J. Plasma Fusion Res. Vol.94, No.3 (2018) 119‑120

小特集

実は遍在する光渦ー光渦の原理・発生・応用展開ー

Ubiquitous Optical Vortex -Principle, Generation and Application-

1．はじめに

1. Introduction

久 保　 伸
KUBO Shin
核融合科学研究所

（原稿受付：2018年２月16日）

光渦は，通常の光の波面が平面や球面になっているのに対して，波面が螺旋状になっている光のことを言う．この光渦の存在は今から約25年前に明らかにされた[1]．**図１**に軌道角運動量 $\ell=-1, 0, 1, 2, 3$ の等位相面の三次元構造，ビーム断面の強度分布，位相分布を示す．等位相面の構造から想像されるように光渦は軌道角運動量を運び，物体に当たるとそれにトルクを与えると考えられる．また，原子や分子などと相互作用すると，通常の光では起きない反応が起きると考えられる．光渦は，実験室で特殊な光学素子を用いて人工的に合成することができ，それを使って様々な　応用研究が盛んに進められている．しかし，このような光渦が自然現象で生みだされることはないと考えられてきた．ところが，2016年になって，円軌道を描いて運動する電子が放射する光について理論的に解析した結果，それが，螺旋状の波面を持つ光渦であることを本小特集の第３章，第５章の主著者である分子科学研究所の加藤教授らが世界で初めて見出した[3]．円軌道を描く電子からの放射過程は，自然界には普遍的に存在する電子サイクロトロン放射として，20世紀初頭から，数多くの研究がなされてきた．特に，プラズマ・核融合の分野においても，プラズマ閉じ込め，加熱，計測においてこの電子サイクロトロン運動とその放射は常にその中心的役割を果たしてきたと言っても過言ではない．それにも関わらず，この放射が持つ光渦の性質についての言及はこれまで著者の知る限り全く行われてこなかった．この意味でも，この発見は画期的であるが，未開拓の自然界に普遍的に存在する光渦と物質との相互作用に関する研究領域の存在を浮かび上がらせる意義深い発見である．現在では，この光渦は，レーザー光

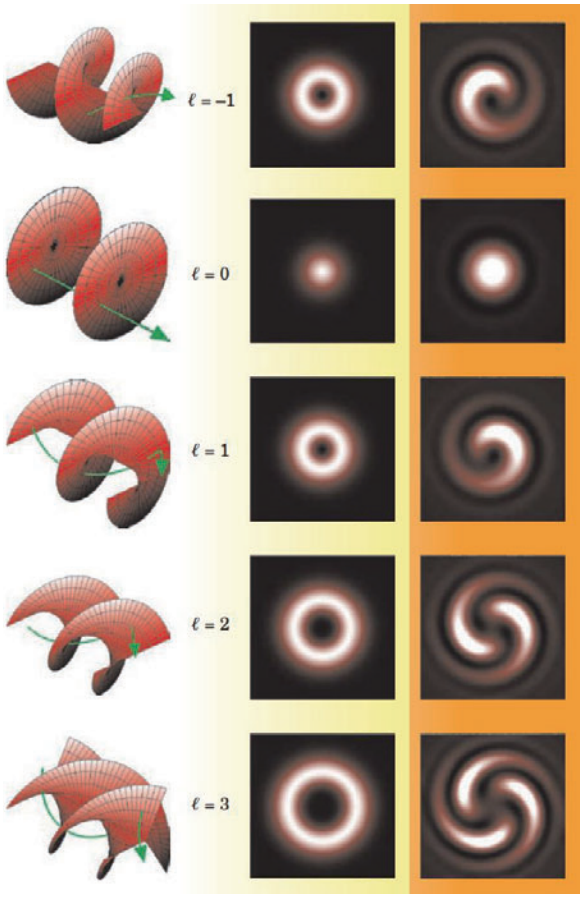

図１　光渦（ラゲール・ガウスビーム）の様々な（ℓ= −1, 0, 1, 2, 3）位相構造のスナップショットと局所的なポインティングベクトル（左列），強度分布（中列），平面波との干渉波形（右列）[2]．

National Institute for Fusion Science, Toki, GIFU 509-5292, Japan

author's e-mail:kubo.shin@nifs.ac.jp

を特殊な光学素子を通すことで人工的に合成する手法が確立されており，情報通信，ナノテクノロジー，イメージングなど様々な分野で実用化をめざして研究が活発に進められているが，自発的な光渦の発生やその応用展開に関する研究はこれまでほとんど行われておらず，まして，自然界に存在する光渦が物質に及ぼしている影響も全く未知である．折しも，平成29年度の自然科学研究機構の分野融合型共同研究として「光渦の拓く新しい自然科学」が採択され，古典電磁気学のみならず，量子力学的な理論的アプローチ，光渦発生に関する実験研究，また光渦と物質の相互作用，その応用研究が相補的に展開されることになった．本小特集においては，プラズマ核融合研究との関連を視野に入れつつ，幅広い観点から「光渦とその発生・応用展開」の解説を行うことで，さらなる研究の展開を図るための端緒としたい．

第2章「光渦の原理と応用研究の現状」では，まず，光渦の定義と基本的な性質，通常の光との違いを解説し，それを踏まえ，レーザーと光学素子を用いて発生させた光渦の応用として展開されている研究の現状を紹介する．

第3章「光渦の発生」においては，単一電子が円運動する時の放射が持つ渦性を多電子系においていかに抽出あるいは積算・増幅するかの理論的，実験的アプローチを紹介する．

第4章「サイクロトロン放射と光渦の理論的課題」では，サイクロトロン放射減衰の持つ不可逆性の考察から光渦の発生のメカニズムへのアプローチの可能性を解説する．

第5章「光渦の応用展開」においては，光渦と素粒子・原子核，プラズマ，分子，高分子との相互作用の基礎から応用に至る研究の展開，宇宙物理において光渦が果たす役割を紹介する．

第6章「まとめ」で本記事のまとめと今後の展望を示す．

なお，本小特集は，本文中にも述べた，大学共同利用研究機関法人自然科学研究機構分野融合型共同研究事業（01111701）「光渦が拓く新しい自然科学」の助成を受けた成果の一部である．

参考文献

［1］L. Allen *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 8081 (1992).
［2］M. Padgett, J. Courtial, L. Allen, Physics Today **35** (2004).
［3］M. Katoh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **118**, 094801 (2017).

J. Plasma Fusion Res. Vol.94, No.3 (2018) 121‐126

小特集 実は遍在する光渦

2．光渦の原理と応用研究の現状

2. Fundamentals of Optical Vortex and the Status Quo in Application Study

吉 村 信 次，荒 巻 光 利[1)]
YOSHIMURA Shinji and ARAMAKI Mitsutoshi[1)]
核融合科学研究所，[1)]日本大学生産工学部

（原稿受付：2018年 2 月16日）

近年，光渦と呼ばれる伝搬モードの光が様々な分野で注目されている．ここでは，“光渦とは何か”，“光渦で何ができるのか”という問いに答えるため，波動方程式を基礎としてその特異な位相構造およびそれがもたらす光の軌道角運動量について解説するとともに，その生成法と応用研究の現状について紹介する．また，光渦中を運動する原子が感じる速度の 3 自由度方向に対するドップラー効果とそれを用いた新しいプラズマ流計測の可能性について議論する．

Keywords:
optical vortex, paraxial wave equation, equiphase surface, phase singularity, orbital angular momentum, Laguerre-Gaussian mode, spatial light modulator, computer-generated hologram, azimuthal Doppler shift

2.1 はじめに

光渦（optical vortex）という言葉は，歴史的には，光の位相特異点を表すために使用されてきた．光の位相に結晶学におけるらせん転位のような構造が光軸を中心として発生した場合，光波の断面における位相は方位角方向に変化することになり，光軸上の位相は不定となる．例えば，地球の経度15度毎に 1 時間の時差を与えて時刻を決定した場合に，極点における時刻が不定となるのと同様である．このとき，光の等位相面は光軸を中心としてらせん状に渦を巻く．これが，位相のらせん転位を光渦と呼ぶ所以であると思われるが，近年ではこのような位相特異点をもつビーム自体も光渦と呼ばれている．通常の平面波の等位相面（波面とも呼ばれる）が光軸に垂直な 2 次元平面であるのに対して，光渦をもつ光波のらせん状等位相面はトポロジー的に全く異なる構造である．光渦を特徴づける重要な量であるトポロジカルチャージは，位相特異点を囲む任意の閉曲線に沿って位相勾配を線積分した値の$1/2\pi$倍で与えられる（この線積分は位相特異点を含まない閉曲線の場合は 0 となる）．渦管中の閉曲線に沿った速度場の線積分（渦度の面積分）が循環を与えるのに類似しており，このことからも，このような位相特異点を光渦と呼ぶことの妥当性が伺える．任意の整数をℓとしたとき，方位角方向に$2\pi\ell$だけ位相変化するビームの場合，トポロジカルチャージは整数値ℓとなる．このトポロジカルチャージと光の軌道角運動量との対応関係[1]が1992年に Allen らによって示されたことを端緒として，光渦研究はその基本的性質の探究にとどまらず軌道角運動量の応用も含めて大きく発展してきている．位相特異点・光渦・光の軌道角運動量という 3 つの言葉はほとんど区別されずに使用されているが，実際には位相特異点では破壊的干渉により光の強度は 0 となるため，位相特異点がエネルギーや運動量を運ぶわけではない．特異点周りのらせん状の位相構造がエネルギーや運動量の流れに方位角方向成分を生じさせる[2]．この運動量の流れは，光軸と平行方向の軌道角運動量を用いて表すことができる．2.2節では，波動方程式の解としての光渦の特徴について解説するとともに，2.3節では実験室におけるその生成法，また，2.4節では光渦応用研究の現状を紹介する．さらに2.5節では，平面波とは異なる位相構造に内在する，速度の 3 自由度方向に対するドップラー効果[3]を取り上げ，そのプラズマ流計測への適用可能性についても議論する．

