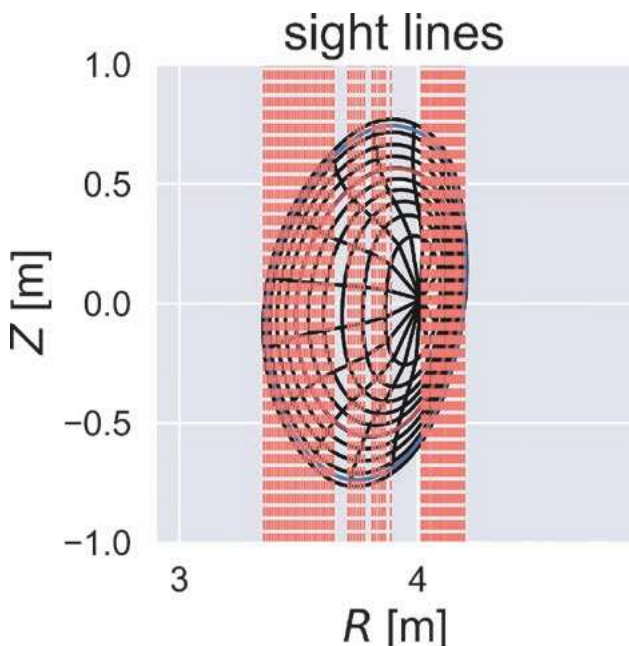


図8 プラズマと想定した視線の関係.

$$f(x) \cdot A \exp\left(-\left(\frac{\rho - \rho_0}{\Delta \cdot g(x)}\right)^2\right) \cos(m\theta - \omega t) \quad (12)$$

Aは揺動の最大値、 Δ は広がり幅、 ρ_0 はモードの構造がピークになる場所である。利用したパラメータの数値は以下である。

$$A = 1 \quad (13)$$

$$\rho_0 = 0.7 \quad (14)$$

$$\Delta = 0.2 \quad (15)$$

$$m = 10 \quad (16)$$

$$\omega t = -2.5 \quad (17)$$

$$f(x) = 2(\theta - \pi)^2 + 0.1 \quad (18)$$

$$g(x) = (\theta - \pi)^2 + \frac{3}{17}\pi^2 \quad (19)$$

作成したPhantomデータを図9のA-1)に示す。それぞれのフーリエ・ベッセル基底関数の展開係数をL1正則化(Lasso回帰)で決定し、再構築した結果を図9のA-2)に示す。L2正則化(Ridge回帰)で決定し、再構築した結果を図9のA-3)に示す。またCVで決定したハイパーパラメータの値をそれぞれ図中に記載している。Phantomデータの空間構造に対して、図8の視線で線積分した値を図9のB-1)、B-2)、B-3)に示す。図10では、図9でのPhantomの揺動の最大値の5%を、図11では、10%をホワイトノイズとして重畳した場合について図9と同様に示す。

図9のA-2)、A-3)から、L1正則化項を用いて再構築した場合と、L2正則化を利用して再構築した場合、両ケースにおいて、Phantomデータと同様に大半径外側で強く揺動分布が現れており、図9のA-1)と比較して、プラズマのポロイダル断面においてモード構造が定性的に同定できることがわかる。図10のA-2)からは、L1正則化項を用いて再構築を行うと、図9のA-2)と同様に、大半径内側と比較して強い揺動が大半径外側に分布していることがわかる。一方で、図10のA-3)からは、L2正則化項を用いて再構築を行うと、大半径外側のみならず、大半径内側や内部にまで、揺動が分布しており、図10のA-1)と比較して、大半径外側に揺動が強く分布するモード構造を同定できたとは示唆されない。また図11では、よりノイズの影響を受けており、A-2)、A-3)で違いが顕著になっていることがわかる。これは、三角関数でモデル化されたPhantomデータに対してホワイトノイズを重畳することで、従来のL2正則化では抑制できなかったノイズをL1正則化を用いたスパースモデリングでは、不要な項を削除し、寄与度の高い大域的な構造を残すことができたため、ノイズを効果的に抑制できたからであると考えられる。また、図9、図10、図11のB-2)、B-3)では、両手法とPhantomデータの線積分値との評価では、再構成画像から得られた線積分値とPhantomデータから得られた線積分値はよく一致し、再構成の定量的信頼性を示唆している。

