

講座 宇宙機用電気推進機のための計測法

4. 宇宙機用電気推進機のための推力測定

4. Thrust Measurement Methods for Electric Propulsion

各務 聡

KAKAMI Akira

東京都立大学

(原稿受付：2020年9月20日)

電気推進機は、燃費の良さを表す比推力が高いため、「はやぶさ」のような探査機の主推進や静止衛星の南北制御に使われてきました。その一方で、スラストヘッドは、重量が10 N級であるにもかかわらず、推力がnNから100 mNと非常に小さいため、打ち上げ用のロケットエンジンの性能評価で利用されているようなロードセルを用いることができません。そのため、その測定には、重力の影響を打ち消すことができる振り子が用いられてきました。そこで、本講座では、推力測定装置（スラストスタンド）について解説します。また、微小推力の場合や、推進機への供給系に可撓性が低い要素がある場合は、スラストスタンドでの推力測定が困難になることがあります。その場合、スラストターゲットと呼ばれる、プルームを振り子に当てその変位から推力を求める方式が用いられることもあるためこれについても紹介します。

Keywords:

electric rocket propulsion, thrust measurement, thrust stand, thrust target

4.1 はじめに

第1章でも言及されていますが、電気推進の推力は、非常に小さくmNクラスは普通で、 μN オーダーも珍しくありません。また、放電時間が短くインパルス状の推力（力積、以下、推力インパルス）を発生するパルス型プラズマ推進機（pulsed plasma thruster）も存在します。宇宙機用の化学推進でもMR-103のような軌道調整用のものは推力が僅か0.9 Nで力強さの代名詞のようなロケットエンジンという言葉からは想像できないくらい小推力のものもあります。

そのため、特に電気推進では、推力重量比が1を大きく下回り、ロードセルで推力を測定することが困難です。そこで、重力の影響を排除して推力を高精度で測定するため、図1のような振り子が推力測定に供されてきました。これは、ヒンジを回転軸とする水平振り子で、重心を回転

軸状に移動させるためのカウンタウエイト、余分な振動を抑制するための渦電流ダンパを取り付けています。推進機の発生する推力（インパルス）と振り子の変位（振動の振幅）が比例することを用いて、振り子の変位により推力を測定します。

また、PPTなど推力重量比が著しく小さい推進機では、スラストターゲットも用いられています。これは、推進機のプルームをスラストターゲットに当てて振り子の変位から推力を算出する方式で高い感度が得られます。本章では、電気推進機の性能評価に必須である推力測定について紹介します。

4.2 偏位法（定常推力測定）

原理は非常に簡単で、振り子の変位が外力に比例することを利用して[1-4]。振り子は、その振動面により、水平振り子と垂直振り子に大別されますが原理は同じです。ただし、復元力の発生源が異なり、前者が弾性ヒンジ、後者が重力のみまたは重力と弾性ヒンジに由来します。そこで、水平振り子を用いて解説します。

図2は、水平振り子型のスラストスタンドです。弾性ヒンジを支点としたアームに推進機とカウンタウエイトを搭載しています。カウンタウエイトは、重心を支点に移動させて、真空ポンプや歩行による振動を絶縁し、振動に由来するノイズの抑制が可能です。また、不要な振動を抑制するためにダンパが設けられており、振り子の変位は、レーザー変位計などで測定されています。

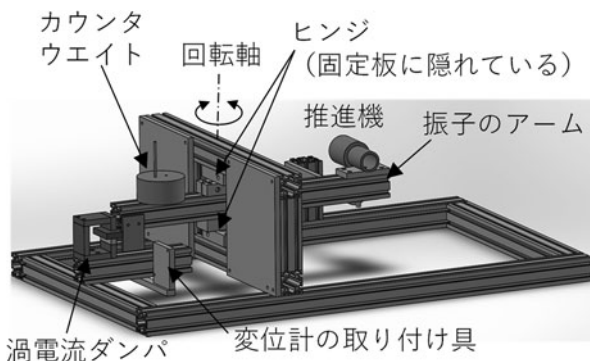


図1 試作した水平振り子型スラストスタンド。

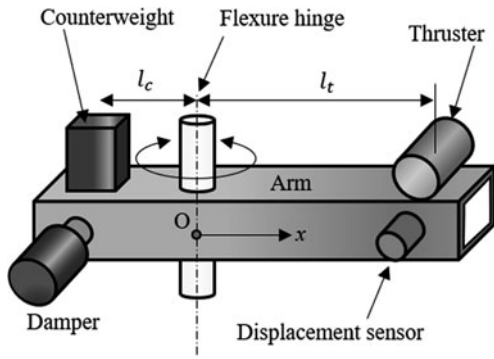


図2 偏位法を用いたスラストスタンド。

次に、推力測定を力学的観点から検討します。簡単のために、アームを剛体として考えるとすると、回転の運動方程式は[5]、角度を θ 、推力を T として、

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = l_t T \quad (1)$$

$$x = l_d \theta \quad (2)$$

ここで、 I は慣性モーメント、 c は減衰係数、 k はばね定数、 l_t は支点と推進機の距離、 l_d は支点と変位計までの距離、 x は変位計が計測する変位です。 k は、水平振り子の場合には弾性ヒンジのばね定数ですが、垂直振り子の場合には、弾性ヒンジのばね定数 k_s と振り子の重量 mg （推進機やアームなどの総重量）によるばね定数の和になります。

$$k = k_s + mgl_G \quad (3)$$

l_G は支点から重心までの距離です。すると、推力一定の場合、式(1)の解の過渡項は減衰するので感度 x/T [m/N]は、

$$\frac{x}{T} = \frac{l_t l_d}{k} \quad (4)$$

以下、これを仮に定常感度と呼ぶことにします。よって、水平振り子では、定常感度は、ばね定数が小さいほど、変位計やスラストの位置が支点から離れているほど高いことが分かります。一方、垂直振り子では、ばね定数が式(3)で表され、 l_G が l_t に伴って増加するため、 k も l_t に伴って増加することに注意が必要です。

