



解説

新しい準光学理論に基づいた光線追跡法の紹介とその展望

Introduction of Ray Tracing Method Based on Novel Quasioptical Theory and its Prospect

柳原 洸太

YANAGIHARA Kota

量子科学技術研究開発機構

(原稿受付：2021年12月16日)

幾何光学における光線追跡法は核融合プラズマ分野において波動ビームの記述に応用され、波動加熱の予測や実験解析の高精度化に動機づけられて準光学的な光線追跡法へと拡張された。本解説記事では光線追跡法全般の概説と、新しい準光学理論及びそれに基づき開発したPARADEコードの紹介、そしてPARADEが記述する波動ビームの振る舞いがプラズマ実験とも定性的に一致することを示す。さらに準光学的手法に今後期待される他分野への波及、更なる拡張をめざした理論研究についても紹介する。

Keywords:

ray tracing, quasioptical ray tracing, refraction, diffraction, mode conversion, dissipation, caustic, electron cyclotron wave, optical vortex.

1. 光線追跡法

波の非一様な媒質中における振る舞いは、長い年月をかけて理解が進められてきた興味深い問題であり、光線追跡法とは、この問題に解を与える一つの方法である[1, 2]。着目する波の波長 λ (=波の位相の空間変化のスケール)が、媒質の空間変化のスケール L に比べて十分に短いとき、その媒質は波のスケールから見て局所的に十分に様とみなすことが許され、着目する波が平面波であることを仮定すると、その波の伝搬は波が今励起されている局所的な位置 x とその位置における波数 $k(x)$ の関係だけで決定される。これは λ と L の比で定義される幾何光学パラメータ $\epsilon = \lambda/L$ が無小に近づく極限 $\epsilon \ll 1$ において、波動の伝搬が光線の軌道に置き換えられることを説明しており、まさに幾何光学近似として知られる操作そのものである。媒質がいかなる空間非一様性を有していても、その中を伝搬する光線の軌道はフェルマの原理を満足する経路として決定され、幾何光学的な光線追跡法はこの経路を与える。

ここで対象となる媒質には当然プラズマも含まれる。プラズマの振る舞いの理解にはその中を伝搬する波の考察が重要な役割を果たしてきた[3, 4]。積極的利用としても核融合プラズマの加熱[5, 6]やその中に流れる電流の駆動[7, 8]、それらを駆使したプラズマ制御[9]など波の演じる役割は幅広く、その高精度な記述は核融合プラズマの理解にとっても重要な意味を持つ。そして光線追跡法は核融合プラズマ分野において、幾何光学近似に適した短波長の波を用いる低域混成共鳴加熱や電子サイクロトロン放射計測、中でも特に電子サイクロトロン共鳴加熱 (ECRH) の

記述を目的として大きく発展してきた[10-24]。非一様非等方媒質中における波動の伝搬を評価する方法として最も正確なのは3次元全波解析であろう。しかし、例えば ECRH で用いる電磁波の波長は数 mm であるのに対し、核融合プラズマ閉じ込め装置のサイズは数 m に及ぶ。これを実空間 3次元で全波解析するにはあまりに膨大な計算資源が必要となり、現代の計算機による処理でも、特に広範囲なパラメータ・サーベイや実験解析・予測において実用的でない。そこで核融合プラズマの空間変化スケールを数 cm~10 cm 程度と見積もった場合、 $\epsilon \ll 1$ より幾何光学近似が成立することに着目し、光線追跡法を応用することで現実的な計算資源での波動の記述が可能となった。そして今日に至るまで、ECRH の予測評価には光線追跡法、すなわちハミルトン形式の光線方程式 (後述) で波動の伝搬を高速に記述し、伝搬経路に沿った一次元輻射方程式でパワー収支を簡便に評価する枠組み[10-13]が最も現実的な手法として広く用いられてきた。本記事ではこの経緯に倣い、ECRH への応用を念頭に置いた幾何光学的な光線追跡法、そしてその発展である準光学的な光線追跡法の解説を行う。ただし本解説記事で紹介する新たな準光学理論は任意の非一様媒質における波長の短い波全てに適用可能な一般的な枠組みである。後述の準光学近似が成立する限り、あらゆる問題への応用が期待でき、ECRH 以外にももっと幅広い適用先が広がっていることも最後に紹介する。

2. 準光学的な光線追跡法

2.1 準光学に至る経緯

幾何光学的な光線追跡法では波動場の全てを考慮する一般的な波動方程式を、幾何光学近似というフィルタを通すことで、主となる平面波成分の位相のみに着目するハミルトン形式の光線方程式に帰着させる。この大胆な単純化が計算コストの大幅削減をもたらす反面、光線周りの波束の情報は失われる。例えば偏波が無視されるために扱える波は単一モードに限定され、回折が無視されるために波動場の有限な広がりを正確に記述することが叶わなくなった。これらの不正確性は ECRH の評価にも影響を与えるため、幾何光学的な光線追跡法よりも高精度でありながら全波解析よりは十分に省計算資源な、双方の中間に位置付けられる手法として、準光学的な光線追跡法[14-24] は提案された。慣例的には回折を導入した光線追跡法全般を一括りに準光学的な手法と呼ぶが、異なるアプローチで導かれた様々な準光学的な手法には得失関係が存在する(表1)。以下、各準光学的な手法について概説する。まず最も有名なのは Beam tracing[14, 15] であろう。Beam tracing では求める波動場の構造をガウスビームに限定することで、波動方程式を光線方程式と、ガウスビームを特徴付けるビームの幅、波面の曲率等の様々なパラメータについての方程式群に帰着させる。なおガウスビームを仮定すること自体が回折の導入の言い換えである。導かれる全ての方程式が常微分方程式で構成されていることから高速計算を得意とする反面、ガウスビーム構造の崩れを扱うことはできない。次に Complex eikonal[16, 17] は着目する波の位相を複素位相に拡張することで光線方程式に補正項を導入し、その補正項を求める追加方程式を別で解く。位相項への虚部の導入が回折の導入を意味する拡張であるが、追加された方程式が偏微分方程式であることから Beam tracing ほどの高速計算は期待できない。そして Schrödinger type[18-20] では着目する波の振幅を時空間に依存して緩やかに変化する任意のスカラー複素振幅に拡張し、波動方程式を光線方程式と、複素振幅に対する偏微分方程式に帰着させる。これまでに挙げた手法の中では最も全波解析に近く、多少の計算時間を要する代わりに任意の構造のビームを記述することができる。散逸と回折の相互作用まで考慮できるため、空間的に非一様な散逸によって波面の構造が崩れたビームの発展も評価することができる。最後に eXtended Geometrical Optics (XGO) [21-24] が本記事で解説する最も有望な準光学的な手法である。Schrödinger type をベクトル複素振幅に拡張したような手法で、数ある準光学的な手法の中