ここで、数値的指標による両手法の評価を行うため、

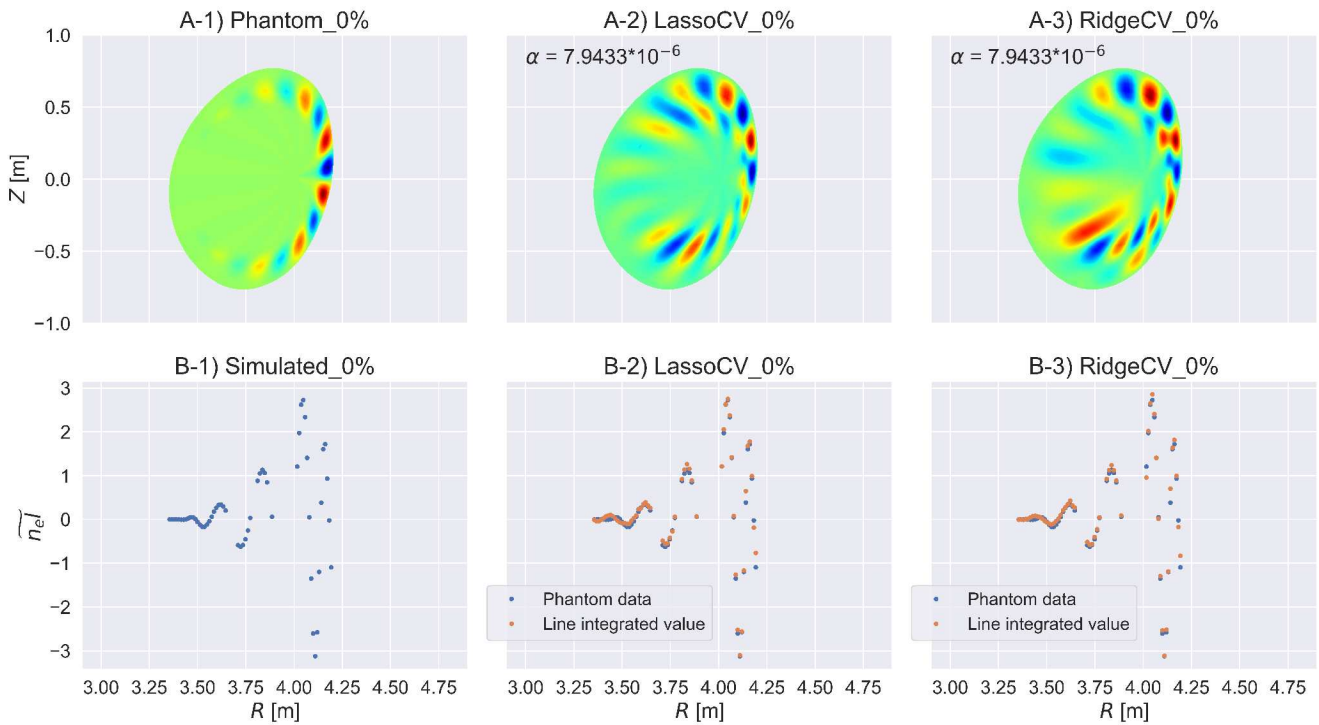


図9 Phantom データとトモグラフィー再構成の比較を上段に示す. Phantom データとトモグラフィー再構成結果を線積分したものの比較を下段に示す. 0%のホワイトノイズを重畳している.