しかし、実際には、推力や振り子の変位は変動するため、振動について理解する必要があります。そこで、式(1)(2)を用いて解析するため次のように一般化します。

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \frac{l_d l_t}{l} T \quad (5)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{I}} \quad (6)$$

$$\xi = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{I}{k}} \quad (7)$$

ここで、 ω_n は固有角振動数です。式(5)の解は、減衰比 ξ により形が異なりますが、ダンパの設計上、臨界制振や過制振にするのは手間がかかり応答性を損なうため、不足制振($\xi < 1$)になっていることが多いです。すると、ス

テップ状の理想的な推力(推力 T_0)が $t=0$ で発生したとき、変位 x は

$$x = \frac{l_d l_t T_0}{k} \left[1 - \exp(-\xi\omega_n t) \times \left\{ \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \sqrt{1-\xi^2} \omega_n t + \cos \sqrt{1-\xi^2} \omega_n t \right\} \right] \quad (8)$$

となります。式(8)の第1項が定常項で、第2項が過渡項であり、これをもとに規格化変位を図示したものが図3です。規格化変位は、一定推力 T_0 が加えられたときの定常時の変位($l_t l_d T_0 / k$)で規格化したもので、1のときに推力を正確に評価していることを示します。ダンパがないとき($\xi=0$)を除き、過渡項は $\exp(-\xi\omega_n t)$ で減衰しますが、定常項は最後まで残り1に収束します。このように、変位は推力の瞬間値を必ずしも表していません。

研究している推進機が点火後に迅速に推力を発生して、過渡項の減衰より長く安定作動しているのであれば、減衰を待ってから定常感度を用いて推力を評価すれば問題ありません。しかし、過渡応答は推力を表していないことを覚えておいてください。オーバーシュートを推力として算出している論文を散見しますが、これは間違いです。なお、ロードセルによる推力測定も原理は偏位法であるため、過渡項の取り扱いには同様な注意が必要です。

過渡項の扱いを間違えると、せっかくの推進機の魅力が削がれます。一般に、変動や遅れは制御を不安定にする原因です。そのため、過渡項がある図3の波形を推力履歴として扱うと、ステップ状の推力を生成する理想的な推進機なのにもかかわらず、システム設計者の目には推力に変動や遅れがある危険な要素として映ってしまいます。

また、推進機の作動時間が、過渡応答が残存する時間とほぼ同じ場合は、スラストスタンドのチューニングが必要です。ただし、作動時間が振り子の固有周期よりも十分に小さければ、4.3の方法で推力インパルスを求められます。

では、偏位法は、推力変動をどこまで正しく評価できるのでしょうか。そこで、変位の周波数応答を考えます。図4は、横軸が固有振動数で規格化した推力の変動周波数で、縦軸が各周波数成分に対する感度を定常感度(式(3))で規格化したものです。これは、式(1)と(2)をフーリエ

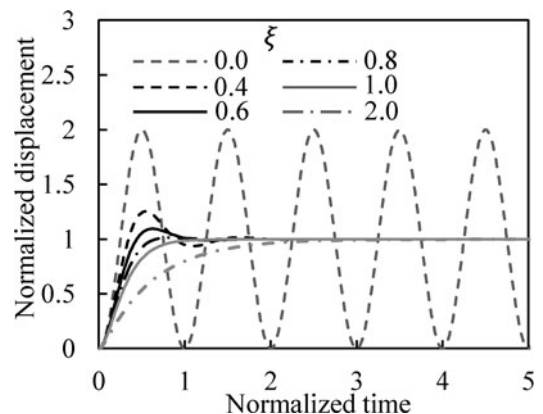


図3 ステップ応答。

変換することにより求められます。ξ=0 はダンパがない場合に相当し、固有振動数で共振するためこの時の感度は無限大です。0<ξ<1 では、推力の変動周波数に伴って感度が増加して共振点で振幅がピークになり、その後減衰します。位相は、推力変動の周波数が固有振動数より十分に小さければ、推力変動に遅れなく追従しますが、共振点に近づくときと看過できない遅れが生じ推力変動の周波数に伴ってさらに増加していきます(図5)。一方で、過制振または臨界制振(ξ≧1)になると、図3のようにオーバーシュートが消失しますが、図4と5のように低周波数から感度が減衰し位相も遅れ推力変動の測定が困難になります。

以上のように、推力変動の計測可能な周波数は、固有振動数より低くなります。また、感度と周波数応答は二律背反です。高感度化には、小さなばね定数kが好ましいですが、固有振動数が低下し高域での周波数応答が劣化します。逆に、応答性を求めると感度が低下します。