表1 幾何光学的な光線追跡法、様々な準光学的な手法、全波解析の得失関係。

	屈折	回折	散逸	偏波	分布	速度	精度
Ray tracing	◎	×	○	×	×	速	低
Beam tracing	◎	○	△	×	GB	↑	↓
Complex eikonal	◎	○	△	×	GB		
Schrödinger type	◎	○	○	×	任意	↑	↓
XGO	◎	○	○	○	任意		
Full wave	◎	◎	◎	◎	任意		

で唯一偏波性の導入に成功したことでモード混合ビーム及びモード変換の記述が可能となっている。次節ではこの XGO について概説する。

2.2 新しい準光学理論

波動場 E に対する線形方程式は、分散演算子 \hat{D} を用いて

$$\hat{D}E = 0, \tag{1}$$

のように書ける。 E にはアイコナル形式 $E = \exp[-i\omega t + i\theta(x)]\psi(x)$ を仮定し、簡単のために周波数 ω の定常状態とする。ここで実スカラー関数 $\theta(x)$ は急峻に変化する位相を表し、複素ベクトル関数 $\psi(x)$ は緩やかに変化する波束を表す。波数 $k = \nabla\theta(x)$ は位相の空間変化によって、波長 $\lambda = 2\pi/|k|$ はその逆数で定義される。ここで準光学パラメータ $\epsilon_{\parallel}, \epsilon_{\perp}$ を以下のように導入する。(従来の幾何光学パラメータ ϵ は ϵ_{\perp} に対応。)

$$\epsilon_{\parallel} \doteq \lambda/L_{\parallel}, \quad \epsilon_{\perp} \doteq \lambda/L_{\perp}, \quad \epsilon_{\parallel} \sim \epsilon_{\perp}^2 \ll 1, \tag{2}$$

L_{\parallel} はビーム進行方向に沿った波束のスケール、 L_{\perp} はビーム進行方向に垂直な波束のスケール(およそビーム幅のスケール)を表し、媒質のスケールは L_{\parallel} と同程度以上の長さとする。(1)式の分散演算子を波動場の位相項にのみ作用させて整理すると、(1)式は波束に対する線型方程式に書き換えられ、さらに ϵ_{\perp} について3次以上の高次項を落とすことで、結果的に以下のように表される。

$$D\psi + \hat{L}\psi = 0. \tag{3}$$

ϵ_{\perp} について0次だけを残す幾何光学近似に対し、準光学近似では2次まで残すことで波動性、つまり波束の発展を表す演算子 $\hat{L} = \mathcal{O}(\epsilon_{\perp}, \epsilon_{\perp}^2)$ (具体的な表式は[21-24]) が導入されている。また行列 $D = D_H + iD_A$ は一様媒質の分散行列に相当し、ここでは

$$D_H = \mathcal{O}(1), \quad D_A \leq \mathcal{O}(\epsilon_{\perp}), \tag{4}$$

を満足するものとする。(添字の H はエルミート部, A はアンチエルミート部を表す。) 一様媒質にプラズマを仮定すると

$$D_H(x, p) = (c/\omega)^2 [pp - (p \cdot p)I] + \epsilon_H(x, p), \tag{5}$$

$$D_A(x, p) = \epsilon_A(x, p), \tag{6}$$

と具体的に表すことができる[21]。ここで I は単位行列、 ϵ は誘電率テンソル、 p は任意の波数ベクトルである。なお θ によって具体的な意味を持つ k と p は区別される。

(4)式より分散行列のうち支配的なのはエルミート部分である。よって以降の取り扱いを容易にするため、ここでは D ではなく D_H を元に固有モードを定義し、各固有モードの直交性を保証する。具体的には固有方程式 $D_H \eta_s = \Lambda^s \eta_s$ を満たす Λ^s が固有値、 η_s が固有ベクトルで、添字 s はそれらが属する固有モードを表す。直交する η_s を基底に選ぶと ψ はそれらの線型結合

$$\psi = \eta_0 a^0 + \eta_x a^x + \eta_3 a^3, \quad a^s = \eta_s^+ \cdot \psi, \tag{7}$$

に分解できる。ここではイメージを助けるために具体的な

プラズマ中の電磁波モード O, X を添え字に選び、残りの 3 つ目のモードは O, X の両方に直交する縦波モードである。固有ベクトル η_o, η_x, η_z はそれぞれのモードの偏波ベクトルに対応し、複素係数 a^o, a^x, a^z はそれぞれのモードの複素振幅を意味する。本枠組においてモード変換とは実験室系で定義されたベクトル複素振幅 ϕ の固有状態 η_s への写像 a^s の発展として理解される。励起され得る O, X モードがほとんど縮退し、縦波モードは有意に励起されない状況を考えて

$$a^o = \mathcal{O}(1), a^x = \mathcal{O}(1), a^z = \mathcal{O}(\epsilon_\perp), \quad (8)$$