2.2 波動方程式の解としての光渦と光の軌道角運動量

光渦が特殊な光であると言っても，伝搬する電磁波である以上，通常の平面波光と同様に波動方程式を満たしている．自由空間における光の電場ベクトル$\boldsymbol{E}$の波動方程式は

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}=0, \tag{1}$$

で与えられる．周波数ω，波数kの単色光を考え，偏光を無視すると，式（1）は以下のスカラーヘルムホルツ方程式となる．

$$(\nabla^2+k^2)E=0. \tag{2}$$

さらに，z方向に伝搬するビームを考えて近軸近似を行う

National Institute for Fusion Science, Toki, GIFU 509‒5292, Japan

corresponding author's e-mail: yshinji@nifs.ac.jp

(z 方向の 2 階微分を無視する)と，$E(r,z)=u(r,z)\exp[ikz]$ と書いたときの複素振幅 u に対する方程式は以下のようになる．

$$\left(\nabla_T^2+2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)u=0. \tag{3}$$

この方程式の最も基本的な解がガウスビームである．また，式(3)をカーテシアン座標系で解くと，レーザー共振器の基本モードであるエルミートガウス(Hermite-Gauss: HG)モードが得られる[4]．一方，円柱対称な解を仮定して円柱座標で解くと，式(4)で与えられるラゲールガウス(Laguerre-Gauss: LG) モードが得られる[4,5]．

$$\begin{aligned}u_{p\ell}^{LG}(r,\phi,z)=&\sqrt{\frac{2p\,!}{\pi(p+|\ell|)!}}\left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|\ell|}\cdot L_p^{|\ell|}\left[\frac{2r^2}{w(z)^2}\right]\\&\times\frac{w_0}{w(z)}\exp\left[-\frac{r^2}{w(z)^2}\right]\cdot\exp[i\ell\phi]\\&\times\exp\left[-i(1+2p+|\ell|)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right]\\&\times\exp\left[-i\frac{kr^2}{2R(z)}\right],\end{aligned} \tag{4}$$

ここでは，ビームウェスト位置を z の原点としている．w はビーム径で，w_0 はビームウェスト位置でのビーム径，$R(z)$ は曲率半径である．$L_p^{|\ell|}$ はラゲール陪多項式であり，p は動径方向，ℓ は方位角方向のモード指数を与える．したがって，最低次 ($p=\ell=0$) のモードはガウスビーム (TEM_{00}) に対応するが，高次モードにはラゲール陪多項式による径方向の強度変調が加わることとなる．光渦としての LG モードを考えるとき最も重要となるのは，方位角方向の位相項 $\exp[i\ell\phi]$ である．$\ell\neq0$ のとき，光軸上は強度 0 の位相特異点となり，トポロジカルチャージは ℓ となる．等位相面は z 軸を中心としたらせん状の波面を形成する (**図 1**)．LG ビームの強度分布の例を**図 2** に示す．$\ell\neq0$ のとき，ドーナツ状のビーム形状となることがわかる．HG モードと LG モードが式(3)の解に対して独立な完全直交系を与えることは重要である．近軸近似が成立する条件下では，任意の光波は複数の LG モード (または HG モード) の線形結合で表すことができる．したがって，LG モードを HG モードへと変換することや，その逆もまた可能である．この性質を用いて，円筒面レンズを用いた HG モードから LG モードへの変換による光渦生成[6]が行われている．

次に，光の角運動量について考える．ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ $(=\frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$ を用いれば，全運動量密度ベクトルは $\boldsymbol{p}=\frac{\boldsymbol{S}}{c^2}$ で与えられる．ベクトルポテンシャルの時間依存項を $\exp[-i\omega t]$ として $A=\boldsymbol{n}u(r,\phi,z)\exp[ikz]$ と書く．ここで，$\boldsymbol{n}=\alpha\hat{\boldsymbol{x}}+\beta\hat{\boldsymbol{y}}$ (ただし $\alpha^2+\beta^2=1$) は偏光を表す．電場と磁場はベクトルポテンシャルを用いると，それぞれ $\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}-\nabla\phi$，$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$ と書けるため，近軸近似のもとでローレンツ条件を用いると以下の式で与えられる．

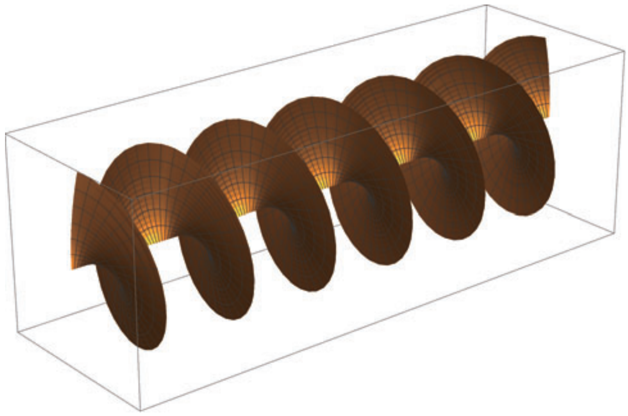

図 1　光渦の等位相面（トポロジカルチャージ $\ell=1$）.

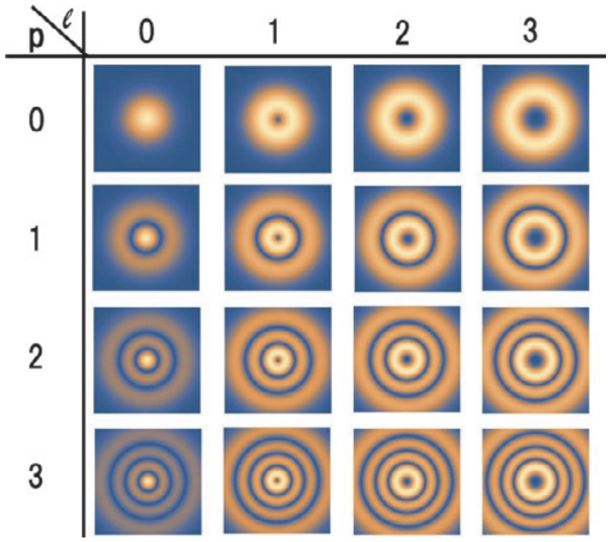

図 2　ラゲールガウスビームの強度分布．$\ell\neq0$ のとき，光軸上は強度 0 の位相特異点となる．

$$\boldsymbol{E}=i\omega\left(\boldsymbol{n}u+\hat{\boldsymbol{z}}\frac{i}{k}(\boldsymbol{n}\cdot\nabla_{\mathrm{T}})u\right)\exp[ikz], \tag{5}$$

$$\boldsymbol{B}=ik\left(\hat{\boldsymbol{z}}\times\boldsymbol{n}u+\frac{i}{k}\boldsymbol{n}\times\nabla_{\mathrm{T}}u\right)\exp[ikz]. \tag{6}$$

このとき，ポインティングベクトルは

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}=&\frac{1}{2\mu_0}(\boldsymbol{E}^*\times\boldsymbol{B}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}^*)\\=&i\omega\frac{1}{2\mu_0}(u^*\nabla_{\mathrm{T}}u-u\nabla_{\mathrm{T}}u^*)+\frac{\omega k}{\mu_0}|u|^2\hat{\boldsymbol{z}}\\&+\frac{i\omega\epsilon_0}{4}(\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{n}^*-\boldsymbol{n}^*\times\boldsymbol{n})\times\nabla_{\mathrm{T}}|u|^2,\end{aligned} \tag{7}$$

となる．第 1 項は位相勾配に依存しており，第 2 項は光波の進行方向成分のみであり，第 3 項は偏光に依存する．光の運動量 $\boldsymbol{p}$ は式(8)で与えられる．

$$\boldsymbol{p}=i\omega\frac{\varepsilon_0}{2}(u^*\nabla_{\mathrm{T}}u-u\nabla_{\mathrm{T}}u^*)$$

$$+\omega k\varepsilon_0|u|^2\hat{\boldsymbol{z}}-\omega\varepsilon_0\frac{1}{2}\sigma_z\frac{\partial|u|^2}{\partial r}\hat{\boldsymbol{\phi}}. \tag{8}$$

ここで $\sigma_z=\pm1$ は円偏光に対応する．角運動量密度は(8)式を用いて，$\boldsymbol{j}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$ で与えられる．LG モードの場合 $u(r,\phi,z)=|u|\exp[i\ell\phi]$ であることを考慮すると，z 軸方向の角運動量密度は

$$j_z=rp_\phi=\varepsilon_0\omega l|u|^2-\frac{1}{2}\varepsilon_0\omega\sigma_z r\frac{\partial|u|^2}{\partial r}, \tag{9}$$

となる．第1項は偏光に依存しない角運動量成分であり，トポロジカルチャージ l に比例する光の軌道角運動量である．一方，第2項は直線偏光の場合 $\sigma_z=0$ で0となることから，光のスピン角運動量を表している．式(9)を z 軸に垂直な平面で積分することで得られる全角運動量 J_z と光のエネルギー W の比を取ると，

$$\frac{J_z}{W}=\frac{\ell}{\omega}+\frac{\sigma_z}{\omega}, \tag{10}$$

となる．式(10)の右辺の分母・分子にそれぞれ $\hbar$ を掛けると，分母は1光子当たりのエネルギーに，分子は1光子当たりの角運動量とみなすことができる．1光子当たりの軌道角運動量は $\hbar\ell$ となり，LG ビームのトポロジカルチャージに対応することがわかる．原理的には任意の整数値のトポロジカルチャージをもつ LG ビームが生成可能であり，これにより軌道角運動量の制御が可能となる．一方，1光子当たりのスピン角運動量は $\hbar\sigma_z$ であり，直線偏光の場合に0，円偏光の場合に $\pm\hbar$ という3つの値を取るのみである．ここで示した軌道角運動量の制御性は高速大容量通信をめざした情報通信研究の分野において注目されている．