それでは、周波数応答はどのように向上すれば良いのでしょうか。一般に、感度は、推力、変位センサ、真空容器の直径の制約を受け、ばね定数の決定では定常感度を優先せざるを得ません。よって、所要の定常感度のもとで、周波数特性を向上する方法を模索するのが正着手です。そこで、ダンパを調整することで可能な限り周波数特性を向上させることを考えます。最適な減衰比は、許容できる誤差に依存し、1%までの感度の誤差を許すのであれば、図4より、減衰比を0.70前後にすることで固有振動数の40%程度まで測定可能になります。ただし、位相の遅れは34°に達してしまいます。位相の精度を求めるには減衰比を小さく

すれば良く、ξ=0.3以下にすることで固有振動数の10%程度まで感度と位相の誤差を1%以内にできます。しかし、減衰比を下げすぎると過渡項の減衰に時間を要します。以上のように、力学の理解は正確な推力測定に貢献します。なお、ロードセルは、力学系が振り子と等価で測定可能周波数に上限があります。カタログ上の固有振動数は、ロードセル単独の値で、推進機を付けたときの系の固有振動数(f_{n,lt})は、推進機質量のためにロードセル単独の固有振動数より著しく低下します。感度と位相に1%の測定誤差を許すとしたとき、0.1f_{n,lt}が限界です。推力測定が可能な周波数は、カタログに記載された固有振動数や測定可能周波数より低くなることをゆめゆめ忘れてください。

4.3 偏位法 (推力インパルス測定)

4.2では、振り子の固有周期よりも十分に作動時間が長い推進機の推力測定法を述べました。一方で、PPTのようなパルス型推進機では、作動時間がマイクロ秒オーダーで、振り子が推力に追従できません。そこで、振り子の周期よりも推進機の実効時間が十分に短い場合は、推力履歴の計測を諦めて、推力インパルスを求めるのが一般的です[5-7]。推力インパルスをI_tとしたとき、角速度の初期値は、

$$\theta(0) = \frac{I_d I_t}{I} \quad (9)$$

となります。すると、不足制振の変位は、式(1)(2)を解くと

$$x = \frac{I_d I_t}{I \sqrt{1-\xi^2} \omega_n} \exp(-\xi \omega_n t) \sin(\sqrt{1-\xi^2} \omega_n t) \quad (10)$$

を得ます。係数にI_tが含まれていることから、推力インパルスは振幅から算出できます。

本方式は、10 μNsのような微小な推力インパルスを測定可能です。このような微小なインパルスは想像つかないかもしれませんが、おおよそ、掌でゆっくりと扇いだときの風のインパルスです。ため息は個人差があるでしょうが100 μNsを優に超えます(意図せず偶然に実測、レンジオーバーのため正確な値は不明、再測の予定なし)。

ただし、慣性モーメントIの0.5乗の項(Iω_n)が分母にあるため、推力重量比が著しく小さいと変位が極めて小さくなり、測定が困難になります。そのような場合、4.5で説明するスラストターゲットを利用することがあります。

4.4 零位法

零位法は、振り子の変位を0に保つようにアクチュエータを制御し、駆動電流や電圧により推力を評価する方法です[8-11]。すなわち、原理は天秤と同じで錘の代わりにアクチュエータを使用します。零位法は、偏位法より迂遠に感じるかもしれませんが、出力が入力に対して非線形で、感度が入力により変化するセンサが多々あるため、零位法は広く利用されています。すなわち、零位法は、非線形性を逆手に取り、高感度化・高精度化を実現する方法

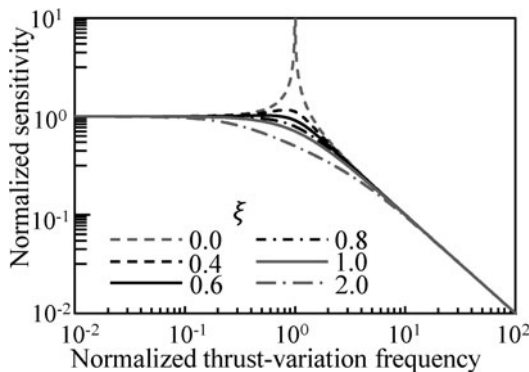


図4 周波数応答 (振幅).

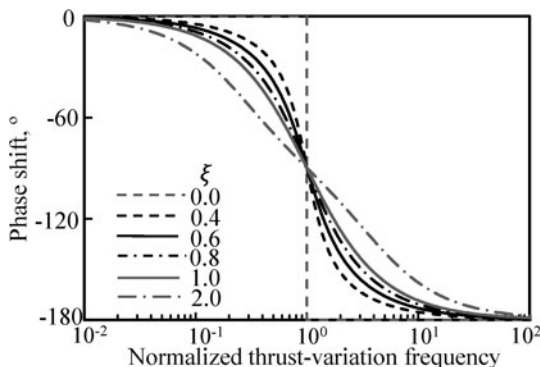


図5 周波数応答 (位相).

