



## ■会議報告

### 第 62 回アメリカ物理学会プラズマ物理分科会 (APS-DPP) 年会

佐藤直木 (東京大学大学院新領域創成科学研究科)

本会議報告では 2020 年 11 月 9 日～13 日に行われた 62nd Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics のセッション CO08 Magnetic Confinement: Stellarator Equilibria & Magnets を中心に報告する。

会議全般の特徴として、コロナウイルスの影響により、オンラインで実施され、Bravura というプラットフォームが使われた。Zoom と比較して、自由度が低く、スライドが画面全体ではなく中心のみ表示されるようになっており、かつ音声や接続トラブルが目立った。

セッションCO08 ではプリンストン大学の Princeton Plasma Physics Laboratory と Simons Foundationが支援する Simons Collaboration on Hidden Symmetries and Fusion Energy を中核とする研究者によるステラレータ設計の理論と技術に関する発表が行われた。回転対称性を持つトカマクとは異なり、ステラレータはユークリッド空間の連続対称性(並進対称性, 回転対称性, またはその組み合わせ)を持たない。そのため、理想MHDにおけるステラレータの平衡状態は Grad-Shafranov 方程式によって表すことができず、平衡方程式  $(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \nabla P$  in  $\Omega$ ,  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$  on  $\partial\Omega$  の解  $\mathbf{B}$ ,  $P$  の存在は知られていない。ここでは、 $\mathbf{B}$  を磁場、 $P$  を圧力、 $\Omega$  をステラレータの領域、 $\partial\Omega$  をその境界、 $\mathbf{n}$  を境界に対して垂直な単位ベクトルとする。また、ステラレータのプラズマ閉じ込め能力を向上させるため、ユークリッド空間の連続対称性の代わりに断熱不変量を与える quasi-symmetry (準対称性) が要求されると考えられており、準対称性は、磁場  $\mathbf{B}$  ではなく、磁場強度  $B$  が変わらない方向  $\mathbf{u}$  の存在を意味する:  $\mathbf{u} \cdot \nabla B = 0$ ,  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ,  $\mathbf{u} \times \mathbf{B} = \nabla \psi$ 。ここでは  $\psi$  を磁束関数とする。しかしながら、準対称性を持つ解を構築するにあたって near-axis expansion という方法が用いられるが、満たすべく方程式の数が変数より多いため、一般的には解が存在しないことが知られている (Garren and Boozer 1991 を参照されたい)。

そこで、E. Rodriguez and A. Bhattacharjee の発表 CO08.00001 では、理想 MHD 平衡方程式  $(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \nabla P$  の圧力項  $\nabla P$  を  $\nabla \cdot \Pi$  ( $\Pi$  は行列) に置き換えることで、準対称性を持つ解の構築において用いられる方程式の数が変数の数をマッチングさせることが可能になることが紹介された。また、A. Bhattacharjee and E. Rodriguez の発表 CO08.00002 では、新しい圧力項  $\nabla \cdot \Pi$

の変分原理による導出方法が発表された。本変分原理は、ラグランジュ未定乗数を利用し、汎関数  $\int_{\Omega} \left( \frac{B^2}{2} - P \right) dV$  に束縛を加えたものであり、対称性を持つ解の導出で利用される Grad の変分原理を拡張するものである。ただし、発表後の質疑応答で指摘されたように、現段階では新しい圧力項  $\nabla \cdot \Pi$  の物理的意義は明確でない。

R. Jorge *et al.* の発表 CO08.00003 では、上記で述べた near-axis expansion を用いた準対称性を持つ理想 MHD の平衡磁場を近似する数値計算が紹介された。N. Duignan and J. Meiss の発表 CO08.00004 は、接続トラブルにより、実施されなかった。W. Sengupta and H. Weitzner の発表 CO08.00005 では準対称性を持つ理想 MHD の平衡解の存在に関する理論解析が紹介された。ステラレータ領域  $\Omega$  全体で成立する準対称性を持つ解ではなく、一つの磁束面  $\psi = \psi_0$  のみで成立する準対称性を持つ解の構築方法が示された。

Z. Qu *et al.* の発表 CO08.00006 では、Taylor relaxation を拡張する MRxMHD (Multi Region Relaxed MHD) 理論に基づいて開発されたステラレータ平衡の数値計算コード SPEC の信頼性が分析された。MRxMHD では、ステラレータ領域  $\Omega$  を複数の小領域  $\Omega_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , に分解し、 $\Omega_i$  ごとにベルトラム場 (カール作用素の固有ベクトル) を用いて平衡磁場を与える。その結果、領域  $\Omega$  内の圧力はステップ関数となり、小領域の間で不連続性が生じる。Z. Qu *et al.* は、小領域の選び方について述べ、SPEC から得られる解の中に numerical artifact が含まれる可能性を指摘し、数値計算によって得られた解を別の方法で確認する必要性について言及した。A. Kumar *et al.* の発表 CO08.00007 も数値計算コード SPEC にかかわる報告であり、SPEC によって計算された平衡解の MRxMHD における不安定性の評価が紹介された。

E. Paul *et al.* の発表 CO08.00008 ではステラレータの設計と最適化で用いられる数値計算コードと数値計算方法 (analytic gradient-based stellarator equilibrium optimization) が紹介された。本手法を利用することで平衡磁場に依存する関数の評価と新しい平衡解の計算が可能になる。J. F. Lobsien *et al.* の発表 CO08.00009 では数値計算によるステラレータコイルの最適化が取り上げられた。従来の方法ではコイルの特性を示す汎関数

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \omega^i [q_i(\mathbf{x}) - q_i^d]^2$$
 が最小になるように  $q_i$  を探す。今回紹介された stochastic optimization では、複数のコイルに対する汎関数  $f$  の平均

$$F_N(\mathbf{x}) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^N f(\xi_i(\mathbf{x}))$$
 の極値を求めている。本手法を用いることにより、従来の方法より滑らかなコイルデザインと高精度な磁場近似が可能になる。R. Granetz *et al.* の発表 CO08.00010 では高温超伝導材 (YBCO) を用

いたステラレータコイルの開発プロジェクト, K. C. Hammond *et al.* の発表 CO08.00011 ではステラレータの開発費用を抑える可能性があるとしてされているパーマネントマグネットを用いたステラレータコイルの設計が紹介された。最後に, T. A. Bechtel *et al.* の発表 CO08.00012 ではステラレータでのプラズマ輸送に関する研究について, また F. Nespoli *et al.* の発表 CO08.00013 では LHD におけるホウ素実験が報告された。

まとめ: セッション CO08 では主にステラレータの準対称性を持つ平衡解とステラレータのコイルデザインに

ついて発表が行われた。準対称性を持つ解の存在は未解決であり, ステラレータの開発において重要な課題であるとともに, 数理物理や数学の面でも興味深い難題である。一方で, 準対称性を要求しない場合でも, ユークリッド空間の連続対称性を持たない解の存在問題が未解決であることから, 後者の課題に優先的に取り組むアプローチも考えられる。

(原稿受付: 2020 年 12 月 7 日)