2.3　実験室における光渦の生成法

光渦を実験室で生成する場合，単色の近軸ビームであるレーザー光が利用される．レーザー共振器の条件を整えることで直接LGビームを発生させることも可能ではあるが，共振器に要求される精度が高く，モードの制御性も低いため，応用の観点からは理想的とは言い難い．そこで，レーザー光の基本モードである TEM_{00} モード（HG_{00}, LG_{00} ということもできる）のガウスビームを様々な方法で変換することになる．以下では，光渦として単一横モードのLGビームを考えて，その生成法を紹介する．

2.3.1　高次エルミートガウスモードからの変換

2.2節で述べたように，HG モード・LG モードはそれぞれ近軸波動方程式のカーテシアン座標系および円柱座標系における完全直交系をなす解であり，任意の光波はこれらのモードを基底として展開できる．これは，LG モードを HG モードの重ね合わせで記述できるということを意味する［6］．HG_{mn} と $\mathrm{LG}_{p\ell}$ の場合，$m+n=2p+|\ell|$ を満たすモード同士はユニタリー変換によって互いに移りあうことが知られている．実験室では，HGビームの重ね合わせに対して円筒面レンズにより位相差を与えることで LG ビームに変換ができる．例として，HG_{01} と HG_{10} から LG_{01} への変換を

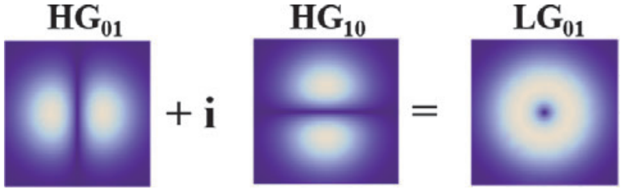

図3　エルミートガウスビームの合成によるラゲールガウスビーム生成．i は $\pi/2$ の位相シフトを表す．

図3に示す．ここで i は $\exp[i\pi/2]$ の位相項が与えられることに対応している．実際に様々なトポロジカルチャージの LG ビームを生成するためには，高次の HG ビームを用意する必要がある．

2.3.2　らせん位相板（Spiral Phase Plate）

直感的に理解しやすい光渦生成法として，ガウスビームのらせん位相板[7]への入射がある．らせん位相板は方位角方向に厚さが変化する位相板で，1周で 2π の整数倍の位相差を与えるものである．これによって，平面波光にらせん状の波面をもたせることができ，光渦へと変換される．原理はシンプルだが，方位角方向に高い精度をもつ光学素子の加工やガウスビームの中心と特異点を厳密に一致させるのは難しい．

2.3.3　*q*-plate

q-plate[8]とは，リターダンスは素子全体に渡って π で一定だが，高速軸の向き α が $\alpha(r,\phi)=q\phi+\alpha_0$ で方位角方向に変化する特殊な1/2波長板である．この式に現れる定数 q から，q-plate と呼ばれている．q-plate が光波に与える効果は，ジョーンズ法を用いることで容易に理解できる．高速軸が角度 α 傾いた1/2波長板に対するジョーンズ行列は以下のように与えられる．

$$\overleftrightarrow{\boldsymbol{M}}=\begin{pmatrix}\cos 2\alpha & \sin 2\alpha\\ \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha\end{pmatrix}. \tag{11}$$

左回り円偏光のビームを入射するとき，その電場のジョーンズベクトルは $\boldsymbol{E}_{\mathrm{in}}=E_0\begin{bmatrix}1\\ i\end{bmatrix}$ と書ける．したがって q-plate 通過後の電場 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{out}}$ は，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\mathrm{out}}&=\overleftrightarrow{\boldsymbol{M}}\cdot\boldsymbol{E}_{\mathrm{in}}=E_0e^{i2\alpha}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix}\\ &=E_0e^{i2q\phi}e^{i2\alpha_0}\begin{bmatrix}1\\ -i\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{12}$$

となる．左回りの円偏光が右回りの円偏光に変化するとともに，方位角 ϕ に依存する位相項 $e^{i2q\phi}$ が付与される．従って，トポロジカルチャージ $\ell=2q$ の光渦へと変換されたことがわかる．ここでは円偏光の光渦を生成しているが，1/4波長板を用いて直線偏光の光渦に変換することも容易である．

2.3.4　ホログラフィー法

ホログラフィー法では，物体光と参照光の干渉縞をホログラム回折格子として用いて，参照光のみを入射することで一次回折光として物体光を再生する．したがって，参照光としてガウスビーム，物体光として光渦を仮定して干渉

縞を計算し，得られたパターンをホログラム回折格子として用いてガウスビームを入射すれば，一次回折光として光渦ビームが得られる[9,10]．近年では，空間光位相変調器（spatial light modulator: SLM）にPCで生成した干渉縞を描画してホログラム回折格子として用いるのが一般的である（SLMは液晶の配向を制御することで光に位相変調を与えることのできる液晶ディスプレイのような機器である）．ガウスビームと LG_{01} ビームをわずかに角度をつけて干渉させたときの干渉縞を**図4**に示す．中心の枝分かれしたパターンが特徴的だが，トポロジカルチャージ ℓ を増やしていくと $l+1$ 本に枝分かれしたフォーク状のパターンとなる．この干渉縞を描画したSLMにガウスビームを入射して得られる光渦（1次回折光）は入射ビームの0次回折光とは異なる方向へ進むため，分離することは容易である．また，その外側には高次回折光として，$LG_{0\pm2}$，$LG_{0\pm3}$…と高次の光渦ビームが現れる．SLMに描画するパターン変更するだけで様々なモードの光渦ビームを生成できるため，基礎研究に適した生成法といえる．

2.4 光渦応用研究の現状

光渦ビームの様々な応用として，(i)光の軌道角運動量そのものの利用，(ii)光の軌道角運動量の制御性の利用，(iii)光の位相構造の利用，の三つが考えられる．本節では，(i)，(ii)の例を紹介し，(iii)については次節に譲る．

2.4.1 光の軌道角運動量の利用

集光したレーザー光の焦点近傍にミクロンサイズの誘電体微粒子を捕捉して操作する装置として，光ピンセットが知られている．そのアイディアは1970年にA. Ashkinによって提案され[11]，1986年に顕微鏡下でレーザー光によって微粒子を3次元的に捕捉した結果が報告されている[12]．通常の光ピンセットではレーザー光として TEM_{00} モードが使用されているが，これを光渦（LGモード）にすることで微粒子に光の軌道角運動量を与えることができる．結果として，光による微粒子の回転制御が可能となる[13]．光渦を用いることで単一ビームによる光トラップに新しい自由度を与えられることを示したこの成果は，Nature誌のレビュー論文「光操作の革命（A revolution in optical manipulation）」[14]としても報告されている．実際に微粒子の回転を操作している映像は，例えばグラスゴー大学のM. PadgettのYoutube動画[15]で見ることができる．トポロジカルチャージの符号を反転させることで捕捉された微粒子群の回転方向も反転する等，自由度の高い制御が可能となる．光の軌道角運動量を直接用いる応用のもう一つの例として，光渦レーザーアブレーションによるナノ構造形成がある．金属表面に光渦レーザーパルスを入射することで，らせん状のナノニードルが形成されることが報告されている[16,17]．光渦のドーナツ型の強度分布が尖った構造を作り，ニードルの先端サイズは回折限界以下の300 nm程度となっている．ニードル下部のらせんの巻き数は光の全角運動量で，らせんの向きは光の軌道角運動量の符号で制御できる．また，単結晶シリコン基盤への光渦レーザー入射による単結晶シリコンニードルの形成も最近報告されている[18]．通常のレーザーによるシリコン表面加工では表面が多結晶やアモルファスとなる場合が多く，単結晶性のシリコンニードルが形成される現象は光渦を用いた新しい表面加工法として注目されている．

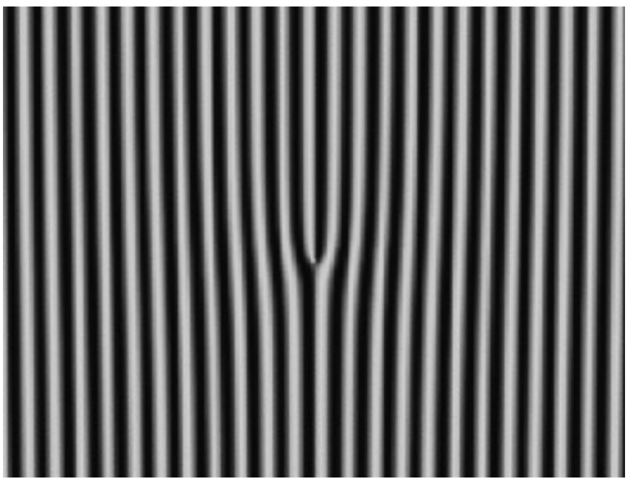

図4 ガウスビームとラゲールガウスビームの狭角干渉パターン．SLMに描画することでホログラム回折格子として使用する．

2.4.2 光の軌道角運動量の制御性の利用

2.2節で示したように，偏光に依存する光のスピン角運動量は1光子当たり0または $\pm\hbar$ しか取り得ない．一方，光渦のトポロジカルチャージは原理的に任意の整数値を取り得るため，1光子当たりの軌道角運動量は $\pm\ell$ となる．この事実は，光情報通信分野において重要な意味をもつ[19]．情報を光の偏光・波長に加えて軌道角運動量にエンコードすることで，100 Tbit/sでの自由空間でのデータリンクが可能となることが報告されている[20]．ただし，通常の光ファイバーでは光渦を安定に伝送することができないため，長距離高速通信を実現するためには新しい光ファイバーの開発が必要となる．光ファイバー中の光渦についてはS. Ramachandranらによるレビュー論文[21]を参照されたい．