と言えます。変位センサにも、高精度で廉価だが距離により感度が変化する非線形型があります。偏位法への適用は困難ですが、零位法ならば、高感度が得られる距離を零位法の平衡点として変位測定の精度を高め、推力測定の精度や周波数応答を向上可能です。また、副次的な効果として、デジタル制御のパラメータの変更で、周波数特性や感度を柔軟に調整でき、一台で多くの推進機に対応できます。

次に、図6の剛体振り子モデルを用いて零位法による推力測定の原理を説明します。振り子の運動方程式は、ソレノイドアクチュエータを利用する場合、ソレノイドの推力 F は、駆動電流 i と距離により変化することから、

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = l_t T + l_a F(i, \theta) \quad (11)$$

定置制御により、 $\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \theta \approx 0$ となるので、

$$\frac{i}{T} = -\frac{l_t}{F_0 l_a} \quad (12)$$

となり、推力を駆動電流で表すことができます。なお、ここで、零位法により変位が小さくなるので、ソレノイドの推力電力比が位置によらず一定であるとしています。

次に、制御系について簡単に説明します。現在もお古典制御を利用することが多いため、PID（比例・積分・微分制御）を用いるとします。電流出力アンプを使う場合、

$$i = k_p \theta + k_D \dot{\theta} + k_I \int \theta dt \quad (13)$$

となります。ここで、 k_p は比例ゲイン、 k_D は微分ゲイン、 k_I は積分ゲインです。角速度や角度の積分は変位計による測定値から算出します。なお、電磁アクチュエータに電圧出力のアンプを利用する場合、インダクタンスのために、応答性が低下しますが、LR回路の時定数が、ミリ秒単位で、定置制御下の振り子の周期より小さいことが多く、LR回路による遅延を無視できることもあります。

PIDパラメータは、慣性モーメント、フィードライン（チューブやワイヤー）の剛性、弾性ヒンジのばね定数に応じて適切に設定する必要があります。不適切だと制御系が不安定になります。その調整のためにその役割を知っておくと良いでしょう。比例要素は、バネの働きをし変位の抑制と周波数応答の向上に貢献します。しかし、過大な値は、変

位を小さくし振り子の固有振動数を増加させるため、高精度な変位センサと高いデジタル制御周波数 f_d が求められます。また、微分要素は、ダンパの役割をして高周波帯の応答性に貢献しますが、過大な k_D は制御を不安定にします。

積分要素は、低周波数領域の測定精度を向上します。比例要素は、変位を0にする役割を持ちますが、低周波数領域では効果が薄く定常偏差 (θ_e) が生じます。すると、定常偏差による弾性力 ($k\theta_e$) がスラストスタンドに作用し誤差となります。そこで、変位を積分して、定常偏差や低周波数の推力変動による振動を抑制します。

PIDパラメータの決定には、ボード線図などで位相余裕、ゲイン余裕を評価し、制御系を安定化させます[12,13]。また、現代制御理論を用いてもPIDパラメータを決定できます。式(10)、(13)、(14)、(15)を線形状態方程式で表せば、最適制御や局配置法を用いて設計可能です[13-15]。しかし、最適制御のQ行列やR行列、局配置法の極の値は、シミュレーションを用いて検討する必要があります。

なお、微分操作には注意を要します。多くの場合、速度は、変位の測定値を微分して求めますが、変位センサの出力にはノイズが含まれており、微分するとノイズの高周波成分が増幅されることから、適切なフィルタが必要です。変位計の出力にアナログフィルタを挿入しても良いですが、デジタルフィルタを使う手もあります[16]。FIR (Finite Impulse Response) フィルタは、過去値の線形和を用いるリアルタイムフィルタの一種で、係数を b_i 、 N 段とするとき、時刻 (n は、0以上の整数で時刻を表す) フィルタの出力値 $y[n]$ は、時刻 j におけるセンサの計測値 $x[j]$ として、

$$y[n] = \sum_{i=0}^N b_i x[n-i] \quad (14)$$

で表されます。なお、時系列データの平均を取る移動平均はFIRフィルタの一種です。所要の周波数特性から b_i を求めるには、Scilabなどの制御シミュレーションソフトの関数 (wfir, firlt など) を用いると良いでしょう[17]。

次に、ケーススタディーとして、直径1mの真空容器を用いて、重量1kg、推力10mNの推進機の推力測定を考えます。スラストスタンドの断面をジュラルミンの矩形管 (40×40 mm、厚さ3 mm) とし、その他の諸元を表1に示

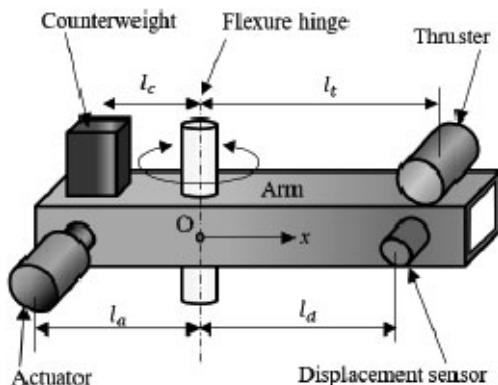


図6 零位法を用いたスラストスタンド。

表1 零位法のシミュレーションの想定パラメータ。

パラメータ	値
l_t , m	0.5
l_a , m	0.2
l_d , m	0.2
k_p	7500
k_D	100
K_I	100
f_d , Hz	1000
k_s , Nm/rad	0.76×2
F_0 , N/A	1.0

