J. Plasma Fusion Res. Vol.99, No.8 (2023) 392-394

講座 今更聞けない!? 磁場閉じ込めプラズマの微視的不安定性

# 7．おわりに

# 7. Concluding Remarks

前山伸也
MAEYAMA Shinya
名古屋大学大学院理学研究科

（原稿受付：2023年7月6日）

## 7.1 講座のおさらい

本講座では，第2章で説明したジャイロ運動論的方程式を出発点とし，磁場閉じ込めプラズマ中の様々な微視的不安定性について導出した．学んだ微視的不安定性を**表1**にまとめてみよう．

第3章では，イオンLarmor半径スケールの微視的不安定性の代表例であるイオン温度勾配（ITG）不安定性について学んだ．静電近似および低周波揺動の下で電子密度応答は断熱近似され，イオンが不安定性の主な担い手となる．イオン温度揺動に対して，磁力線方向移流（$v_{\|}\hat{\boldsymbol{b}}\cdot\nabla$）による圧縮性が支配的な場合はスラブITG不安定性，磁場ドリフト（$\omega_{\mathrm{Di}}$）による圧縮性が支配的な場合はトロイダルITG不安定性と呼ばれ，イオン温度勾配を駆動源として揺動が成長し，波はイオン反磁性方向に伝搬する（**表1**第1，2行）．一方，電子Larmor半径スケールの短波長揺動を考えると，イオン密度応答はジャイロ平均効果により断熱近似され，ちょうどITG不安定性における電子とイオンの役割を入れ替えた電子温度勾配（ETG）不安定性が存在する（**表1**第3，4行）．多粒子種混合プラズマを考慮すると，不純物種による希釈や実効電荷数や温度比に比例した有限ジャイロ半径分極による安定化効果によって，ITGとETG不安定性では異なる多粒子種混合効果が現れる．

第4章では，電子の非断熱的応答として重要な捕捉電子の効果を評価した．捕捉電子のバウンス周波数より低周波の揺動$\omega\ll\omega_{\mathrm{be}}$を考えると，非断熱的電子分布関数の最低次応答はバウンス平均$\langle h_{\mathrm{e}\boldsymbol{k}_\perp}\rangle_{\mathrm{b}}$で記述される．衝突が小さく，電子歳差ドリフト$\langle \boldsymbol{v}_{\mathrm{De}}\rangle_{\mathrm{b}}$による圧縮性が不安定性を駆動する場合は無衝突捕捉電子モード（TEM）と呼ばれる（**表1**第5行）．一方，捕捉電子に対する実効的衝突抵抗が密度とポテンシャルの位相差を生み出し，揺動を成長させる場合には散逸性TEMと呼ばれる（**表1**第6行）．

第5章では，磁場揺動の効果を取り入れた解析を行った．イオンの運動に加え，磁力線平行電流を主に担う電子の磁力線方向運動も同時に扱う必要がある．ITG不安定性とシアAlfvén波の結合の度合いはベータ値により特徴づけられ，ベータ値が高くなるにつれて磁場の折り曲げ項の働きにより電磁的ITG不安定性が安定化することを示した．また，MHD極限として平行電場が打ち消される（$E_{\|}=0$）状況下での運動論的バルーニングモード（KBM）の分散関係を導いた．KBMは電子とイオンの全圧力勾配$\omega_{*\mathrm{p}}=\omega_{*\mathrm{pi}}-\omega_{*\mathrm{pe}}$によるMHD型の交換項$\hat{\omega}_{\mathrm{Di}}\omega_{*\mathrm{p}}>0$で駆動されるが，MHDバルーニングモードとは異なりイオン反磁性方向に伝搬する（**表1**第7行）．

第6章では，磁場揺動を伴う別の不安定性として，微視的テアリングモード（MTM）を説明した．特徴として，$\boldsymbol{B}\cdot\nabla=0$となる磁気中性点で固有関数が半径方向に急峻に変動する．その特性に合わせ境界層問題としての定式化を行い，磁気中性点近傍の内部領域では，衝突項を含むジャイロ運動論方程式に基づき電子の非理想MHD効果を評価した．その結果，電気伝導度にはCoulomb衝突に由来する時間依存する熱力項が現れ，電子温度勾配を駆動源として不安定性が成長することを示した．揺動の伝搬方向は電子反磁性方向であり，シア磁場中の磁気中性点で磁気島を作り，磁気面を破壊するテアリングパリティのモード構造を持つ（**表1**第8行）．