2.5 光渦の位相構造のプラズマ計測への応用

過去数十年にわたり，様々な分野で極限的なレーザー計測技術が開発されてきたが，それらの多くはレーザーパラメータのうちパルス幅（時間分解能），線幅（周波数分解能）あるいはスポットサイズ（空間分解能）に着目したものであった．一方，光波の位相や偏光の空間構造の利用については，近年物性分野をはじめ様々な分野で研究が進められているが[22]，未開拓な領域がまだ多く残されている．ここでは，光渦の位相構造を利用したプラズマ計測への応用の可能性として，光渦のドップラー分光への応用について議論する．ドップラー分光とは，光源と観測者の相対的な運動による光の周波数の変化から測定対象の速度分布や流速を得る分光法である．一般的な実験室プラズマでは測定対象の原子・分子は光速よりも十分遅いため，相対論的効果による横ドップラーシフトは非常に小さく，縦ドップラーシフトのみが観測される．縦ドップラーシフト

は運動によって原子・分子が波の位相面を移動することによって引き起こされるため，コリメートされたレーザー光のように平面波として近似できる光波中では，光の伝播方向と速度のなす角をθとすると$\cos\theta$に比例する（波動ベクトルと速度ベクトルの内積で与えられる）．したがって，従来のドップラー分光には光の伝播方向に射影した速度成分しか観測できないという強い制限があり，そのことは原理的に避けられないものとして受け入れられてきた．しかし，このような平面波を用いた従来の分光計測の常識がらせん状の位相構造をもつ光渦を用いることで覆されることがL. Allenらによって指摘されている[3]．光渦の光波中におけるドップラーシフトは以下の式で与えられる．

$$\delta_{\rm LG}=-\left[k+\frac{kr^2}{2(z^2+z_R^2)}\left(\frac{2z^2}{z^2+z_R^2}-1\right)-\frac{(2p+|\ell|+1)z_R}{z^2+z_R^2}\right]V_z-\frac{krz}{z^2+z_R^2}V_r-\frac{\ell}{r}V_\phi \tag{13}$$

ここで，光渦はビームウェストを原点とするz軸方向に伝播しており，V_z，V_r，V_ϕ は円筒座標系における z 軸方向，動径方向，方位角方向の速度，$|\ell|$ はトポロジカルチャージ，r はビーム中心の位相特異点からの距離，z_R はレイリー長を表している．光渦が3次元的な位相構造を持つため，ドップラーシフトも速度の3成分に依存した項の和となっている．右辺第1項は V_z によるドップラーシフトで，$-kV_z$ が主要項となっている．第2項は球面波としての曲率に起因するドップラーシフトで，十分コリメートされたレーザーを用いた場合は第1項に対して4桁程度小さい値となる．第3項が光渦の特徴である方位角方向の位相変化によるドップラーシフトで，観測する光の波長を λ とすると，第1項に対して $\ell\lambda/2\pi r$ 倍小さい値となる．例えば $\ell=1$ の光渦を用いて特異点から 10λ 程度の距離でドップラーシフトを観測すれば第1項より2桁程度小さい値となる．この方位角ドップラーシフトの観測ができれば，従来は光の伝播方向のみに限られていたドップラー分光による速度計測が方位角方向も含んだ形に拡張される．すなわち，光渦を用いることでレーザー計測に新しい自由度を与えることが可能となる．Barreiroらは電磁誘起透過（Electromagnetically Induced Transparency: EIT）を巧妙に利用した分光計測で，方位角ドップラーシフトのみを取り出すことに成功している[23]．ここでは磁場中に設置されたガスセルに対して，右回りおよび左回り円偏波ビームが磁場に沿って導入されている場合を考える．**図5**に示すようなΛ型の3準位系の$\Delta M_J=\pm1$遷移に2つの円偏波が同時に共鳴すると上準位への遷移が起こらなくなり媒質が透明になることが知られており，この現象をEITと呼ぶ．2つの円偏光が平面波の場合，外部磁場の強度を掃引しながら透過光強度を測定すると $B=0$ で急峻な透過光強度の増加を示すドップラーフリーのEIT信号が得られる．ドップラーフリーの信号が得られるのは，平面波のドップラーシフトが円偏光の向きに依存せず，上準位と下準位が同じようにシフトして速度によらず共鳴するためである．これに対して，入射光としてトポロジカルチャージが ℓ_1 および ℓ_2 の円偏光の光渦を用いた場合，伝播方向および動径方向のドップラーシフトがキャンセルされるのに対して，方位角方向のドップラーシフトはトポロジカルチャージに依存するためキャンセルされずに残り，2つの光渦の方位角ドップラーシフトの差 $\frac{(l_1-l_2)}{r}V_\phi$ によって広がったEIT信号が得られる．この実験により，伝播方向および動径方向のドップラーシフトの影響を取り除いた方位角ドップラーシフトのみの分光的な測定が実証されたが，磁場掃引による量子共鳴を用いるためプラズマ計測への応用には制限がある．一方，通常のドップラー分光の光源を光渦に変更するだけで方位角ドップラーシフトが観測できれば，実験的にも簡便で汎用性の高い分光法となることが期待できる．ここでは，光渦のドップラーシフトに含まれる微小項を無視して $\delta_{\rm LG}=-kV_z-(\ell/r)V_\phi$ と近似し，光渦ビームを用いたドップラー吸収分光によって得られるドップラースペクトルについて検討する．レーザーの周波数を原子の共鳴周波数から δ だけ離調させてプラズマに入射させた場合，速度空間において $\delta=-kV_Z-(\ell/r)V_\phi$ で定義される傾いた平面で一様広がりの厚さを持つ体積内の原子がレーザー光を吸収する．この励起体積中の原子数を δ の関数として表すことで，以下のドップラースペクトルが得られる．

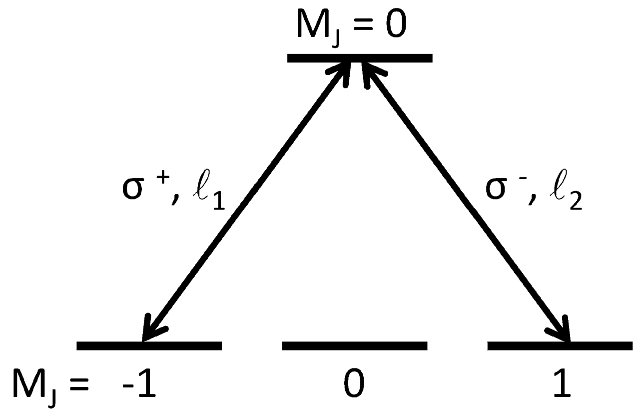

図5　Λ 型の3準位系．

$$f(\delta)=\left(\frac{m}{2\pi k_{\rm B}T}\right)^{1/2}\left(1+\frac{r^2}{\ell^2}k^2\right)^{-1/2}\frac{r}{\ell}\times\exp\left[-\frac{m}{2k_{\rm B}T}\frac{1}{\frac{\ell^2}{r^2}+k^2}\left(\delta+\frac{\ell}{r}v_{\rm flow}\right)^2\right] \tag{14}$$

ここでは，原子の速度分布関数として方位角方向に $v_{\rm flow}$ の流れをもつマクスウェル分布を仮定している．式(14)より，光渦で測定したドップラースペクトルは光の進行方向に垂直な方位角方向の流れにより $-\frac{\ell}{r}v_{\rm flow}$ だけシフトすることがわかる．したがって，大きなトポロジカルチャージ ℓ を持つ光渦を用いて r が小さな位相特異点の近傍でスペクトルを測定することで方位角ドップラーシフトが観測しやすくなることが期待される．しかしながら，実験的には高次の光渦の位相特異点は分裂しやすく測定に向かないた

め，$\ell = \pm 1$ の光渦を用いて $r = 10\lambda$ 程度でのスペクトル観測を仮定するのが現実的である．アルゴン準安定原子の $1s_5$-$2p_2$ 遷移による 697 nm の吸収を用いて数百 m/s の方位角方向の流れを測定した場合，方位角ドップラーシフトは 10 MHz 程度となり，狭帯域レーザーを用いた精密分光であれば測定可能な大きさとなる．著者らのグループでは，このような微小空間でのドップラーシフト分布を高精度に測定するため，レーザー周波数の高精度な制御のみではなく，高いビーム品質の光渦を生成するとともに空間的な揺らぎ抑えてドップラー吸収分光を行うための技術開発を進めている．

参 考 文 献

[1] L. Allen *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 8185 (1992).
[2] M.J. Pudgett and L. Allen, Optics Comm. **121**, 36 (1995).
[3] L. Allen *et al.*, Optics Comm. **112**, 141 (1994).
[4] A.E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Sausalito, 1990).
[5] 戸田泰則：物性研究・電子版 **4**, 041205 (2015).
[6] M.W. Beijersbergen *et al.*, Optics Comm. **96**, 123 (1993).
[7] M.W. Beijersbergen *et al.*, Optics Comm. **112**, 321 (1994).
[8] L. Marrucci *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 163905 (2006).
[9] N.R. Heckenberg *et al.*, Opt. Lett. **17**, 221 (1992).
[10] A.V. Carpentier *et al.*, Am. J. Phys. **76**, 916 (2008).
[11] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970).
[12] A. Ashkin *et al.*, Opt. Lett. **11**, 288 (1986).
[13] J.E. Curtis and D.G. Grier, Phys. Rev. Lett. **90**, 133901 (2003).
[14] D.G. Grier, Nature **424**, 810 (2003).
[15] https://www.youtube.com/watch?v=2hdKXMRKSY8
[16] T. Omatsu *et al.*, Opt. Express **18**, 17967 (2010).
[17] K. Toyoda *et al.*, Nano Lett. **12**, 3645 (2012).
[18] F. Takahashi *et al.*, Sci. Rep. **6**, 21738 (2016).
[19] G. Gibson *et al.*, Opt. Express **12**, 5448 (2004).
[20] H. Huang *et al.*, Opt. Lett. **39**, 197 (2014).
[21] S. Ramachandran and P. Kristensen, Nanophotonics **2**, 455 (2013).
[22] K. Shigematsu *et al.*, Phys. Rev. B **93**, 045205 (2016).
[23] S. Barreiro *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 113601 (2006).