します。アクチュエータは線形性に優れたボイスコイルモータとし、分解能0.1 μmのレーザー変位計を使用することとします。この条件下で、Scilabを用いてシミュレーションをしました。

図7と8は、感度の周波数応答の計算結果です。図7では、1が正確に表されていることを、1未満は過小評価を、1以上は過大評価を示します。低周波数領域ではほぼ正確に推力変動を評価していますが、徐々に過大評価するようになり、1.1 Hzで1%の誤差が生じ、このときの位相は0.24°遅れます。それ以降は急激に過剰評価して、9.7 Hzでピークになり、それ以降は単調に減少するため、高い周波数の推力変動は計測できません。また、位相は、遅れが単調に増加します。このように、零位法も、高い周波数の推力変動の評価は困難です。

なお、測定可能周波数は、制御器の調整、デジタル制御の高周波数化、高分解能の変位計の利用により改善できますが、偏位法と同様、高い周波数の変動測定には限界があります。そこで、著者は、加速度計測で零位法を補償して直流から高周波数の推力変動を評価する方式を提案し、80 Hzまでの推力変動を評価できることを示しています[18]。弾性ヒンジの半径方向の弾性のために、振り子が推力方向に並進振動し80 Hzが上限ですが、重心位置の調整と加速度の2点計測により高周波数化する方法も提案しシミュレーションで実証しています[19]。

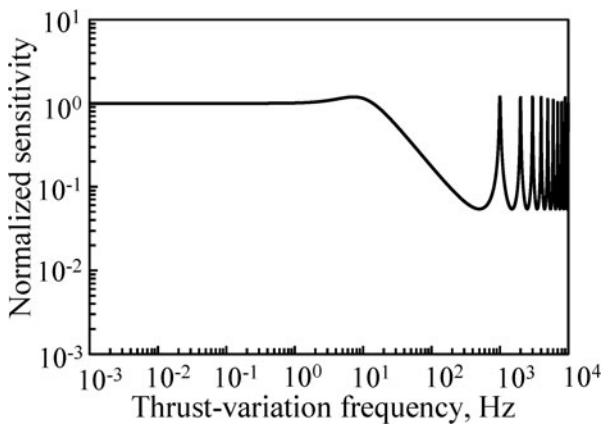


図7 零位法を用いたときの感度の周波数応答。

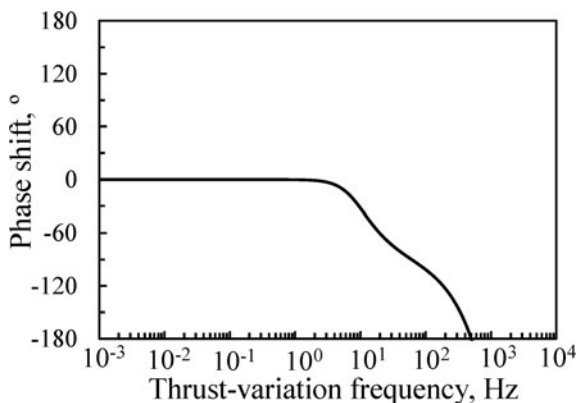


図8 零位法を用いたときの感度の周波数応答 (位相)。

4.5 スラストターゲット

推力重量比が小さいときや推進機に可撓性が悪いフィードラインがあると、スラストスタンドで測定できないことがあります。このような場合、スラストターゲットが利用されることがあります[20-22]。図9は、PPTで使用されてきたスラストターゲット[20]で、この他にもコーン型[20]やプレート[21, 22]など用いられました。

原理は、プルームをターゲットに衝突させることにより推力方向の運動量を振り子に吸収させてその運動に変換します。定常推力、推力インパルスを与えた時のターゲットの変位は、それぞれ式(8)、(10)のようになります。

定常推力の場合、式(8)の係数に質量が含まれていませんが、式(3)のように垂直振り子のばね定数は振り子の重さに比例するため、軽量化が容易なターゲットで高い感度が得られます。一方で、インパルス状の推力では、式(10)のように慣性モーメント I の0.5乗の項が分母にあるため、軽量なスラストターゲットによって感度の向上が可能です。以上より、定常型、パルス型の両方で、スラストターゲットを用いた高感度測定ができるようになります。

しかし、本方式は、誤差への不安を払拭しきれません。衝突後のプルームが悉く半径方向に進むことが前提ですが、これが崩れるとどうなるでしょうか。単純に考えると最大で2倍の誤差が生じます。高校物理の衝突を思い出してほしいのですが、質量 m の質点が速度 v で壁に完全弾性衝突して、反対方向に跳ね返ったとき、壁が受ける力積は $2mv$ です。すなわち、衝突後のプルームの角度によりターゲットが受ける力積が変化します。そのため、柳らは、PPT用スラストターゲット(図9)に円環を設けて中心軸方向のプルーム運動量を余すことなく回収し高精度化を図っています[19]。その上で、スラストスタンドで実測した結果と比較しスラストターゲットの妥当性を実証しました。しかし、推進機の種類や作動条件でプラズマの速度や密度などが異なり、衝突後のプルームが理想通りの挙動をするとは限りません。よって、精度を確実に担保するにはスラストスタンドが無難と言えます。