以上，本講座では，各種微視的不安定性の基本性質を説明したが，あくまでコアプラズマにおける典型例であることに注意が必要である．例えば，トロイダルITG不安定性は捕捉電子による非断熱応答を考慮すると成長率が増大する効果が知られる[1]．ETG不安定性については，比較的長波長揺動を考える場合には，イオン分極効果や電子表皮長程度の磁場揺動効果を考慮する必要が出てくる[2]．TEMについては，主な駆動源が密度勾配か電子温度勾配かによって電子・イオン温度比依存性が異なる[3]，非常に密度勾配が急峻な場合には実周波数がほぼゼロまたはイオン反磁性方向に伝搬することがあるなど[4]，その性質は多岐に渡る．衝突散逸を要する典型的なMTMとは異なり，トーラス配位においては無衝突極限でもMTMが不安定化することが複数報告されているがその機構は完全に理解されているとは言い難く[5]，最近ではスラブ配位においても電子の有限Larmor半径効果を考

*Graduate School of Science, Nagoya University, Nagoya AICHI, 464-8602, Japan*
*author's e-mail: maeyama.shinya.w6@f.mail.nagoya-u.ac.jp*

表1　微視的不安定性の性質の分類．第1列：不安定性の名前，第2列：本講座の対応する章，第3列：揺動が静電的（磁場揺動を無視）または電磁的，第4列：運動を主に担う粒子が電子（e）またはイオン（i），第5列：駆動源が密度勾配（$\nabla n$），温度勾配（$\nabla T_s$）または圧力勾配 $\nabla p=\nabla\Sigma_s nT_s$＋揺動の成長に不可欠なダイナミクス，第6列：揺動の磁力線垂直方向波長（$\sim k_\perp^{-1}$）がイオンLarmor半径（$\rho_{\mathrm{ti}}$）または電子Larmor半径（$\rho_{\mathrm{te}}$）程度，第7列：波の伝搬方向がイオン反磁性（$\omega_{*\mathrm{i}}$）または電子反磁性（$\omega_{*\mathrm{e}}$）方向，第8列：揺動のパリティがバルーニングパリティ（ball.）またはテアリングパリティ（tear.）．ただし，あくまでコアプラズマにおける典型例であることに注意．

| 不安定性 | 章 | 電磁 | 主粒子 | 駆動源 | 空間スケール | 伝搬方向 | パリティ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| スラブITG | 3，5 | 静電, 電磁 | i | $\nabla T_{\mathrm{i}}$＋磁力線方向圧縮性 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{i}}$ | ball. |
| トロイダルITG | 3，5 | 静電, 電磁 | i | $\nabla T_{\mathrm{i}}$＋磁場ドリフト圧縮性 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{i}}$ | ball. |
| スラブETG | 3 | 静電 | e | $\nabla T_{\mathrm{e}}$＋磁力線方向圧縮性 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{te}}$ | $\omega_{*\mathrm{e}}$ | ball. |
| トロイダルETG | 3 | 静電 | e | $\nabla T_{\mathrm{e}}$＋磁場ドリフト圧縮性 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{te}}$ | $\omega_{*\mathrm{e}}$ | ball. |
| 無衝突TEM | 4 | 静電 | i + e | $\nabla n$, $\nabla T_{\mathrm{e}}$＋電子歳差ドリフト | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{e}}$ | ball. |
| 散逸性TEM | 4 | 静電 | i + e | $\nabla n$，$\nabla T_{\mathrm{e}}$＋衝突抵抗 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{e}}$ | ball. |
| KBM | 5 | 電磁 | i + e | $\nabla p$＋MHD型交換項 | $k_\perp^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{i}}$ | ball. |
| MTM | 6 | 電磁 | e | $\nabla T_{\mathrm{e}}$＋時間依存熱力 | $k_r^{-1}\sim\rho_{\mathrm{te}}$, $k_\theta^{-1}\sim\rho_{\mathrm{ti}}$ | $\omega_{*\mathrm{e}}$ | tear. |

慮するとテアリングパリティETGに伴う無衝突磁気島生成が起こりうるとの報告もある[6]．いずれにしても，微視的不安定性の定量的な評価には数値解析が不可欠であると言える．

## 7.2　エントロピーバランス方程式から見る微視的不安定性

本講座の各章では，それぞれの微視的不安定性に応じた仮定や近似が導入された．こうした手続きは，ジャイロ運動論方程式に含まれる様々な運動から，注目したい個別の物理現象を抽出するために必要な技巧である．一方，摂動ジャイロ運動論方程式が常に満たす性質として知られるエントロピーバランス方程式の観点から，微視的不安定性を再度俯瞰してみよう．