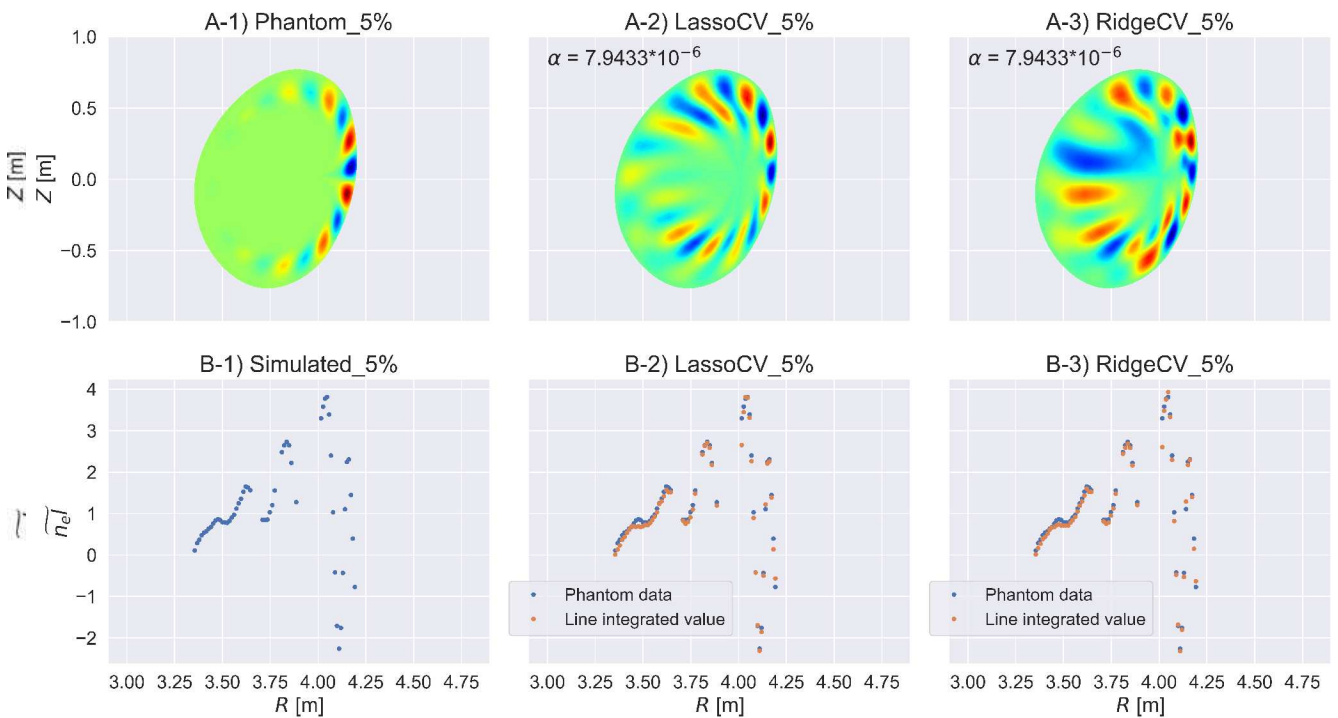


図10 Phantom データとトモグラフィー再構成の比較を上段に示す. Phantom データとトモグラフィー再構成結果を線積分したものの比較を下段に示す. 5%のホワイトノイズを重畳している.

平均二乗誤差 (MSE: Mean Squared Error) [13] を計算する. MSE はそれぞれの Phantom の値 (正解値) と再構成値 (出力値) の差の二乗を総和して, それをデータの総数で割った値であり, 0 に近いほど優れていると評価できる. MSE は以下の式により計算される.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (20)$$

\hat{y}_i は正解値, y_i は出力値である. 両手法に対して MSE を計算したものを図 12 に示す. 図 12 より, Ridge と比較して Lasso の値が小さいことがわかる. これは, Lasso の方が Phantom と比較して, 誤差が小さいと評価できる.