4.6 校正

いかなる測定器も校正せねばなりません。感度は理論的に求められますが、実験では、フィードラインが取り付けられ、その剛性は僅かな変形で変化します。そのため、既知の外力(以下、校正推力)を与え、出力(変位計の出力

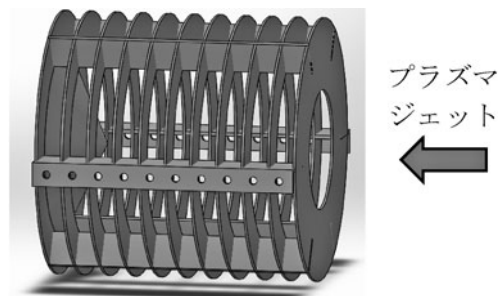


図9 スラストターゲット。

電圧など)との相関を求める必要があります。

定常型推進機の校正では、一定の校正推力を与え続ける必要があるため、錘がよく使われます。錘を付けた紐の一端を推進機に固定し、プーリーを介して錘の重力を推進機に加え、錘の重さと変位センサ出力の相関を求めます。単純ですが、線形回帰の決定係数 R^2 は 0.99 以上にできます。

また、ロードセルを利用した校正も可能です。直流成分も計測可能なひずみゲージ型ロードセルに永久磁石を取り付けて、ソレノイドにより磁石に作用する電磁力を校正推力として与えます。駆動電流で校正推力を調整できるため校正作業を簡素化でき、真空中の校正も容易です。なお、ロードセルにコイルを取り付けるボイスコイルモータ (VCM) や静電アクチュエータ [4] でも校正できます。

推力インパルスの校正には、金属球などを錘とする振り子が用いられることがあります。これは、糸で吊した錘を衝突させる方式で、錘の質量と衝突前後の速度からインパルスを算出できます。錘の速度は、高速度カメラの画像から求めることが可能です。また、フォトインタラプタを用いれば錘の通過時間の差から速度が得られます。なお、衝突した錘を両面テープで振り子に接着させて、衝突後の速度評価を省くこともあるようです。

この他にも、圧電型のロードセルも校正に適用できます。これは、ひずみにより生じた電荷で力を評価するセンサで、直流や低周波数成分を測定できませんが、高剛性で応答性に優れ急速な変動を計測可能です。そこで、圧電型ロードセルをアームに取り付けて錘を衝突させ、そのときの校正推力の時間変化を測定します。また、このロードセルに磁石を取り付けてソレノイドをパルス駆動し、電磁力をアームに与えてもかまいません。なお、校正推力インパルスは、校正推力の時間変化を数値積分して求めます。また、駆動電流で校正推力インパルスや履歴を調整できますが、その発生時間の最小値は、ソレノイドの時定数 (L_s/R_s) 程度です。

なお、フィードラインは僅かな変形でも剛性が変化し感度に影響を与える可能性があります。そのため、推進機やフィードラインに触れたのならまず校正すべきでしょう。

4.7 各要素について

振り子のアームを剛体と仮定しましたが、実際には弾性を有し、弾性振動、特に固有周波数が小さい横振動 (長手方向に対して垂直方向の振動) に注意が必要です。意外にも、厳つく頑丈そうな金属も共振の前には無力で、いとも簡単に共振します。もし、振り子の周波数と弾性振動の周波数が近いと連成振動が起きて複雑な波形のノイズが乗ります。これは振幅を用いる推力インパルス測定では致命的です。その上、スラストスタンドは、端点に推進機を固定した片持ち梁で横振動が起りやすくなっています。また、振り子の固定のための部材も弾性変形します。そのため、スラストスタンドの軽量化や高精度化を望むなら、その固有振動数に対する配慮が必要です。なお、振り子をワイヤーで懸垂することもあります。ワイヤーは横振動はおろか縦振動の固有振動数も低いので注意してください。

図10は、スラストスタンドの設計の検証に使用した固有モード解析の結果で、SolidWorksに付属の有限要素解析 (FEM) ツールを用いました。なお、推進機は 1 kg の剛体でモデル化しています。図10は、フレームが変形する振動モードにおける変位を表しており、補強板を追加したにもかかわらず固有振動数はわずか 70 Hz です。

推力変動の周波数と弾性振動の固有振動数が一致しなければ弾性振動への配慮は不要と思えるかもしれませんが、しかし、ステップ関数やデルタ関数が広い周波数成分を含むため、点火時の急峻な推力変化や推力インパルスは、弾性振動を誘起します。また、零位法では、デジタル制御が弾性振動の原因になり得ます。デジタル制御では、制御周期ごとにアクチュエータを調整することから、制御周波数とその高調波を含む振動を振り子に与えるのと等価です。そのため、制御周波数と弾性振動の固有振動数が近いと、部材が共振して異音を生じ制御系が不安定になります。

高い剛性だけでなく、利便性や感度のためには軽量さも重要なことから、アルミフレームのような中空管が多用されています。もし、弾性振動が問題となるのならば、固有モード解析を使うとよいでしょう。固有モード解析用のツールの性能と入手性が良くなったため、これを活用しない手はありません。現に、図10の解析は 3DCAD のバンドルソフトで実施し、Elmer や SALOME-MECA のようなオープンソースが公開されています [23, 24]。