小特集 実は遍在する光渦

3．光渦の発生

3. Generation of Optical Vortex

加藤政博
KATOH Masahiro
分子科学研究所

（原稿受付：2018年2月16日）

円運動する電子が放射する電磁波の位相構造を古典電磁気学を用いて位相構造を解析するとその放射の2次以上の高調波に螺旋構造があることが示される．つまり，これまで，人工的にしか作ることができないと考えられていた光渦を能動的に発生させる可能性が示される．また，このことの実験的な検証として，ヘリカルアンジュレータからの放射光を用いて行った実験結果を紹介する．

Keywords:
optical vortex, orbital angular momentum, photon, electron, microwave, X-ray, gamma-ray, Compton scattering, gyrotron, accelerator

3.1 光渦がもたらす新たな物理

磁場中の電子はローレンツ力の作用により，磁力線に巻きつくように，円もしくは螺旋軌道を描いて運動し，サイクロトロン放射する．放射により電子はエネルギーを失い，同時に角運動量を失う．運動量の保存則を考えると，サイクロトロン放射はエネルギーだけではなく角運動量も運ぶはずである．実際，磁力線方向へ放射されるサイクロトロン放射は円偏光しており，円偏光は光子のスピン角運動量に対応することはよく知られている．ところで，サイクロトロン放射は電子の速度が光速度に比べて無視できない大きさになると高調波を含むようになる．基本波の光子エネルギーを$\hbar\omega$とするとn次の高調波では$n\hbar\omega$となる．電子の速度が上がればより高次の高調波が放射される．一方で光子一個が運べるスピン角運動量は光子エネルギーに依らず$\hbar$のままである．こうなると，果たしてスピン角運動量だけで電子の失った角運動量を運びきれるのか，という疑問が湧いてくる．

この章では，サイクロトロン放射のように円軌道を描いて運動する電子からの放射（以下，円軌道放射）について，特にそれが運ぶ角運動量に着目して，古典論的な考察を行った結果[1,2]を解説する．以下，まず円軌道放射が，第2章で述べた光渦の性質を持っており，螺旋状の波面を有することを示す．次に，スピン角運動量以外の角運動量，Allenらが言うところの軌道角運動量[3]を運んでいることを示す．さらに，円軌道放射が螺旋状の波面を有することを示すシンクロトロン光源を用いた実験結果[2]を紹介する．

3.2 光渦の生成と検証

この節では，円軌道放射の波面の構造について考察する．このために，遅延ポテンシャルを用いて，サイクロトロン放射の電磁場を陽に求めてみる．一般に荷電粒子からの放射場は下記のように表わすことができる[4]．

$$\boldsymbol{E}(t)=\frac{e}{cR}\frac{\boldsymbol{n}\times\{(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{\beta})\times\dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{(1-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\beta})^3}\bigg|_{t'}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{H}(t)=\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{E}\Big|_{t'}. \tag{2}$$

ここでt'は遅延時間

$$t'=t-\frac{R}{c}. \tag{3}$$

βは光速で規格化した速度ベクトルである．多くの教科書では**図1**に示す系がz軸のまわりに回転対称であるとして，観測者の方位角を，y軸上の真上といったようなある特定の場所に置いて計算を進めている．しかし我々は，波面の空間的な構造に興味があり，観測者の方位角ϕを陽に含んだ形で電磁場を求めてみる．

式(1)を円軌道を描く電子に適用すると初等的な計算の後，

$$\boldsymbol{E}(R,\theta,\phi,t)=\frac{e}{cR}\frac{\beta\omega}{(1-\beta\sin\theta\sin(\omega t'-\phi))^3}\times\begin{bmatrix}\cos\theta\sin(\omega t'-\phi)\boldsymbol{e}_\theta\\ -\{\cos(\omega t'-\phi)-\beta\sin\theta\}\boldsymbol{e}_\phi\end{bmatrix} \tag{4}$$

という結果が得られる．ここで，$\boldsymbol{e}_\theta$，$\boldsymbol{e}_\phi$は**図1**に示す観測者の系での単位ベクトルである．式(4)をいくつかのβに対して計算した結果を**図2**に示す．式(4)で表わされる電磁場は電子の速度が非相対論的な場合には正弦波となる

Institute for Molecular Science,Okazaki, AICHI 444‐8585, Japan

author's e-mail:mkatoh@ims.ac.jp

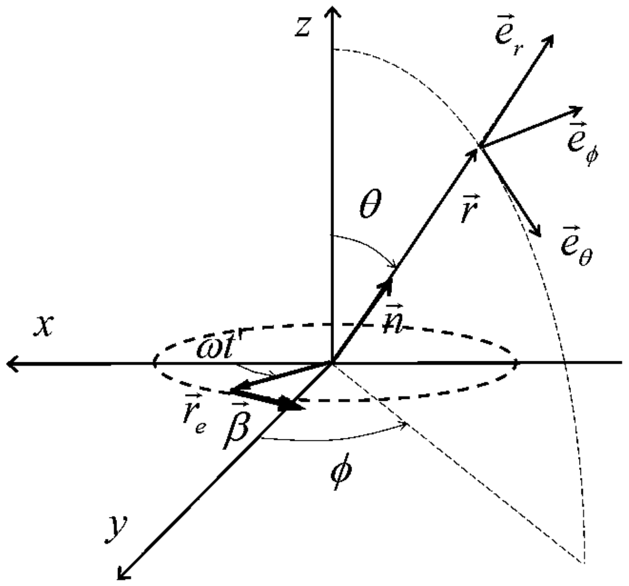

図1　座標系[1]．電子は xy 平面上を原点を中心に円運動し，観測者は球面座標 (R,θ,ϕ) の位置にいる．

が，相対論的な領域では正弦波からの歪が現れ高調波を含むようになることがわかる．式（4）を Fourier 級数に展開すると，

$$\boldsymbol{E}(R,\theta,\phi,\omega t)=\Re\sum_{\ell=1}^{\infty}\frac{e}{cR}\ell\omega\exp\left[-i\ell\left(\omega t-\frac{R}{c}\right)\right]\times\begin{Bmatrix}\varepsilon_{+}^{\ell}(\theta)\exp[i(\ell-1)\phi]\boldsymbol{e}_{+}\\+\varepsilon_{-}^{\ell}(\theta)\exp[i(\ell+1)\phi]\boldsymbol{e}_{-}\\+i\varepsilon_{z}^{\ell}(\theta)\exp[i\ell\phi]\boldsymbol{e}_{z}\end{Bmatrix}\tag{5}$$

ここで，

$$\varepsilon_{\pm}^{\ell}\equiv\frac{\varepsilon_{x}^{\ell}(\theta)\pm\varepsilon_{y}^{\ell}(\theta)}{\sqrt{2}}=\beta J_{\ell}'(\ell\beta\sin\theta)\pm\frac{\cos^{2}\theta}{\sin\theta}J_{\ell}(\ell\beta\sin\theta)\tag{6}$$

$$\varepsilon_{z}^{\ell}\equiv\cos\theta J_{\ell}(\ell\beta\sin\theta)\tag{7}$$

$$\boldsymbol{e}_{\pm}=\frac{\boldsymbol{e}_{x}\pm\boldsymbol{e}_{y}}{\sqrt{2}}\tag{8}$$

である．また J_ℓ は第一種ベッセル関数である．

式（5）から，光渦に特有の方位角に依存する位相項が現れていることが直ちに見て取れる．特に z 軸近傍（$\theta\ll1$）では第1項が主要となり，$\boldsymbol{e}_{+}$ の成分の放射場は電子の周回と同じ向きの円偏光であり，その基本波（$\ell=1$）は螺旋波ではないが，高調波（$\ell>1$）は螺旋波であることがわかる．高調波の次数に連れ螺旋の次数も大きくなる．

3.3　光渦と原子核，原子，プラズマ，分子，高分子との相互作用

放射場の運ぶエネルギーと角運動量は以下のような式で計算できる[4]．

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}=\int r^{2}\mathrm{d}\Omega\boldsymbol{n}\cdot\frac{c}{4\pi}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}),\tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{J}}{\mathrm{d}t}=\int cr^{2}\mathrm{d}\Omega\frac{1}{4\pi c}\boldsymbol{r}\times(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})=\int\frac{r^{3}}{4\pi}\mathrm{d}\Omega(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{H})-\boldsymbol{H})(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}).\tag{10}$$

なお，積分は原点を囲む球面上で取る．ここで先に求めた電磁場（式（1）や式（5））を式(10)に代入するとどうなるであろうか．式（1），（5）は電磁場が進行方向に垂直な成分しか持たないことを示している．そうすると式(10)に現れる電場や磁場の進行方向成分（$\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{E}$ や $\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{H}$）はゼロになり，角運動量はゼロという結果になる．

