J. Plasma Fusion Res. Vol.96, No.6 (2020) 290‐291

講座

シミュレーションのための乱数入門

Introduction to Random Numbers for Simulations

1．はじめに

1. Introduction

宇 佐 見 俊 介
USAMI Shunsuke
自然科学研究機構 核融合科学研究所

（原稿受付：2020年３月17日）

非平衡系であるプラズマ中の現象を解析するには，コンピュータによるミュレーションが非常に有力な手段となっています．シミュレーションには様々なモデルや計算手法がありますが[1]，そのうち，いわゆるモンテカルロ法に基づいた輸送シミュレーションでは，乱数を用いた計算を繰り返すことから，大量の乱数データを必要とします．他にも粒子シミュレーションでは，粒子の初期位置や速度分布（Maxwell 分布など）を与える際に，乱数が用いられるのが一般的です．また，乱数は，これらのような科学技術計算だけに留まらず，インターネットショップでの情報通信の暗号化，二段階認証におけるワンタイムパスワード生成などにも用いられ[2]，現代社会で必要不可欠なツールとなっています．

本講座では，そのような乱数について学んでいきます．講座を読み始めるにあたって，最初に思い浮かぶ疑問は，「そもそも乱数とは何か？」ではないでしょうか．乱数が，どのように定義されているのか調べてみると，大辞林（第三版）では，「乱数とは出現する値に規則性のない数」とあります．この「規則性がない」という定義から，乱数が満たすべき性質が導かれるように思いますが，数学的に厳密に定義しようとすると簡単ではありません[3]．そこで，まずは，以下のような例を用いて，乱数の性質の一端を覗いてみましょう．０と１だけからなる数列として，

(a) 0，1，0，1，0，1，0，1，0，1，0，1，0，1，0，1
(b) 1，0，1，1，1，0，1，0，0，0，0，1，0，0，1，0

の２種類を挙げてみます．(a)は，明らかに０と１が順番に出現していて，その規則性ゆえに乱数には見えません．一方，(b)は，私自身がコインを投げて表を１，裏を０として記録した結果ですので，この数列は乱数に近いと言えるでしょう（＊）．一見，(b)では，同じ値が連続することが頻繁にあって作為的な感じがしますが，乱数にはこのような並び方が起こり得ます．０と１が規則性なく出現するということから，同じ値が連続で出現する率はどのくらいかという統計的性質が導けます．そのため，逆に言えば一見乱数に見える数列も，乱数が満たすべき統計的性質から外れていると，乱数とは言えないでしょう．ただし，厳密には，無限の数列がないと，ある数列が乱数かどうかは判定できません．実は(a)の場合も，無限に続く乱数列中に含まれうることに留意する必要があります．ならば，科学技術計算で(a)も乱数として使ってよいのか，という疑問が出てきますが，答えは NO です．科学技術計算では，有限の数列しか利用しないので，その有限の中で乱数としてふさわしい統計的性質を満たしていることが望ましい，つまり(b)が望ましいということになります．乱数発生法において，この点は，議論のあるところではないでしょうか．

（＊）コインの動きは古典力学に従いますので，表裏どちらが出るのかは決定論的であり，ランダムではないという反論もあるかもしれません．一方，コインの動きは，条件のわずかな違い（コインを投げる速度，机の凸凹など）に非常に敏感なので，結果は事実上予測できません．このことから，表裏どちらが出るのかはランダムと言ってよいでしょう．

National Institute for Fusion Science, Toki, GIFU 509-5292, Japan

author's e-mail: usami.shunsuke@nifs.ac.jp

上記で述べたような性質は，コンピュータで乱数を用いる際に，極めて重要な要素です．一般的なコンピュータは真の乱数を作れず，様々なアルゴリズムにより「疑似乱数」を発生させています．コンピュータ（すなわち人間）が作り出す疑似乱数の値は，一見ランダムに見えますが，決定論的な演算（数式）によって算出されたものですので，原理的に周期性や，偏りを持っています．そのため，乱数の性質を満たしているかどうかが大きなチェック対象となります．

コンピュータシミュレーション分野では，黎明期から現在まで，より長周期で，偏りが少なく，かつ高速に疑似乱数を生成できるアルゴリズムが開発されてきました[4]．現在では，一般のユーザはプログラミング言語に標準で備えられている，あるいは数値ライブラリで提供される乱数発生ルーチンをブラックボックスのように利用することができます．しかし，その疑似乱数がどのように生成されていて，その品質がどのようなものか，また間違った利用方法をしていないか，ということを一度振り返って考えてみることは非常に重要なことです．

本講座では，実際に自ら，乱数を使ったシミュレーションモデルを開発して実行している研究者が，乱数が満たすべき条件，乱数発生方法のいくつかのバリエーション，検定方法，高速化，応用例について，詳しく説明します．ただし，著者らは乱数そのものの専門家ではないことから，数学的に厳密であることを追求しすぎることは避け，シミュレーション研究者としての実践的な説明をすることを心がけました．

掲載内容は，以下のように予定しています．

（第１回目）

第２章では，コンピュータにおいて，疑似乱数列を生成する様々な手法を主に周期長という観点から紹介し，実際の使い方も説明します．さらに，コンピュータで真の乱数を発生させる「物理乱数」に関しても触れることにします．

（第２回目）

第３章では，第２章で紹介した様々な乱数発生法を高速化し，並列実行のプログラム中で用いる方法について説明します．

第４章では，乱数の品質と検定法を解説します．乱数らしさについて，周期長や多次元均等分布性といった数学的な観点から説明し，乱数が満たすべき統計的性質を利用して，乱数の検定方法をいくつか紹介します．

（第３回目）

最後に第５章では，乱数の変換例・利用例を示します．まずは，様々な乱数をいかに生成するか，つまり「乱数の変換」について論じ，一様乱数から任意の確率分布に従う乱数を作る方法を説明します．また，基礎的なモンテカルロシミュレーションに加えて，これまであまり焦点の当たっていなかった，輸送方程式（非線形偏微分方程式）の解を求める過程を大域的最適化問題に帰着させるという解法を紹介し，乱数がどのようにシミュレーションにおいて利用されているか具体的に解説します．

本講座が，これからシミュレーションで乱数を用いようとする研究者，学生，さらには，乱数自体に興味のある人々にとって入門的な役割を果たせたなら幸いです．

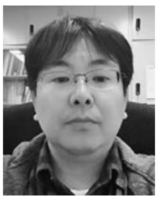
参考文献

[1] プラズマ・核融合学会（編）：プラズマシミュレーション（京都大学学術出版会，2018）．

[2] 「ランダムと乱数の奇妙な世界」Newton 2018 年 9 月号 pp.70-83.

[3] D.E. Knuth, *The Art of Computer Programing Volume 2 Seminumerical Algorithms, Third Edition* (Addison-Wesley, 1997).

[4] 伏見正則，逆瀬川浩孝（監訳）：モンテカルロ法ハンドブック（朝倉書店，2014）．



宇佐見俊介（うさみ しゅんすけ）

自然科学研究機構 核融合科学研究所 ヘリカル研究部基礎物理シミュレーション研究系 准教授．

粒子シミュレーションを用いて，プラズマの様々な複雑な現象を調べていて，現在の主な研究テーマは磁気リコネクションです．SF が好きなためか，現実世界はコンピュータ上のシミュレーションでは？と密かに妄想しています．今回の講座をとりまとめている際に，世界がシミュレーションなら，量子ゆらぎに基づく乱数も実は疑似乱数で，何らかの規則性があったりしないか？とさらに妄想を膨らませています．