支点は、摩擦やヒステリシスを生ずることなく回転以外の運動を抑制する重要な要素で、flexural pivot などの弾性ヒンジなどが使用されています。これは、図11のように円管を板バネで結合したもので、摩擦やヒステリシスを生ずることなく復元力を発生します。また、半径方向の剛性が高く、しっかりと部材を固定できるため組み立てが簡単になり、実験中のずれもありません。しかし、いくつか注意

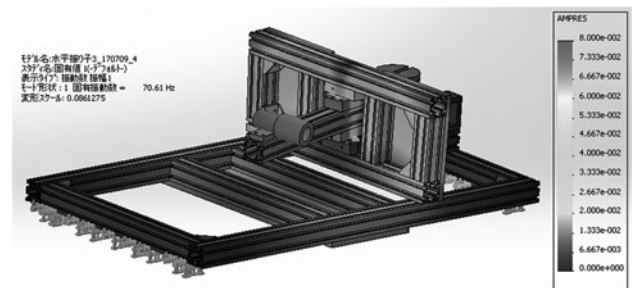


図10 スラストスタンドの固有モードの解析例。



(a)写真

(b)解析用モデル

図11 弾性ヒンジ。

があります。まず、一部の部材が磁性体であるため、強磁場が発生する推進機とは距離を取らねばなりません。

また、重量バランスがとれていないと、図12（静荷重解析の結果）のように半径方向に変形して、ばね定数が変化し、塑性変形するか壊れる可能性があります。さらに、この半径方向の弾性のために、振り子が半径方向の振動モードを持ちます。このばね定数はかなり大きいので問題にはなりにくいと思いますが、推進機が重い場合は、推力の変動周波数に近くなる可能性はあります。

ナイフエッジを垂直振り子の支点として用いることができます。その名の通り、先端がナイフのように鋭いくさび型のヒンジで、摩擦もヒステリシスも小さく製作が容易です。一方で、ナイフエッジには遊びがあり、正確な位置での固定が困難で、設置が悪いと点接触になって望まない方向の運動が起きるといった難があります。

カウンタウエイトは、機械的ノイズを振り子に伝えないための重要な要素です。外部の振動は、振り子の重心に慣性力として作用し、振り子の重心が支点からずれると振動が伝播して測定ノイズになります。そこで、カウンタウエイトを用いて重心を支点上に移動させて外部からの振動を絶縁します。推力インパルスの測定では、感度向上のために慣性モーメントと小さくする必要があります。そこで、錘を重くしてなるべく支点から近い位置に配置することにより、振動の絶縁によるノイズ低減と感度低下の防止を両立できます。なお、重心が支点の上にあるかを確認する簡便な方法として、振り子の長手方向（図2のx軸）周りに傾ける方法があります。傾けてもなお振り子の平衡点がずれなければ、重心と支点のずれは小さいと言えます。

ダンパは、振り子の無用な振動を減衰させる要素であり、代表的なものとしてオイルなどを用いた流体ダンパがあります[25]。構造が簡素で設計も容易ですが、シールによりヒステリシスが発生します。また、粘性流体を封止しなければヒステリシスや摩擦を防げますが、流体が真空中に暴露するため、蒸気圧は真空容器の背圧より低くしなければなりません。さもないと、沸騰して振動の原因になります。

渦電流ダンパも有用です。これは、静磁場中で導体が移動すると渦電流が発生し、ローレンツ力が導体の運動を妨

げる現象を利用しており、流体が不要でリークの心配もありません。また、ヒステリシスが極めて小さく減衰力は速度に比例し、減衰係数は磁石の種類や体積、磁気回路のギャップで調整可能です。単純な構造の渦電流ダンパであれば、減衰係数は理論的に求められます[25-27]。設計には磁束密度が必要ですが、磁気回路の断面が円筒形や矩形であればFEMMなどの二次元のFEMで簡単に求められます[28]。ただし、平行平板の二次元解析は、無限に長い平板を解析しているため、実際とは若干異なります。もし、複雑で高性能なダンパや解析に厳密さを求めるなら、三次元のFEMで渦電流を解析する必要があります。なお、ソレノイドでも磁場を得られますが発熱に注意してください。

アクチュエータは、零位法の位置制御、校正用の推力の発生、ダンパなどに利用できます。ソレノイドアクチュエータは、ソレノイドに可動鉄心が挿入されています。推力は強いが、プッシュまたはプル動作しかできないので、プッシュプル動作にはコイルが2個必要です。また、可動鉄心の位置で推力電流比が変化することに注意を要します。

VCMは、磁気回路の間隙に可動コイルを挿入し、電磁力を発生します。可動コイルが軽量なため応答性に優れ、電流の方向で力の方向を制御できます。また、推力電流比は可動コイルの位置や電流によらず一定で線形性も良いのが特徴です。ただ、推力が他の電磁アクチュエータより小さいという難点があります。なお、以上の電磁力を利用するアクチュエータの推力電流比、電気抵抗、インダクタンスはFEMで予測可能です。なお、静電力を利用したアクチュエータも使用されています[4]。