のようにオーダリングできて、固有モード空間において有意な大きさを持つ 2 次元ベクトル複素振幅

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a^o \\ a^x \end{pmatrix}, \quad (9)$$

が定義できる。これに対応し、偏波ベクトルを並べた 3×2 の偏波行列 $\Xi = (\eta_o, \eta_x)$ 及びその共役転置 Ξ^+ を定義すると、以下のように分散行列は対角化できる。

$$\Lambda \doteq \Xi^+ \mathbf{D}_H \Xi = \begin{pmatrix} \Lambda_o & 0 \\ 0 & \Lambda_x \end{pmatrix}. \quad (10)$$

ここで $\det \mathbf{D}_H = \Lambda_o \Lambda_x \Lambda_z$ であることを考えると、従来から広く使われてきた分散関係 $\det \mathbf{D}_H = 0$ というのは $\Lambda_o = 0$ か $\Lambda_x = 0$ に由来していたことがわかる。つまり (10) の対角成分の固有値は、それぞれのモードに対する分散関数としての意味を持つ。これら 2 つの分散関数はそれぞれのモードに対する 2 本の光線軌道を与えるが、我々が今興味を持っている励起し得る O, X モードがほとんど縮退する状況、つまり Λ_o, Λ_x の両方がほとんど 0 の状況では、これら 2 本は非常によく似た軌道を描く。そこでこれら 2 本の間を通る軌道を参照光線と定義すると、その軌道は以下のハミルトン形式の光線方程式によって記述することができる。

$$\frac{d\mathbf{X}}{d\zeta} = \frac{1}{V_*} \frac{\partial H_*}{\partial \mathbf{K}}, \quad \frac{d\mathbf{K}}{d\zeta} = -\frac{1}{V_*} \frac{\partial H_*}{\partial \mathbf{X}}. \quad (11)$$

\mathbf{X}, \mathbf{K} は光線の位置と波数ベクトル、 ζ は光線の進行方向に沿った距離、 $V_* = |\partial H_* / \partial \mathbf{K}|$ は光線の群速度を表し、ハミルトニアンは $H_* = c_o \Lambda_{*o} + c_x \Lambda_{*x}$ で定義される。任意係数 c_o と c_x は自由に選ぶことができるので、ここでは

$$H_* \doteq \frac{1}{2} (\Lambda_{*o} + \Lambda_{*x}), \quad (12)$$

を選ぶ。なお添え字の $*$ はその値が参照光線の軌道上で評価されたことを明示するために導入してある。また参照光線と併せて光線座標 $\{\zeta, \bar{\rho}^1, \bar{\rho}^2\}$ を導入する。 $\bar{\rho}^\sigma$ は光線の進行方向に対して垂直水平な方向に沿った距離で、対応する直交基底を $\bar{\mathbf{e}}_{*\sigma}$ とおくと、実験室系の座標とは

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}(\zeta) + (\bar{\mathbf{e}}_{*1} \bar{\rho}^1 + \bar{\mathbf{e}}_{*2} \bar{\rho}^2) \quad (13)$$

の関係で対応付けできる。

さて、我々が最終的に満足すべきは (3) 式だが、参照光線の軌道上では $\mathcal{O}(1)$ の $H_* = 0$ が常に満足することを利用すると、(11) 式を用いて追跡した参照光線位置の先々で満たす必要があるのは、残された高次の関係式

$$\mathbf{M}_* \mathbf{a} + i \Xi_*^+ \mathbf{D}_A \Xi_* \mathbf{a} + \Xi_*^+ \hat{\mathcal{L}} \Xi_* \mathbf{a} = 0, \quad (14)$$

のみである。ここで $\mathbf{M}_* = \Lambda_* - H_* \mathbf{1}$ は参照光線と実際の光線位置での分散の差を表す。(14) を整理 (具体的な計算は [21-24]) し、変数変換 $\phi = (\sqrt{V_*}) \mathbf{a}$ を施すことで Schrödinger 型の準光学ベクトル偏微分方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{1}{V_*} \left[-i (\tilde{\mathbf{L}}_{* \sigma \bar{\sigma}} \bar{\rho}^\sigma \bar{\rho}^{\bar{\sigma}} + \tilde{\mathcal{M}}_{* \sigma} \bar{\rho}^\sigma + \mathbf{M}_* - U_*) \phi + \mathbf{\Gamma} \phi + \frac{1}{2} \tilde{\Phi}_{* \sigma \bar{\sigma}} \bar{\rho}^{\sigma \bar{\sigma}} \phi - (\bar{\mathbf{u}}_*^\sigma + \bar{\rho}^\sigma \bar{\rho}^{\bar{\sigma}}) \partial_\sigma \phi - \frac{\bar{\rho}^{\sigma \bar{\sigma}}}{2} \phi \right] \quad (15)$$

が得られる。従来のあるゆる準光学理論では着目するモードを一つに限定して定式化が進められていたが、XGO では複素振幅ベクトル \mathbf{a} 、偏波行列 Ξ 、固有値行列 Λ を導入することによって 2 つ以上のモードが混在する場合に適用可能な新たなベクトル方程式が導かれた。(11) 式で得た軌道に沿って (15) 式を解くことで、波動方程式 (1) の準光学近似式 (3) を満足する任意のベクトル波動場の発展が記述される。 ∂_σ は $\partial_\sigma = \partial / \partial \bar{\rho}^\sigma$ を意味し、(15) 式右辺の各係数は分散行列 \mathbf{D} から導かれるが、具体的な表式は [21] に譲り、ここでは各係数の中でも重要なものについてその物理的意味を説明する。 $\tilde{\mathbf{L}}_{* \sigma \bar{\sigma}}$ は参照光線とそこから離れた位置での分散関係の差を補正するために導入された項である。 U_* はモード間の相互作用を表し、まさにモード変換を記述する項である。 $\tilde{\Phi}_{* \sigma \bar{\sigma}}$ は回折を、 $\mathbf{\Gamma}$ は散逸を記述する項で、これらが同じ方程式中に含まれることによって非一樣散逸によって波面の構造の崩れゆく波動場の発展が記述できる。そして $\bar{\mathbf{u}}_*^\sigma$ がモードの縮退が解けていく過程で生じるビームのスプリット伝搬を記述する項である。今回は説明のために O, X モードの混在に限って議論を進めたが、3 つ全てのモードが混在する状況や、従来と同じ 1 つのモードだけしか励起されない状況についても同様に定式化することが可能で、もちろんプラズマ以外の媒質にこの枠組みを適用することも可能である。