これらの結果より, 本研究で開発した, 従来の基底関数を用いたフーリエ・ベッセル級数展開法と L1 正則化を用

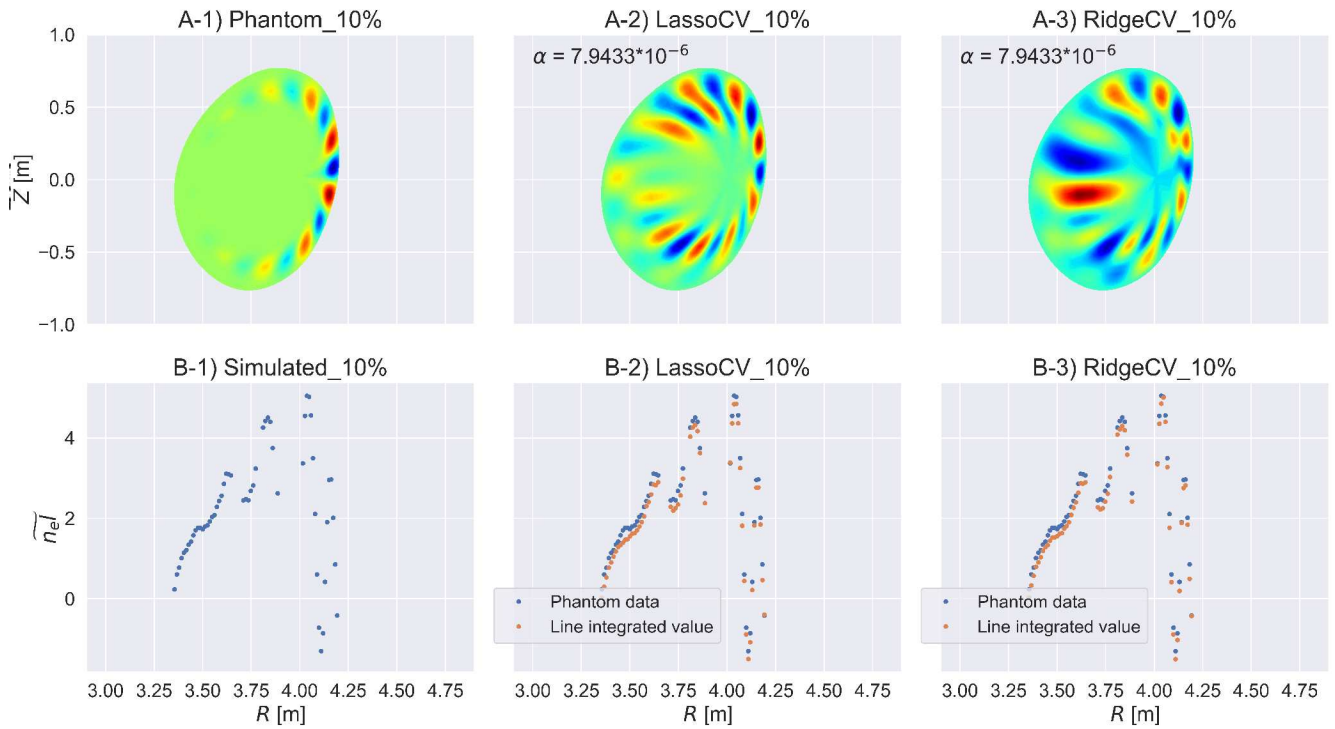


図11 Phantom データとトモグラフィー再構成の比較を上段に示す。 Phantom データとトモグラフィー再構成結果を線積分したものの比較を下段に示す。 10% のホワイトノイズを重畳している。

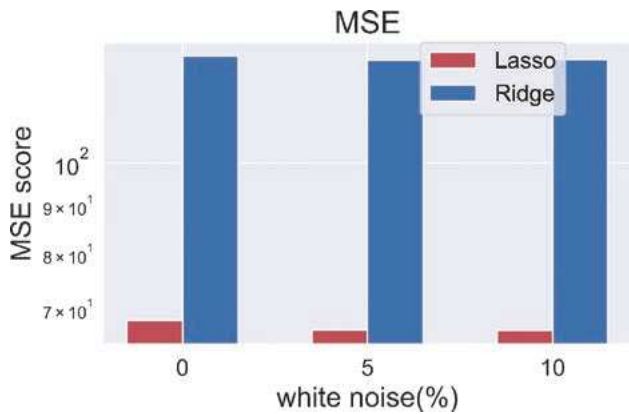


図12 MSE による評価。 横軸がホワイトノイズをどれほど重畳したケースかを示し、 縦軸が MSE のスコアを示す。 低いほど良い。

いたスパースモデリングを組み合わせたトモグラフィー手法は、 Phantomで仮定したプラズマの大半径外側で強く揺動が発生するモード構造を同定できると考えられ、特にノイズを伴うまとまった観測欠損を持つ少数情報領域においては効果的であるとわかった。