ここで式（1），（5）に出てくる距離の次数に注目してみよう．エネルギーの流れを表す式（1）には r の2乗が現れる．教科書に出ている通り，エネルギーの流れに寄与するのは電場・磁場の $1/r$ に比例する項までであり，それ以上の項は距離を十分に大きくとればゼロになる．一方，角運動量の流れを表す式（5）には r の3乗が現れる．これは角運動量自身が原点からの距離 r に比例することからきている．そうすると，角運動量の流れを計算するには $1/r$ の高次の項まで考えないといけないかもしれない．

この問題を取り扱うのに，円軌道放射のベクトルポテンシャルを求めてみる．結果は以下のように表わすことができる[1]．

$$\begin{pmatrix}A_{\ell r}\\A_{\ell\theta}\\A_{\ell\phi}\end{pmatrix}=\frac{\exp[i(kr-\omega t+\ell\phi)]}{r}\begin{pmatrix}\boldsymbol{J}_{\ell}(\ell\beta\sin\theta)\\\cot\theta\boldsymbol{J}_{\ell}(\ell\beta\sin\theta)\\i\beta\boldsymbol{J}_{\ell}'(\ell\beta\sin\theta)\end{pmatrix}+O\left(\frac{1}{r^{2}}\right)\tag{11}$$

このベクトルポテンシャルを用いて電場は以下のように表わすことができる．

$$\begin{pmatrix}E_{\ell r}\\E_{\ell\theta}\\E_{\ell\phi}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_{\ell\theta}^{(1)})\\\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rA_{\ell\phi}^{(1)})\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta A_{\theta}^{(1)})-\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\phi}\\O(r^{-2})\\O(r^{-2})\end{pmatrix}+O(r^{-3}).\tag{12}$$

省略するが磁場も同様な表式が得られる．なおベクトルポテンシャルの肩の数字は式(11)の第一項であることを示す．式(12)に式(11)を代入して r^{-1} の項まで求めると式（5）が導出できるが以下の計算はこのままの形で進める方が見通しがよい．式(12)の右辺の第一項は r^{-1} に比例し，第二項は r^{-2} に比例する．第一項は進行方向に垂直な成分（θ 方向，ϕ 方向）のみとなるが，第二項まで考えると進行方向（r 方向）の成分が出てくる．この成分の寄与により式(10)がゼロでなくなる．式(12)及びそれと同等な磁場

の表式を式(9)，(10)に代入すると，最終的に以下のような結果が得られる[1].

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}U_\ell}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \hbar\ell\omega \frac{\ell\omega}{4\pi\hbar c}\int r^2 \mathrm{d}\Omega (A_\theta^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*} + A_\phi^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*})$$

$$= n_\ell \hbar \ell\omega, \tag{13}$$

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}J_{\ell z}}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \hbar\,\ell \frac{\ell\omega}{4\pi\hbar c}\int r^2 \mathrm{d}\Omega (A_\theta^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*} + A_\phi^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*})$$

$$= n_\ell \hbar \ell, \tag{14}$$

$$n_\ell \equiv \frac{\ell\omega}{4\pi\hbar c}(A_\theta^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*} + A_\phi^{(\ell)} A_\theta^{(\ell)^*}). \tag{15}$$

ここで，n_ℓ は ℓ 次の高調波の光子数を表す．上記の結果をAllen ら[3]と同様に解釈すれば，円軌道放射の次の高調波は光子1個当たり $\ell\hbar\omega$ のエネルギーを運び，$\ell\hbar$ の角運動量（の z 成分）を運ぶということになる（Allen らの論文と異なりここでの ω は電子の周回角周波数であることに注意）．なお角運動量の z 成分は z 軸方向へのローレンツ変換に関して不変量である．したがって，上の関係は電子が z 方向（磁力線方向）へドリフト運動する場合にも成立する．

3.4　実験的検証

サイクロトロン放射に関して，筆者らの知る限りにおいて，上述したような螺旋状の波面が実験的に検証された例は無い．一方，シンクロトロン光源の技術を用いると上述した理論が z 軸近傍について成立していることを実験的に示すことができる．シンクロトロン光源は高エネルギーの電子を周長数10 mから数100 m程度の大きさの円形加速器（電子蓄積リング）に蓄積し，電子ビームからのシンクロトロン放射を利用するものであるが，最近のシンクロトロン光源では，単色性を有するシンクロトロン光を発生するためにアンジュレータと呼ばれる装置が広く使われている．アンジュレータは電子蓄積リングの一部に装着され，電子ビームの軌道上に周期的な交番磁界を発生し，電子ビームを蛇行させることで，準単色のシンクロトロン光を発生する．アンジュレータの一種に円偏光アンジュレータと呼ばれるものがあり，これは電子ビームに螺旋状の軌道を描かせ，円偏光の準単色光を放射させる[5]．この放射は円軌道放射をローレンツ変換したものであり，**図2**のような円運動をしながら z 軸方向に相対論的な速度でドリフト運動していると考えればよい．z 軸方向からこの放射を観測すると，相対論的なビーミングの効果により，大部分の放射は z 軸近傍に集中する．z 軸近傍では式(5)の右辺第一項が主要となることから，基本波は円偏光で通常光，高調波は円偏光の光渦であり，高調波の次数があがるにつれて渦の次数があがることが予想できる．

分子科学研究所の放射光源 UVSOR-III で行われた実験の概要を**図3**に示す．2つの実験を行った．まず，一台の円偏光アンジュレータの光をダブルスリットを通すことで，その波面の形状を調べた（**図3**下）．**図4**に示した様に基本波の場合には，通常光の場合に予想されるストライプ状の干渉パターンが得られているが，2次光の場合には，中心付近に干渉パターンの断裂が現れていることがわかる．この結果は，波面が螺旋状の形状を有している場合に予想される計算結果とよく一致しており，2次光が光渦であることを示している[2].

次に，2台の直列に並べた円偏光（右回りまたは左回り）アンジュレータを用いて，通常光と光渦が干渉した時に現れる特徴的な渦巻き模様が明瞭に観測できた．基本波と2

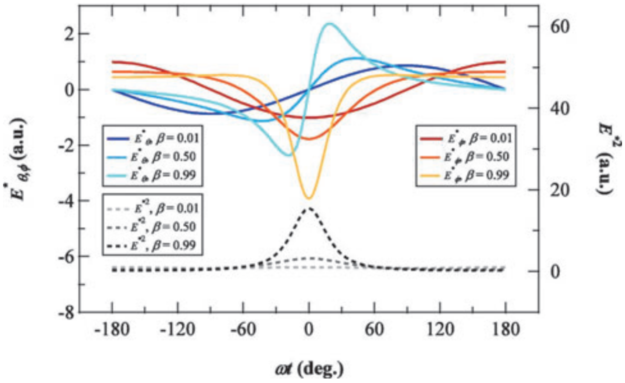

図2　電場波形の電子速度(β)依存性[2]．電場強度は電子の速度で規格化している．点線は電磁場のエネルギー密度（電場の2乗）を示す．

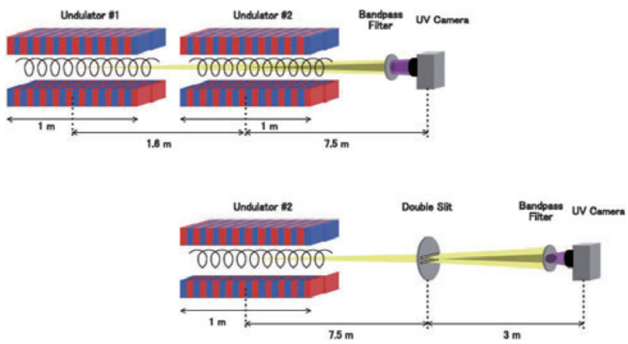

図3　円偏光アンジュレータからの光渦放射検証実験[2]．干渉法（上）と回折法（下）．

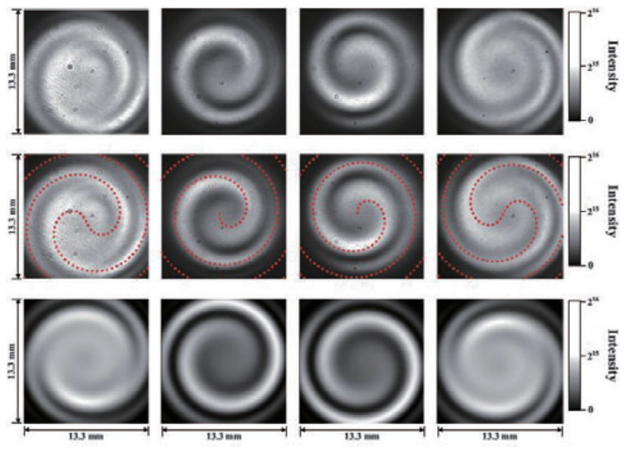

図4　ダブルスリットによる回折模様[2]．（最上段）原理の模式図，（上段）観測結果，（中段）観測結果と解析計算（赤点線），（下段）シミュレーション（下段）．左から右へ，左円偏光1次光，左円偏光2次光，右円偏光2次光．実験波長は355 nm.