3. 準光学光線追跡コード PARADE

3.1 拡張された様々な効果の記述及びその妥当性の検証

前章で概説した新しい準光学理論 XGO に基づき、準光学光線追跡コード PARADE (PARaxial RAY DEscription) [22-24] は開発された。ここでは PARADE を用いた単純な系でのシミュレーションをいくつか紹介し、幾何光学的な光線追跡法あるいは従来 of 準光学的な光線追跡法から、XGO において拡張された 4 つの効果を確認する。

初めに PARADE と従来法によるシミュレーションを波動ビームの有限幅に着目して比較する。媒質には x 軸方向に密度と磁場強度の勾配 (具体的な分布は [22] 参照) を持つコールドプラズマのスラブモデルを仮定し、参照光線の

初期入射位置は $(x, y, z) = (0.1, 0.0, 3.0)$ m, 初期波数の向きを決めるための照準位置は $(x, y, z) = (3.1, 0.0, 0.0)$ m, 複素振幅の初期分布には焦点距離 1.5 m, ウェストサイズ 0.027 m のガウスビーム [22] を仮定した. PARADE による波動ビーム (X モード, 77 GHz) の伝搬を示したのが図 1 (a) である. 回折を考慮したビームは伝搬経路の全てに渡って有限の幅を保持していることがわかる. 比較対象として図 1 (b) に示すのは, 従来よく用いられている, 幾何光学的な光線追跡法による光線を複数本並べて有限幅を模擬する手法で評価した結果である. このモデルではそれぞれの光線が回折を無視して独立に伝搬するため, ビームが最もくびれる焦点付近では光線群が交差し, 焦点距離も PARADE と比べて長く見積もられていることがわかる. このように, 準光学的な光線追跡法は従来法の問題点を波動分布の高精度記述によって解決し, ECRH への適用の際にはプラズマの電力吸収分布の評価改善に寄与する [14-20, 22].

次に共鳴磁場に空間的な構造を持つ散逸性媒質において, エネルギー吸収されながら伝搬する波動ビームの振る舞いを確認する. 媒質の分散にはエルミート部 (伝搬を記述) にコールドプラズマ, アンチエルミート部 (散逸を記述) にホットプラズマモデルを採用し, 散逸の非一様性を考慮できる PARADE と考慮しない従来の準光学的手法による結果を比較した. 単純化するために媒質の密度, 温度, 磁場の向きは一定とし, 磁場強度にのみビーム断面方向に非対称な空間分布を仮定した (具体的な値は [24] 参照). 図 2 (c) に磁場強度の等高線 (緑線), 及び共鳴磁場の構造 (赤線) を示す. 参照光線は原点から x 軸に沿う方向に入射し, 複素振幅の初期分布には焦点距離 1.5 m, ウェストサイズ 0.04 m のガウスビームを仮定した. 図 2 (a) に示すのは, 参照光線の伝搬に沿った各位置における, 波動ビーム (O モード, 100 GHz) の強度 $|a^\circ|^2$ の垂直水平断面分布である. $\zeta = 1.5$ m ほど伝搬したあたりで基本波共鳴層がビーム

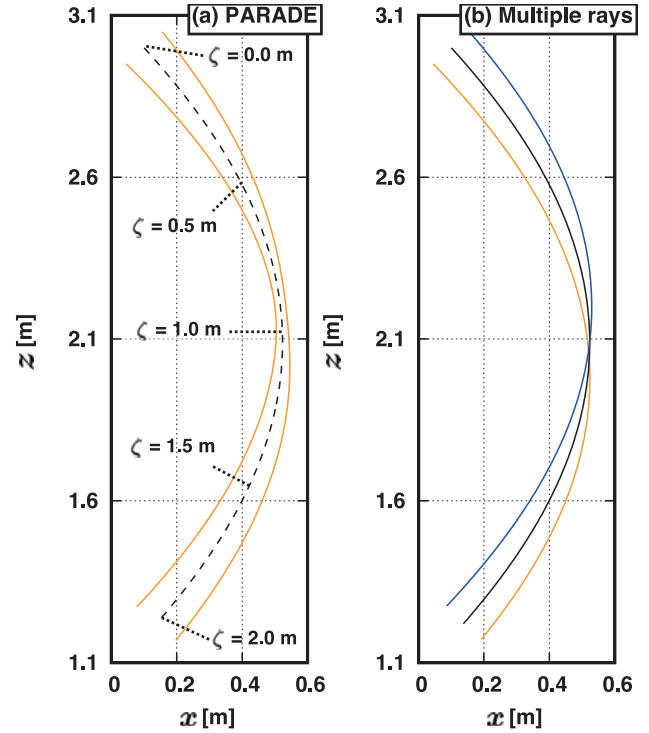


図 1 (a) : コールドプラズマスラブ中で曲がりゆく波動ビーム (X モード) の PARADE による計算結果. 破線が参照光線の軌道, 実線がビーム幅を示す. (b) : (a) と同様の波動ビームを複数本の光線で模擬計算した結果 (従来法). 各光線は独立に伝搬, 交差する. [22] より引用.