摂動ジャイロ運動論的Vlasov方程式［第2章式(13)］に $T_s f_{s\boldsymbol{k}_\perp}^*/F_{\mathrm{M}s}$（ここで $f_{s\boldsymbol{k}_\perp}=-e_s\langle\phi_{\boldsymbol{k}_\perp}\rangle_s F_{\mathrm{M}s}/T_s+h_{s\boldsymbol{k}_\perp}$）をかけて速度空間積分および磁気面平均 $\langle\int\mathrm{d}v^3\rangle$ を行い，波数について和を取り，準中性条件とAmpére則［第2章式(15)，(16)］を用いると，以下のエントロピーバランス方程式を得る．

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_s S_s+W_{\mathrm{E}}+W_{\mathrm{M}}\right)=\sum_s\left(\frac{T_s\Gamma_s}{L_{\mathrm{n}s}}+\frac{Q_s-3T_s\Gamma_s/2}{L_{\mathrm{T}s}}+D_s\right).\tag{1}$$

ここで，

$$S_s=\left\langle\int\mathrm{d}v^3\,\frac{T_s|f_{s\boldsymbol{k}_\perp}|^2}{2F_{\mathrm{M}s}}\right\rangle,\tag{2}$$

$$W_{\mathrm{E}}=\left\langle\sum_s\frac{e_s n_s}{T_s}(1-\Gamma_{0s})\frac{|\phi_{\boldsymbol{k}_\perp}|^2}{2}\right\rangle,\tag{3}$$

$$W_{\mathrm{M}}=\left\langle\frac{k_\perp^2|A_{\parallel\boldsymbol{k}_\perp}|^2}{8\pi}\right\rangle,\tag{4}$$

$$\Gamma_s=\mathrm{Re}\left[\left\langle\int\mathrm{d}v^3\,f_{s\boldsymbol{k}_\perp}^*\boldsymbol{v}_\phi\cdot\nabla x\right\rangle\right],\tag{5}$$

$$Q_s=\mathrm{Re}\left[\left\langle\int\mathrm{d}v^3\,\frac{m_s v^2}{2}f_{s\boldsymbol{k}_\perp}^*\boldsymbol{v}_\phi\cdot\nabla x\right\rangle\right]\tag{6}$$

$$D_s=\mathrm{Re}\left[\left\langle\int\mathrm{d}v^3\frac{T_s h_{s\boldsymbol{k}_\perp}^*}{F_{\mathrm{M}s}}C_s\right\rangle\right]\tag{7}$$

はそれぞれ順に揺動エントロピー，分極による静電揺動エネルギー，磁場揺動エネルギー，乱流粒子輸送フラックス，乱流エネルギー輸送フラックス，衝突散逸であり，$\boldsymbol{v}_\phi=-icJ_0(k_\perp\rho_s/|\Omega_s|)\phi_{\boldsymbol{k}_\perp}\boldsymbol{k}_\perp\times\hat{\boldsymbol{b}}/B$，$\nabla\ln n_s=-\nabla x/L_{\mathrm{n}s}$，$\nabla\ln T_s=-\nabla x/L_{\mathrm{T}s}$ と置いた．

揺動エントロピーや電磁揺動エネルギーは正定値かつ揺動の2乗量であるため，揺動振幅が線形成長する場合 $f_{s\boldsymbol{k}_\perp}\sim e^{\gamma t}$ には，$\mathrm{d}/\mathrm{d}t(\sum_s S_s+W_{\mathrm{E}}+W_{\mathrm{M}})=2\gamma(\sum_s S_s+W_{\mathrm{E}}+W_{\mathrm{M}})>0$ である．衝突散逸はBoltzmannのH定理より負定値 $\sum_s D_s<0$ であるため，結局，揺動が不安定成長するには，勾配と輸送の積（$\Gamma_s/L_{\mathrm{n}s}$ や $Q_s/L_{\mathrm{T}s}$ など）が正となる必要があることがわかる．この事実は，第3章や第4章の揺動成長の模式図を見ると，密度・温度勾配を下る向きと輸送の向きが一致することと対応する．