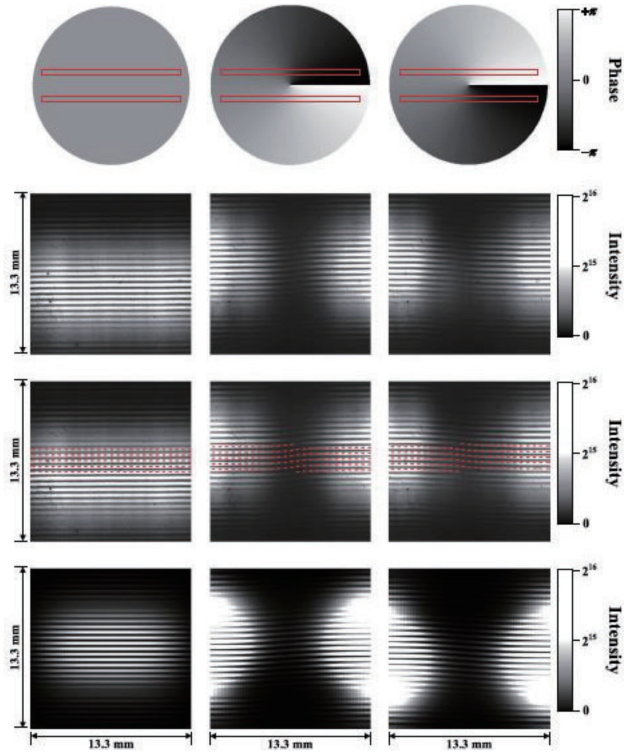

図5　２台のアンジュレータ光の干渉パターン[2].（上段）観測結果,（中段）観測結果と解析計算（赤点線),（下段）シミュレーション（下段）. 左から右へ, 左回り偏光で３次光と１次光, ２次光と１次光, 右回り偏光で２次光と１次光, ３次光と１次光の干渉. 実験波長は 355 nm.

次光が干渉した場合には一重螺旋，基本波と３次光の場合には二重螺旋の干渉パターンが明瞭に見えており，高調波の次数があがるにつれ渦の次数も上がることを実験的に示すことができた[2]．**図５**が，その結果観測された干渉パターンと解析計算の結果及びSRWコード[6]を用いたシミュレーション結果を並べて表示したものである．

なお，電子エネルギーは実験内容に応じて400 MeVもしくは500 MeVであり，ローレンツ因子に換算すると1000程度である．アンジュレータ中の電子の螺旋運動は，円運動しながら観測者に向かってドリフト運動していることから，ドリフト運動そのもののローレンツ因子は上記の値の数分の一となる．

参考文献

[1] M. Katoh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **118**, 094801 (2017).
[2] M. Katoh *et al.*, Sci. Rep. **7**, 6130 (2017).
[3] L. Allen *et al.*, Phys. Rev. A. **45**, 8185-8189 (1992).
[4] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *The classical theory of fields.* (4th Rev. English Ed.), Elsevier Ltd. (1975).
[5] B.M. Kincaid, J. Appl. Phys. **48**, 2684 (1977).
[6] O. Chubar *et al.*, Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A **435**, 495 (1999).

小特集 実は遍在する光渦

4．サイクロトロン放射と光渦の理論的課題

4. Theoretical Issue of Cyclotron Radiation and Optical Vortex

PETROSKY Tomio
Center for Complex Quantum Systems, The University of Texas at Austin

（原稿受付：2018年2月16日）

古典力学における荷電粒子の輻射減衰過程を，時間の向きの対称性の破れの厳密な力学的根拠を定量的に明らかにしたリウビル演算子の非ヒルベルト空間における複素固有値問題に基づいて論じる．その結果，非力学的振る舞いを示すLorentz-Abraham方程式など長年未解決であった古典的輻射減衰の問題が力学の基本方程式と矛盾することなく記述できることを示す．

Keywords:
radiation damping, broken time-symmetry, resonance singularity, lorentz- abraham eq., non-causality, liouvillian, complex spectral analysis, non-Hilbert space, friedrichs model

4.1　はじめに

近年，サイクロトロン運動などで減衰しながら円軌道を描く電子からの放射が光渦の性質を持つことが実験的に示され，宇宙物理学・プラズマ物理学から加速器光源技術に至る幅広い分野で重要な役割を果たすものと期待されている．サイクロトロン放射の過程は古典力学と古典的マクスウエル方程式によって記述される本質的に古典的な現象である．しかし，このような古典的減衰過程を取り扱うために提案された良く知られたLorentz-Abraham方程式は，運動方程式の中に荷電粒子の位置の時間に関する3階微分項が現れているために力学の基本原理と抵触しており，この事象の理論的裏づけは未解決とされてきた[1-5]．具体的には，3階微分項に起因する暴走解の存在，さらにそれを解決するために提案されたDiracの初期条件の非因果律的振る舞い等々を列挙することができる．

実は，以下に論じられるように，この問題の本質は時間の向きに対称な運動の基本方程式からどのようにして時間の対称性を破る減衰解を導き出すのかという，物理学の最も基本的な問題の一つに関わっているために，時間の向きの対称性の破れの厳密な力学的根拠を定量的に明らかにしない限り，この問題の理論的な解決は望めないのである．この節の著者は，この時間の向きの対称性の破れの問題を，故イリヤ・プリゴジン教授とともに長年携わってきて，その本質が，次の1）から4）の事実にあることを明らかにしてきた[6-11]．すなわち，

1）力学の解の中の振動数分母がゼロになるに共鳴特異性が現れることがある．いわゆる，力学系のカオスに関連した非可積分性や不安定性に関連した小さい分母の問題である．

2）しかし分母がゼロになる場合でも，その振動数が連続スペクトルを持つ場合には，その分母を複素平面に解析接続することで，ゼロで割る部分をデルタ関数として数学的に無矛盾に超関数の枠組みで定式化できる．（デルタ関数の出現は，奇関数としての振動数分母の符号反転に関する偶奇性を破ることに注意）

3）複素平面への解析接続の結果，力学系の状態関数を今までのヒルベルト空間の枠組みを拡張した非ヒルベルト空間の要素に拡張できる．

4）さらにその結果，時間の対称性を破る解が，力学の基本方程式から数学的に矛盾することなく得られる．

この具体な応用例として，我々は主に連続場と共鳴結合している量子系の不連続励起エネルギー準位の減衰過程の問題を取り扱い，多くの興味ある現象を見出してきた[12-16]．今回，この量子系での取り扱いを，正準変数間の交換関係を古典的なポアソン括弧式に置き換えることで，量子化ならぬ，量子系の古典化の手法を使って，長年未解決であった古典的輻射減衰の問題が基本方程式と矛盾することなく記述できることを示す[17, 18]．その応用例の一つとして，導波管内でサイクロトロン運動をしている荷電粒子が導波管固有な遮断振動数（cut-off frequency）の近傍で回転している場合の異常減衰について論じる．これは，量子系でよく知られている，状態密度にあるVan Hove特異性に対応する異常減衰[12, 13]で，この現象は既存のLorentz-Abraham方程式では記述不可能な現象である．

4.2　Lorentz-Abraham方程式の問題点

Lorentz-Abraham方程式は次式で与えられる．

Center for Complex Quantum Systems, Department of Physics The University of Texas at Austin, Austin, TX 78712−1192 USA
author's e-mail:petrosky@physics.utexas.edu

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=F_{\mathrm{ext}}(t)+m\tau\frac{d^3x}{dt^3}. \quad (1)$$

ここで $\tau\equiv 2e^2/(3mc^3)$ であり，電子の古典半径を光が通過する時間である．この方程式は加速度 $a(t)=d^2x/dt^2$ に対して次の解を持つ，

$$a(t)=\left[a(0)-\frac{1}{m\tau}\int_0^t dt'F_{\mathrm{ext}}(t)'e^{-t'/\tau}\right]e^{t/\tau}. \quad (2)$$

したがって，$F_{\mathrm{ext}}(t)=0$ の場合であっても，$a(0)\neq 0$ の場合には時間と共にたちどころに発散する暴走解がある．Dirac は加速度の初期条件が

$$a(0)=\frac{1}{m\tau}\int_0^{\infty} dt'F_{\mathrm{ext}}(t')e^{-t'/\tau}, \quad (3)$$

を満たす場合には，この暴走解を取り除けることを示した．しかし，外力についての未来の情報がこの初期条件を決めているので，因果律に反している．

4.3 古典的 Friedrichs モデル

さて，この問題を物理学の基本方程式から力学的に矛盾なく解くために次のハミルトニアンを考えよう[17]，

$$H=\omega_1 q_1^{c.c.}q_1+\int_{-\infty}^{+\infty}dk\omega_k q_k^{c.c.}q_k$$
$$+\lambda\int_{-\infty}^{+\infty}dkV_k(q_1^{c.c.}q_k+q_k^{c.c.}q_1). \quad (4)$$

ここで，$c.c.$ は複素共役を表し，q_1 は ω_1 の固有振動数で振動している調和振動子 1 の規格モードであり，q_k は波数 k を持った光の規格モードである．さらに，V_k は調和振動子 1 と光の相互作用を決める実関数の形状因子（form factor）であり，この形は調和振動子と光の場に対する Lorentz 方程式と Maxwell 方程式によって得られる．例えば，このハミルトニアンは振動数 ω_1 でサイクロトロン運動をしている荷電粒子の場合のハミルトニアンとして得られる．さらに，そのサイクロトロン運動が無限に長い導波管に閉じ込められている場合には，波数は軸方向の連続成分を持っており，その場合，k は一次元の変数である．また，光の分散関係式は，導波管に閉じ込められている場合にはその断面方向の一つのモード μ に対して，$\omega_k=\sqrt{c^2k^2+\omega_\mu^2}$ で与えられる[2]．ここで，ω_μ はそのモードに対応した遮断振動数であり，そのモードの光が遮断振動数に対応した質量を持っているように振る舞う．$\omega_\mu=0$ の場合が導波管などに閉じ込められていない場合である．

ただし，ここでのハミルトニアンは，元の方程式で双極子近似と回転波近似を行って得られた結果である．古典輻射減衰の本質的なメカニズムを論じるのが目的のここでの議論では，V_k の詳細な形は重要ではない．回転波近似を行う前の相互作用は，上式最後の部分の規格モードの部分を $(q_1^{c.c.}+q_1)(q_k+q_k^{c.c.})$ で置き換えた形であり，いわゆる仮想過程（virtual process）項を含んでいる．この仮想過程は光を相対論的に扱うために必要な項であり，したがって，回転波近似の結果，このハミルトニアンは非相対論的になっている．しかし，仮想過程があってもなくてもハミルトニアンは規格モードに関して双線形になっているので，いわゆる Bogolubov 変換によってどちらのハミルトニアンも規格モードに関して厳密に対角化可能である[10,11]．さらに，これらのハミルトニアンが共鳴特異性によって時間の対称性を破る減衰解を与えるメカニズムは本質的に同じなので，ここでは，技術的煩雑さを避けるために，回転波近似を施した式（4）のハミルトニアンについて古典輻射減衰の問題を論じることにする．