の片側 (+ $\hat{\rho}^1$ 側) に強く影響することで強度分布は大きく偏って減衰し, その後は左右非対称な分布を形成して伝搬を続けていることがわかる. 同計算について, 図 2. (b) に示すように非一様散逸を考慮する PARADE によるビーム幅 (青線) は基本波共鳴層近傍において上下非対称 (図 2. (a) の左右非対称に対応) に偏って減衰することでビーム幅が狭まり, 結果その後の伝搬においては回折による影響が従来法 (橙線) より強く現れ, ビーム幅が大きく広がる

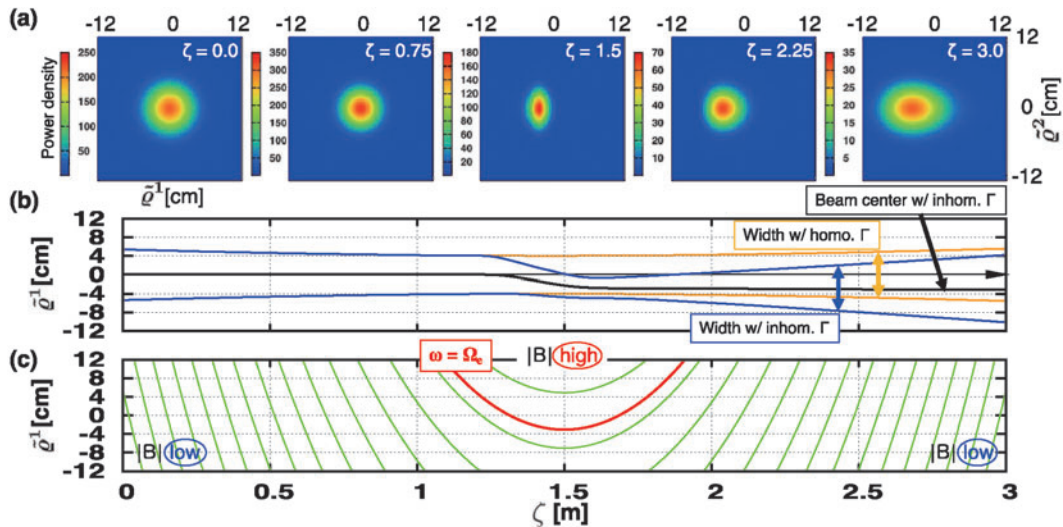


図 2 (a) : 共鳴領域を部分的に通過する波動ビームの, 参照光線の伝搬に沿った各位置 ($\zeta = 0.0, 1.0, 1.5, 2.5, 3.0$ m) における, PARADE による強度 $|a^\circ|^2$ の垂直水平断面分布. (b) : ビームの幅とビーム強度分布の重心位置の発展. 青線が PARADE, 橙線が従来法によるビーム幅. 黒線が PARADE によるビーム強度分布の重心位置の軌道で黒矢印は参照光線の軌道. (c) : 仮定した磁場強度の等高線. 赤線は入射波が基本波共鳴を生じる磁場強度. [24] より引用.

様子が記述されている。PARADEによるビーム強度分布の重心位置の軌道（黒線），つまり非一様散逸の導入によって補正された実際の光線軌道も $-\hat{\rho}^1$ 側にシフトし，従来法の黒矢印から修正されていることがわかる。そして，この伝搬軌道の変化によってプラズマに吸収される波動パワーの総量にも変化が現れる[24]。波面の構造を限定し，散逸の非一様性を考慮しない従来の準光学的手法では扱えなかった散逸と伝搬の相互作用は，ここで示した通り，回折と非一様散逸を同時に考慮し，任意の強度・位相分布を持った波動ビームを扱える新しい準光学的手法によって記述可能になった。ECRHへの応用面においても，この散逸記述の高精度化はプラズマの波動加熱吸収分布の評価改善に寄与することが期待される。

従来の準光学的手法とは異なり，PARADEはモード混合ビームを評価することができる。低密度プラズマにおいて，磁気シアが引き起こすOXモード変換によってモードの割合が変化する波動ビーム[23, 25-29]をPARADEで評価し，1次元全波解析[26]との比較によってその妥当性を確認した。媒質には z 軸方向に沿って密度勾配と磁気シアを伴うコールドプラズマのシアスラブモデル（具体的な構造は[23]参照）を仮定し，参照光線もそれらと同じ方向に原点から入射する。このとき入射ベクトル複素振幅の偏波角は $(\alpha, \beta) = (35.0^\circ, 10.0^\circ)$ ，周波数は77.0 GHzとした。図3(e)の実線より，伝搬にしたがいOとXの混合比が逆転していることが読み取れる。これは伝搬に沿って入射波の偏波状態そのものが変化していること[図3(d)の実線]，そして固有モード空間に写像する基準となる磁場ベクトルそのものがシアによって変化していること[図3(b)の実線]の2つが理由である。実線はPARADE，破線は1次元全波解析による結果を示しており，両者はよく一致していることからPARADEのモデルが妥当であることが確認できる。低密度の周辺プラズマを通過してコプラ