本研究で開発した手法は、これまで計測器などの制約などから、シミュレーション研究[14]や、仮想的なモード構造による考察[12]に留まっていた、CDCのような圧力駆動型不安定性のポロイダル断面におけるモード構造の考察を、ますます進展させる可能性がある。

4. 結論

本研究では、フーリエ・ベッセル関数を基底関数を用いた級数展開法とスパースモデリング手法を組み合わせた新しいトモグラフィー手法を開発した。級数展開法の

展開係数を決定するスパースモデリングには、L1正則化を採用した。MHD不安定性により駆動される密度揺動の空間構造を想定したPhantomデータを作成し、新しく開発した手法を適用した。スパースモデリングにより再構成において不要な展開項が削除され、必要最低限の展開項のみでプラズマの密度揺動の空間構造が再構成されたことを確認した。密度揺動の空間構造においては、大半径外側で主に揺動が発生しているモード構造を想定したPhantomデータと、ノイズとしてホワイトノイズを0%と5%、10%を重畳した場合で、再構成結果をMSEを用いて評価したところ、本手法の有効性が確認された。以上から、フーリエ・ベッセル級数展開法とスパースモデリングを組み合わせたトモグラフィー再構成は、視線数の制限される情報少数領域でプラズマのモード構造を再構築できた。本研究で開発した手法を利用して、モードの空間構造に着目したトモグラフィーの検証がより進むこと、任意の境界を定義域とするラプラシアン固有関数を基底とした新しいトモグラフィー手法の発展への寄与[15, 16]が期待される。

謝辞

本稿で議論したスパースモデリングと級数展開法は、2023年3月26日に急逝された大館暁教授との共同研究が元になっています。道半ばにして急逝されたことが本当に残念でなりません。心からのお悔やみを申し上げます。

参考文献

[1] L.C. Ingesson *et al.*, Fusion Sci. Technol. **53**, 528 (2008).

- [2] F.B. Marcus *et al.*, Nucl. Fusion **33**, 1325 (1993).
- [3] R.S. Granetz and P. Smeulders, Nucl. Fusion **28**, 457 (1988).
- [4] Y. Nagayama, J. Appl. Phys. **62**, 2702 (1987).
- [5] N. Iwama *et al.*, Appl. Phys. Lett. **54**, 502 (1989).
- [6] G.H. Golub *et al.*, Technometrics **21**, 215 (1979).
- [7] S. Ohdachi *et al.*, Plasma Fusion Res. **14**, 3402087 (2019).
- [8] A. Iiyoshi *et al.*, Nucl. Fusion **39**, 1245 (1999).
- [9] R.R. Picard and R.D. Cook, J. Am. Stat. Assoc. **79**, 575 (1984).
- [10] K. Tanaka *et al.*, Plasma Fusion Res. **2**, S1033 (2007).
- [11] N. Nakajima *et al.*, Fusion Sci. Technol. **51**, 79 (2007).
- [12] S. Ohdachi *et al.*, Nucl. Fusion **57**, 066042 (2017).
- [13] E.L. Lehmann and G. Casella. *Theory of point estimation* (Springer Science & Business Media, 2006).
- [14] N. Mizuguchi *et al.*, Nucl. Fusion **49**, 095023 (2009).
- [15] N. Saito, Appl. Comput. Harmon. Anal. **25**, 68 (2008).
- [16] Y. Suzuki *et al.*, Plasma Sci. Technol. **22**, 102002 (2020).