この観点から**表1**を眺め直してみよう．まず，ITG不安定性は本質的に静電近似かつ断熱電子応答の下でも存在する不安定性であった．しかし，断熱電子 $f_{\mathrm{e}\boldsymbol{k}_\perp}=eF_{\mathrm{Ms}}\phi_{\boldsymbol{k}_\perp}/T_{\mathrm{e}}$ では密度揺動と静電ポテンシャル揺動が同位相であり，粒子輸送フラックスが生じない（$\Gamma_{\mathrm{e}}=\Gamma_{\mathrm{i}}=0$）．このため，ITGの本質的駆動源として働くのはイオン温度勾配項 $Q_{\mathrm{i}}/L_{\mathrm{Ti}}$ のみであることが確認できる．この状況は断熱的イオン応答の仮定がよく成立するETG不安定性についても同様であり，ETG不安定性の本質的駆動として働くのは電子温度勾配項 $Q_{\mathrm{e}}/L_{\mathrm{Te}}$ となる．一方，TEMについては，電子は磁気ミラー捕捉による非断熱的応答をしており，イオンについても反磁性ドリフトに伴う非断熱的応答をするため，密度揺動と静電ポテンシャル揺動間に位相差が生じ，粒子輸送フラックスが生じ得る．このため，捕捉電子モードは温度勾配のみならず，密度勾配によっても駆動されうる（例えば，文献[4]のFig. 5(a)では，密度勾配のみによって駆動されるTEMに対し，イオンの非断熱応答を人為的に減らしていくとTEMが安定化される様子が示されているが，これはエントロピーバランスの観点からは自明と言えよう）．散逸性TEMやMTMでは衝突の効果が不安定性の発生に重要であったが，揺動の駆動源という意味では衝突散逸（$\sum_s D_s<0$）は寄与せず，あくまで揺動間位相差を衝突が変化させることにより，密度・温度勾配による駆動を誘

発していると解釈できる．

本講座では扱わなかったが，帯状流についてもジャイロ運動論方程式で記述することができる[7,8]．帯状流は流れの向きが磁気面に沿う（$\boldsymbol{v}_\psi\cdot\nabla x=0$）ため輸送フラックスを生じず，加えて無衝突極限を考えると，$\mathrm{d}/\mathrm{d}t(\sum_s S_s+W_\mathrm{E}+W_\mathrm{M})=0$という保存則が成り立つ．例えば，時間振動する帯状流である測地音響モード（Geodesic acoustic mode，GAM）の無衝突Landau減衰により，ポテンシャル揺動が減衰する$\mathrm{d}/\mathrm{d}t(W_\mathrm{E}+W_\mathrm{M})<0$といった機構は，同時に速度空間における速度分布関数の微細構造を作り出し，揺動エントロピーを増大させる$\mathrm{d}/\mathrm{d}t(\sum_s S_s)=-\mathrm{d}/\mathrm{d}t(W_\mathrm{E}+W_\mathrm{M})>0$ということがわかる．

以上の様に，個々の微視的不安定性のダイナミクスがエントロピーバランス方程式という摂動ジャイロ運動論方程式の持つ普遍的性質と矛盾せず解釈できることが確認できる．

## 7.3 まとめにかえて

磁場閉じ込めプラズマの乱流輸送現象について研究すると，ITG，ETG，TEM，KBM，MTMなどと，様々な微視的不安定性が登場する．それらはどんな特徴があるのだろう？一度は自分の手でも導出してみたいけどできるかな？そんな初学者の声に多少なりとも答えたいと思い，本講座では，「1つの記事で1つの微視的不安定性の線形分散関係を導出する」「ジャイロ運動論に基づいた統一的な記述を用いることで，一貫して学べる」ことを目標とした．導出の一助となるように，途中計算を補完したノートも学会ホームページで公開した[9]．ぜひ一度，紙と鉛筆を片手に自分で式変形しつつ，近似や仮定の妙や，そぎ落とされた副次的効果，および残された本質的物理過程は何か，味わいながら本講座の記事を読み直してみてほしい．最後に，お忙しい中執筆の時間を取っていただき，内容のすり合わせにご尽力いただいた執筆者の皆様に深く感謝いたします．

## 参 考 文 献


[1] Y. Chen *et al.*, Nucl. Fusion **43**, 1121 (2003).
[2] S. Maeyama *et al.*, Phys. Plasmas **28**, 052512 (2021).
[3] A. Casati *et al.*, Phys. Plasmas **15**, 042310 (2008).
[4] J.Y. Kim and H.S. Han, Phys. Plasmas **24**, 072501 (2017).
[5] I. Predebon and F. Sattin, Phys. Plasmas **20**, 040701 (2013).
[6] C. Geng *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **62**, 085009 (2020).
[7] 洲鎌英雄：プラズマ・核融合学会誌 **81**, 993 (2005).
[8] 渡利徹夫：プラズマ・核融合学会誌 **81**, 998 (2005).
[9] プラズマ・核融合学会誌ホームページ https://www.jspf.or.jp/journal/koza.html