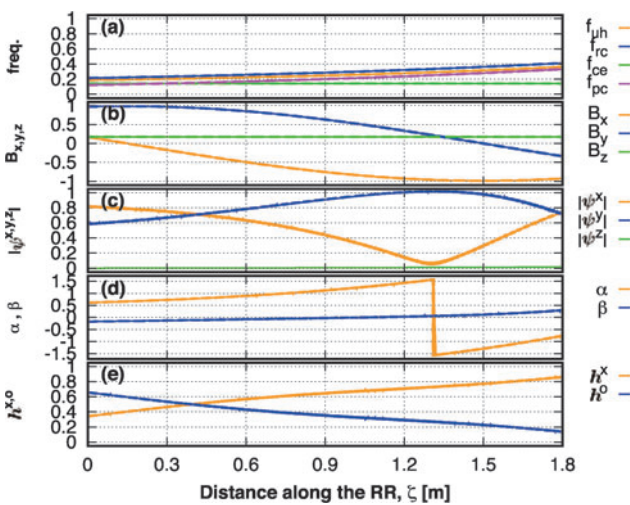


図3 モード混合ビームの伝搬に沿った諸パラメータの発展。実線がPARADE，破線が1次元全波解析によるシミュレーション結果で，両者はよく一致している。(a)：参照光線上で評価した各種特徴的周波数。(b)：自身の磁場強度 $|\mathbf{B}|$ で規格化された磁場の各成分。(c)：参照光線上のベクトル波束の各成分の絶対値。(d)：偏波角。(e)：励起されたO, X各モードの割合。[23]より引用。

ズマに入射する波動ビームのモード純度を評価し，入射偏波状態の最適化に用いることで，ECRH効率の向上，迷光の低減が期待できる[29]。

低密度領域で励起されたモード混合ビームは，密度の上昇に伴って各モードの縮退が解けるにしたがい，各モード成分の伝搬経路にも分裂が見え始め，最終的にはそれぞれ単一モードのビームとして振る舞うと考えられる。PARADEはこのような複数モードを含む波動ビームの分裂伝搬も記述できることを示す。媒質には x 軸方向に密度と磁場強度の勾配（具体的な分布は[23]参照）を持つコールドプラズマのスラブモデルを，モード混合ガウスビーム(77 GHz)の初期入射偏波角には $(\alpha, \beta) = (10.0^\circ, 30.0^\circ)$ を仮定し，参照光線を原点から照準位置 $(x, y, z) = (1.0, 0.0, 0.2)$ mに向けて入射した。図4は，参照光線の伝搬に沿った各位置での，モード混合ビームの振幅 $|a|$ の垂直水平断面分布である。PARADEは1本の参照光線に沿って2つのモードの複素振幅分布の発展を同時に解くが，O, Xモードが重なった元の分布が伝搬に伴い徐々にOとXの2つに分裂する様子が記述できていることがわかる。

3.2 核融合プラズマ装置における評価への適用

前節で示したように幾何光学的な光線追跡法及び従来の準光学的手法に対して様々な優位性を持つPARADEは，幾つかの核融合プラズマ装置に既に実装され，実験の解析や予測評価に利用されている[29-31]。ここではその中でも大型ヘリカル装置LHDで実施されたターゲット板実験との直接比較について紹介し，PARADEコードの実験的妥当性を確認する。

図5(a)に示すのは，ターゲット板実験の概念図である。入射アンテナはLHD真空容器の上側ポートに，グラファイトのターゲット板は下側ポートのアンテナに面する位置に設置した。アンテナからガウスビームとして入射された波動ビームはプラズマを通過して伝搬し，ターゲット板に到達する。なお波動ビーム(77 GHz)を完全にプラズマに吸収させずにターゲット板まで透過させるため，ここでは共鳴吸収が少ないOモード第2高調波になるよう，磁気軸のトロイダル磁場は1.375 T，入射偏波状態はOモードに接続するように選んだ。この条件でLHDにおける波動ビームの伝搬を，PARADEを用いてシミュレーションした結

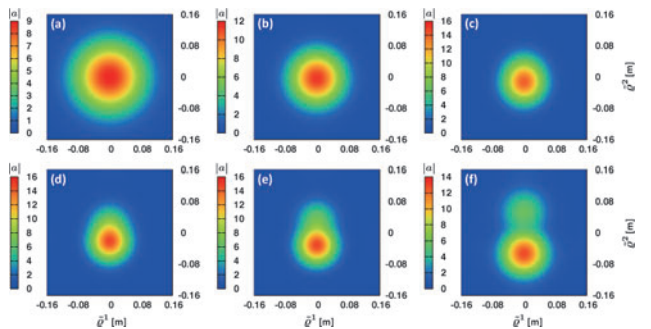


図4 コールドプラズマスラブ中で分裂伝搬を始めるモード混合波動ビームの，参照光線の伝搬に沿った各位置($\zeta = 0.0, 1.0, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0$ m)における振幅 $|a|$ の垂直水平断面分布。[23]より引用。

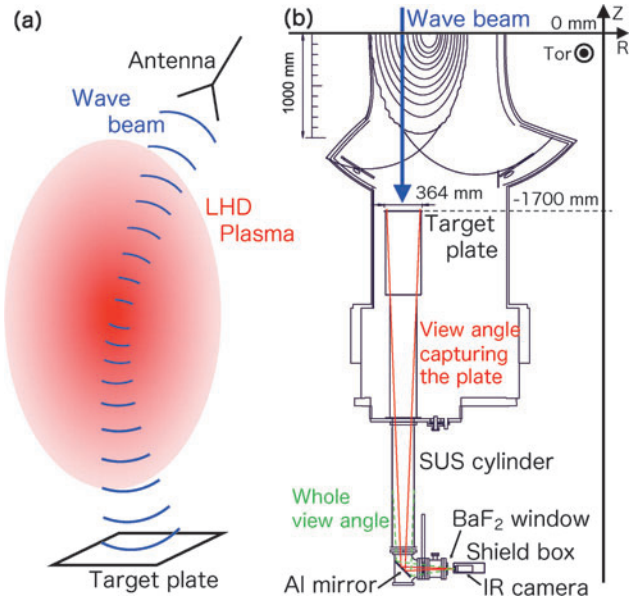


図5 (a)：ターゲット板実験の概念図。(b)：計測システムの概念設計図。[30]より引用。

果を図6に示す。プラズマを通過する過程で屈折、回折、散逸、モード変換を経験した波動ビームは、その電力分布を反映するようにターゲット板の温度を上昇させる。よってこの温度上昇分布をターゲット板の裏側から赤外線カメラで計測することで[図5(b)], PARADEによる電力分布のシミュレーション結果と直接比較することができる。