変位計には、分解能が高く線形性に優れ非接触測定が可能なものが使用されています。レーザー変位計は、設置の自由度が高く推力測定との適合性を有するセンサで、廉価なものでも分解能が0.5 μm あります。なお、変位が大きければ、同じ原理のLED変位計も使用可能です。また、渦電流変位計は、ソレノイドを高周波数の電流で駆動し、変動磁場が対向金属に加えられると渦電流が生じ、ソレノイドのインピーダンスが変化することを利用したセンサで、分解能0.2 μm が得られます。

差動トランス (LVDT) も使用されています。これは、可動鉄心をもつトランスで、一次側を10 kHz台の交流で駆動すると、可動鉄心の位置で二次側の電圧振幅が変化することを利用しています。廉価で分解能が優れていますが、トランス内に鉄心を挿入しなければならず、設置がレーザー変位計などに比べてやや困難です。

この他にも、対向する金属とLC発振回路を形成し、その発振周波数が距離に依存することを利用したセンサもあります。変位と出力が非線形ながら廉価で高分解能 (50 nm未満も可) であるため零位法に適用可能です[18, 19]。

フィードラインの振り子への取り付けと配線方法も重要です。推進機からの伝熱やプラズマジェットからの輻射のため、フィードラインの温度が上昇して熱変形し、要らぬ外力を振り子に与え誤差となります。これは、サーマルドリフトと呼ばれています。その対策として、フィードライ



図12 弾性ヒンジの静荷重解析結果。

ンを振り子に固定するときは、支点に近い場所でしっかりと固定します。これにより熱変形に起因するモーメントを小さくできます。また、フィードラインに曲率を持たせるとサーマルドリフトを低減可能です[29]。

4.8 おわりに

以上のように、電気推進機の推力や推力インパルスの測定の原理や設計に関する注意事項を述べてきました。本章がこれから推力測定に挑戦する大学院生や学部生の皆さんのヒントとなれば幸いです。また、推力測定は、nNの分解能で測定する方法[4]など、今もなお改良が重ねられており、著者も加速度計測の併用によるDC～高周波数の推力変動を計測する方法[18]、磁気浮上を利用した推力ベクトル測定方法[30]を研究しています。優れた推進機の実現には、推力測定の高精度化だけでなく、推力偏向や変動の特性を知悉することが望ましく、推力測定法は発展の余地があると考えています。読者にも新しい推力測定法の創出にも興味を持っていただければ幸いです。

参考文献

- [1] T.W. Haag, Tech. Rep. NASA-TN-D-7029 (1971).
 [2] M. Gamero-Castano, Rev. Sci. Instrum. **74**, 4509 (2003).
 [3] G. Hathaway, Rev. Sci. Instrum. **86**, 105116 (2015).
 [4] J. Soni and S. Roy, Rev. Sci. Instrum. **84**, 095103 (2013).
 [5] 近藤恭平：工学基礎 振動論（培風館，1993）.
 [6] T.W. Haag, Tech. Rep., NASA-TM-107066 (1995).
 [7] 小泉宏之 他：日本航空宇宙学会論文集 **51**, 593, 270 (2003).
 [8] O. Stephane *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **73**, 7, 2694 (2002).
 [9] S Rocca *et al.*, Meas. Sci. Tech. **17**, 711 (2006).
 [10] N. Nagao *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **78**, 115108 (2007).
 [11] Kunning G. Xu *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **80**, 055103 (2009).
 [12] 河合素直：制御工学（昭晃堂，1996）.
 [13] 土谷武士，江上 正：新版 現代制御工学（産業図書，2000）.
 [14] 大住 晃：線形システム制御理論（森北出版，2003）.
 [15] 加藤寛一郎：最適制御入門（東京大学出版会，1996）.
 [16] 三上直樹：はじめて学ぶデジタル・フィルタと高速フーリエ変換（CQ出版，2005）.
 [17] Scilab, <https://www.scilab.org/>
 [18] A. Kakami *et al.*, Rev. of Sci. Instrum. **86**, 115114 (2015).
 [19] Y. Yamauchi, Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan **17**, 175 (2019).
 [20] R. Yanagi and I. Kimura, J. Spacecraft Rockets, **19**, 3 (1982).
 [21] B.W. Longmier *et al.*, J. Propul. Power **25**, 746 (2009).
 [22] D. Kuwahara *et al.*, Plasma Fusion Res. **9**, 3406025 (2014).
 [23] Elmer, <https://www.csc.fi/web/elmer/>
 [24] Salome-MECA, <https://www.code-aster.org/>
 [25] 日本機械学会編：振動のダンピング技術（養賢堂，1998）.
 [26] 長屋幸助：精密工学会誌 **55**, 12 (1989).
 [27] 背戸一登：日本機械学会論文集（C編）**56**, 525 (1990).
 [28] FEMM, <http://www.femm.info/>
 [29] 山内雄介：宇宙輸送シンポジウム，宇宙輸送シンポジウム STEP-2018-051 (2019).
 [30] A. Kakami *et al.*, Aero Space Tech. **104**, 105896 (2020).



かかみ あきら
各務 聡

東京都立大学 システムデザイン学部，航空宇宙システム工学科 准教授，学位：2003年東京大学大学院工学系研究科・博士（工学），パルス型プラズマ推進機に水推進

剤を利用する研究で博士号を取った後，九州工業大学で化学推進の研究に従事し，それ以来，宇宙機に搭載する電気・化学推進，推力測定装置を柱として研究してきました。