図7に示すのは、計測より得られたターゲット板の温度上昇分布[図7.(a1-4)]と、PARADEによるターゲット板上での電力分布のシミュレーション結果[図7.(b1-4)]である。図7.(a1-4)の温度上昇分布は図7.(b1-4)の電力分布よりも広がる傾向にあることがわかる。これはターゲット板における熱拡散の影響で実際に入射したビームの電力分布より広がった温度上昇分布が計測されることに起因する。楕円状に広がる分布の歪みの向きには違いが見られるものの、PARADEは分布が楕円状に広がる振る舞い自体は捉えることに成功している。またプラズマ密度が高いほど大きい電力吸収効率による影響を反映し、図7.(a1), (b1)から図7.(a4), (b4)にかけて密度が上がるほど、プラズマを透過してターゲット板上に到達する電力が減少する様子も再現できている。そして実験において真空時にはターゲット板のほぼ中心に位置する温度上昇分布のピーク[図7.(a1)]が、プラズマ密度の上昇にしたがって一

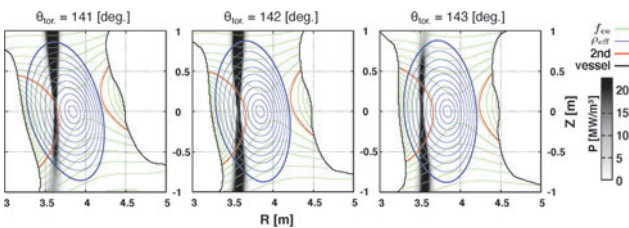


図6 入射ビームの電力分布及びLHDプラズマの磁気面、閉じ込め磁場、コールド共鳴磁場の、各種トロイダル角における断面図。[30]より引用。

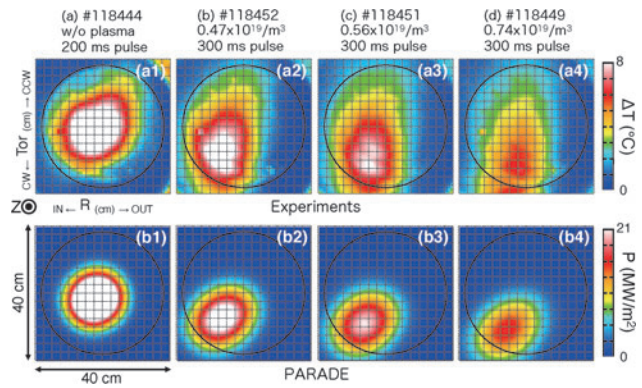


図7 (a1-4)：ターゲット板の温度上昇の実験計測結果のプラズマ密度依存性。(b1-4)：PARADEによるターゲット板における波動ビームの電力分布のプラズマ密度依存性。PARADEと実験は定性的に一致している。[30]より引用。

且左下にシフト[図7.(a2)]し、そこから更に右下に移動していく様子[図7.(a3), (a4)]も再現[図7.(b1-4)]しており、総じてPARADEはターゲット板実験の主な傾向を定性的に再現できている。さらに従来の準光学的な手法では考慮されなかったモード混合と非一様散逸によって、シミュレーション結果が計測結果に近づくように改善されていることも確認されており(詳細は[30]), XGOモデル及びそれに基づくPARADEコードの妥当性、優位性が実験的に示された。

4. 準光学的な光線追跡法の今後の展望

準光学的な光線追跡法の現状として、第1章では準光学的手法が開発された経緯について、第2章では現在最も有望な準光学理論について、第3章では準光学的手法の検証と核融合分野における実際の適用例について紹介した。ここでは準光学的手法に今後期待される様々な適用先や、その更なる発展をめざした理論研究を簡単に紹介し、まとめに代える。

核融合分野で期待される適用先は、電子サイクロトロン波に代表される短波長の波動記述である。ECRHの電力吸収分布は散逸計算より評価され、電子サイクロトロン電流駆動(ECCD)もフォッカープランク方程式と組み合わせることによって評価できる。PARADEにも随伴法[32]に基づく専用のECCDモジュールが開発、実装され、既に様々なトカマク装置におけるECRH及びECCDの予測評価に利用されている[31]。ただし準光学という立場からは、(あくまで準光学近似を満足する範囲で)媒質の空間スケールが短く、波の波長が長い問題設定でこそ従来の光線追跡との違いがより顕著に現れるため、装置サイズが中小型かつ磁場強度も比較的低い大学装置等における電子サイクロトロン波(e.g. QUEST, LATE),あるいは低域混成波ほど、より興味深い議論に発展する可能性が期待できる。またそういった状況では全波解析が適用できる場合もあり、両者の比較からより定量的な議論を加速させることも期待できる。核融合以外の分野では、例えば重力場における光の伝搬に適用できる可能性が指摘されている。近年シュワルツシルトブラックホール近傍における光線の伝搬

は、その偏光状態によって異なる軌道を描くことが理論的に示されたが[33]、偏波性を考慮できるXGOはこの振る舞いを回折を含めて記述することが可能で、この問題への適用によってより詳細なビーム構造の発展まで調べることが期待できる。その他には光渦物理[34, 35]への波及も進展している。光渦とは、大雑把には螺旋状の波面を持って伝搬する波動ビームだが、この複雑な3次元位相構造を有する波動場の発展を全波解析で記述するには非現実的に膨大な計算資源が必要となる。これに対して任意の媒質における任意の強度・位相分布の波動ビームを妥当な計算資源で記述できる準光学的手法は、その伝搬特性の解明に非常に有用なツールとして期待され、また既に利用されている。磁化プラズマ中において光渦が通常のガウスビームとは異なる伝搬特性を示す可能性も示唆されており[35]、今後より詳細な調査に期待が集まっている。

最後に、これまで見てきたように光線追跡法は短波長の波動記述において非常に強力な手法である。しかし適用の困難な状況もいくつか存在し、その一つが焦線 (caustic) 問題である。プラズマにおいて具体的な例の一つ挙げると、カットオフ近傍の波がそれに当たる。光線追跡法ではカットオフに近づくと波の群速度 V_g は急激に減衰し、ポインティングフラックス $V_g |\phi|^2$ を保存する要請から波の振幅 $|\phi|$ は発散してしまうが、これは実際の現象を正しく記述していない。そこで近年、この問題を解決するための理論研究[36-38]が進展しており、ここで紹介した準光学理論とも無矛盾に統合できる見込みである。このように、核融合プラズマ分野において古くからありふれたツールとして扱われてきた光線追跡法だが、そのプラズマをより良く理解するために(第1章参照)準光学的な手法に拡張され(第2章参照)、今なおその適用可能範囲拡大と精度向上のために非常に興味深い理論研究が進められていること(第4章参照)、そしてそうやって拡張され続けている新しい手法が適宜実用レベルで実際の実験解析に導入され、利用されていること(第3章参照)が読者に伝われば幸いである。

参考文献

- [1] E.R. Tracy *et al.*, *Ray Tracing and Beyond: Phase Space Methods in Plasma Wave Theory* (Cambridge University Press, New York, 2014).
- [2] Yu. A. Kravtsov and Yu. I. Orlov, *Geometrical Optics of Inhomogeneous Media* (Springer-Verlag, New York, 1990).
- [3] T.H. Stix, *Waves in Plasmas* (AIP Publishing, New York, 1992).

- [4] D.G. Swanson, *Plasma waves, 2nd edition* (IOP Publishing, 2003).
- [5] T.H. Stix, *Phys. Fluids* **1**, 308 (1958).
- [6] S. Takamura, *プラズマ加熱基礎論* (名古屋大学出版, Nagoya, 1986).
- [7] N.J. Fisch, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 873 (1978).
- [8] T. Ohkawa, *General Atomics Report GA-A13847* (1976).
- [9] R.J. La Haye, *Phys. Plasmas* **13**, 055501 (2006).
- [10] I.B. Bernstein, *Phys. Fluids* **18**, 320 (1975).
- [11] I.B. Bernstein and D. E. Baldwin, *Phys. Fluids* **20**, 116 (1977).
- [12] L. Friedland and I.B. Bernstein, *Phys. Rev. A* **22**, 1680 (1980).
- [13] M. Bornatici *et al.*, *Nucl. Fusion* **23**, 1153 (1983).
- [14] G.V. Pereverzev, *Phys. Plasmas* **5**, 3529 (1998).
- [15] E. Poli *et al.*, *Comput. Phys. Commun.* **225**, 36 (2018).
- [16] E. Mazzucato, *Phys. Fluids B* **1**, 1855 (1989).
- [17] D. Farina, *Fusion Sci. Tech.* **52**, 154 (2007).
- [18] A.A. Balakin, *Radiophys. Quantum Electron.* **55**, 472 (2012).
- [19] A.A. Balakin, *Radiophys. Quantum Electron.* **55**, 502 (2012).
- [20] A.A. Balakin, *Radiophys. Quantum Electron.* **55**, 552 (2012).
- [21] I.Y. Dodin *et al.*, *Phys. Plasmas* **26**, 072110 (2019).
- [22] K. Yanagihara *et al.*, *Phys. Plasmas* **26**, 072111 (2019).
- [23] K. Yanagihara *et al.*, *Phys. Plasmas* **26**, 072112 (2019).
- [24] K. Yanagihara *et al.*, *Phys. Plasmas* **28**, 122102 (2021).
- [25] K. Nagasaki *et al.*, *Phys. Plasmas* **6**, 556 (1999).
- [26] S. Kubo *et al.*, *AIP Conf. Proc.* **1689**, 090006 (2015).
- [27] T.I. Tsujimura *et al.*, *Nucl. Fusion* **55**, 123019 (2015).
- [28] I.Y. Dodin *et al.*, *Phys. Plasmas* **24**, 122116 (2017).
- [29] K. Yanagihara *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **14**, 3403103 (2019).
- [30] K. Yanagihara *et al.*, *Nucl. Fusion* **61**, 106012 (2021).
- [31] K. Yanagihara, *to be published*.
- [32] N.B. Marushchenko *et al.*, *Phys. Plasmas* **18**, 032501 (2011).
- [33] M.A. Oancea *et al.*, *Phys. Rev. D* **102**, 024075 (2020).
- [34] S. Kubo *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **94**, 119 (2018).
- [35] T.I. Tsujimura and S. Kubo, *Phys. Plasmas* **28**, 012502 (2021).
- [36] N.A. Lopez and I. Y. Dodin, *J. Opt.* **23**, 025601 (2020).
- [37] N.A. Lopez and I. Y. Dodin, *J. Opt. Soc. Am. A* **38**, 634 (2021).
- [38] S.M. Donnelly *et al.*, *Phys. Rev. E.* **104**, 025304 (2021).



やなぎはら こうた
柳原 洸太

量子科学技術研究開発機構 那珂研究所 博士研究員。2020年名古屋大学・博士(工学)。ミリ波の伝搬やプラズマの波動加熱・電流駆動シミュレーション研究に従事。修士の頃に光線追跡法に出会い、波の振る舞いとはこんなシステムチックに表現できるものなのか!と夢中になって取り組んでいたら、本記事執筆の機会に恵まれました。最近始めたダイビングでは、魚そっちのけで天然物の caustics (第4章) が織り成す光の縞模様を楽しんでいます。