古典系の規格モードによるポアソン括弧式は

$$\{f,g\}_{\mathrm{PB}}=-i\sum_\alpha\left(\frac{\partial f}{\partial q_\alpha}\frac{\partial g}{\partial q_\alpha^{c.c.}}-\frac{\partial g}{\partial q_\alpha}\frac{\partial f}{\partial q_\alpha^{c.c.}}\right), \quad (5)$$

で与えられる．ただし，ここで α が連続変数の場合には，例えば箱型規格化から出発して適切な体積依存性の下に体積無限大の極限を取るものとして，和でなくて積分で与えられるという約束の下に，便宜的に和の記号を使って表現してある．これを使って連続モードを含む規格モードは正準関係式，

$$\{q_1,q_1^{c.c.}\}_{\mathrm{PB}}=-i,$$
$$\{q_k,q_{k'}^{c.c.}\}_{\mathrm{PB}}=-i\delta(k-k'),$$
$$\{q_\alpha,q_\beta\}_{\mathrm{PB}}=0, \quad (6)$$

等々を満たしている．これを，$q_\beta^{c.c.}\to\sqrt{\hbar}a_\beta^+$ で置き換え，$\{a,b\}_{\mathrm{PB}}\to -i\hbar[a,b]$ と交換関係式で置き換えると，このハミルトニアンは第 2 量子化されたハミルトニアンとなる．この量子化されたハミルトニアンは Friedrichs のモデルと呼ばれており，その場合，調和振動子が光子を放出しながら減衰する現象がシュレディンガー方程式の厳密解として，したがって力学原理に無矛盾に解かれている[19]．Friedrichs が示したこの解によって，ボーアによって提案された現象論的な量子ジャンプが力学原理に従ってシュレーディンガー方程式から最初に厳密に導かれたという点で，このモデルは歴史的に重要なモデルである（ただし，Friedrichs の論文では，この系を点スペクトルと連続スペクトルの結合系として第 2 量子化されていない通常のシュレディンガー方程式の形式で論じている）．以下に説明するように，Friedrichs の解には共鳴特異性による自明でない解が含まれており，そのことに着目することによって，時間の向きに対称な方程式から，時間の向きの対称性を破る解が数学的に無矛盾に得られることが理解できるのである．我々が古典輻射の問題を解くにあたって提案した考え方は，ポアソン括弧式と交換関係式は代数的に同型なので，量子力学の交換関係式をポアソン括弧式で置き換える，いわば量子系の古典化によって，量子力学での厳密解をそのまま古典力学の厳密解に書き直すことができる，ということである．

励起粒子の減衰を伴った不可逆性の問題を考える前に，まず減衰が起こらない場合，すなわち ω_1 の値が ω_μ より十分に小さく，振動数分母 $\omega_1-\omega_k$ がゼロの値より十分離れていて共鳴特異性のない場合を考える．この場合，ハミル

トニアン式（４）は線形の古典的 Bogolubov 変換，

$$Q_1 = N_1^{1/2}\left[q_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \frac{\lambda V_k}{\Omega_1 - \omega_k}\right], \tag{7}$$

$$Q_k = q_k + \frac{\lambda V_k}{\eta^-(\omega_k)}\left[q_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk'\, \frac{\lambda V_{k'} q_{k'}}{\omega_k - \omega_{k'} - i\varepsilon}\right], \tag{8}$$

とその逆変換を使って，

$$H = \Omega_1 Q_1^{c.c.} Q_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk\omega_k Q_k^{c.c.} Q_k, \tag{9}$$

と対角化される．ここで N_1 は規格化定数であり，$\varepsilon > 0$ は正の無限少量であり，

$$\eta(z) \equiv z - \omega_1 - \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \frac{\lambda^2 V_k^2}{z - \omega_k}, \tag{10}$$

である．$\eta(z)$ は物理的に自然な形状因子 V_k に対して複素 z 平面の実軸上の $z = \omega_\mu$ のところで分岐点を持つ２枚のリーマン面を持つ２価関数であり，分岐点から始まる分岐切断を通して上反面から下反面に解析接続した関数を $\eta^+(z)$，その反対に下反面から上反面に解析接続した関数を $\eta^-(z)$ で表している．$\eta(z)$ と振動数分母に対して，上記と逆方向からの解析接続も可能であるが，上記式（７）のように解析接続を選んでおくと，$t > 0$ に対する運動の記述が逆方向の解析接続の場合よりも数学的に簡潔に表現できるので都合が良い．Q_α は再規格化された衣を着たモードであり，Ω_1 は分散関係式 $\eta(\Omega_1) = 0$ を満たす再規格化された荷電粒子の振動数である．ここでの共鳴特異性のない場合には Ω_1 は実数の値をとる．

古典系の発展の生成演算子であるリウビリアン L_H はハミルトニアン H を使って，$L_H f \equiv -i\{H, f\}_{\mathrm{PB}}$ で与えられる．ハミルトニアンを対角化する表示式（９）では，$\tilde{\omega}_1 \equiv \Omega_1$，$\tilde{\omega}_k \equiv \omega_k$ として，

$$L_H = \sum_\alpha \tilde{\omega}_\alpha \left(Q_\alpha^{c.c.} \frac{\partial}{\partial Q_\alpha^{c.c.}} - Q_\alpha \frac{\partial}{\partial Q_\alpha}\right), \tag{11}$$

で与えられる．ただし，ここで和の記号は（５）と同じ規則に従うものとする．この演算子は通常のヒルベル空間内でエルミート演算子である．再規格化された荷電粒子のモード Q_1 の従う運動方程式は式（９）を使って

$$i\frac{dQ_1}{dt} = -L_H Q_1 = \Omega_1 Q_1, \tag{12}$$

となり，その解として $Q_1(t) = \exp[-i\Omega_1 t] Q_1(0)$ が得られる．さらに，この式は Q_1 がリウビリアンの固有関数であり，その固有値が Ω_1 であることを示している．

さて，いよいよこの節の本題である古典輻射減衰が起こる $\omega_1 > \omega_\mu$ の場合を考えよう．その場合，分散関係式 $\eta(z) = 0$ は共鳴特異性のために実数の解を持たなくなり，適切な形状因子 V_k を仮定した場合，z 上反面から下反面に解析接続されたリーマン面上の複素数の点 $z = z_1 = \Omega_1 - i\gamma$ のところに解を持つことが示せる．Friedrichs は量子系の対応する系で，そのような場合，上記式（７）の Q_1 に対応するモードが存在し得ないことを示した．それのみならず，Friedrichs の寄与の決定的な部分は，上記式（７）の Q_k に対応するモードだけで，規格モードが完全系を成していることを示したことである．その結果は，正準変数間の交換関係式をポアソン括弧式に置き換えるだけで，我々の古典系にも当てはまる．その結果，系のハミルトニアンは式（９）ではなくて，

$$H = \int_{-\infty}^{+\infty} dk\omega_k Q_k^{c.c.} Q_k, \tag{13}$$

と対角化される．これが，我々が呼んでいる，古典輻射の問題のいわゆるFriedrichs の解である．この場合，連続波数の各モードの解として $Q_k(t) = Q_k(0)\exp[-i\omega_k t]$ が厳密に得られる．その解を，上記古典的 Bogolubov 変換式（７）の逆変換で Q_1 をゼロで置き換えた式に代入して，連続変数 k に関する経路積分を実行し，さらに $1/\eta(z)$ の因子からくるこの分数の極 $z_1 = \Omega_1 - i\gamma$ からの寄与を計算すると，荷電粒子の元の規格モード q_1 の中に複素振動数 z_1 を持って減衰振動する因子 $\exp[-iz_1 t]$ を持った成分が現れることを，力学の基本原理と矛盾することなく示すことができる．この解の中には，Lorentz-Abraham 方程式のように，暴走解が現れない．以上で，互いに相互作用し合っている元の基準モードの運動に関する限り，技術的には輻射減衰の現象を力学の基本法則から力学原理に矛盾することなく導き出されたことになっている．

4.4 複素規格モードと時間の対称性の破れ

しかしこの Friedrichs の解では，ハミルトニアンを対角化した結果互いに独立に運動する再規格化されたモードの中から荷電粒子のモードが消え去ってしまっている．そこで新たな問題が浮上してくる．それは，果たして独立なモードとして，すなわちリウビリアンの固有関数として，上記複素振動数z_1をもって減衰振動しつつ再規格化された荷電粒子になるものが存在し得るのか，という問題である．この問いに関して，我々は肯定的な解を得た．しかしその場合，ヒルベルト空間内でエルミート演算子だったはずのリウビリアンが複素固有値z_1を持つことを可能にするためには，運動を記述する関数空間を必然的に非ヒルベルト空間に拡張されなければならない．以下に，その拡張された関数空間内での複素規格モードとその導出法の素描を示す．詳しくは文献[17]を参照されたい．

荷電粒子の再規格化されたモードの双対は次式で与えられる．

$$Q_1^{c.c.} = N_1^{1/2}\left[q_1^{c.c.} + \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \frac{\lambda V_k q_k^{c.c.}}{(z_1 - \omega_k)^+}\right], \tag{14}$$

$$\tilde{Q}_1 = N_1^{1/2}\left[q_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \frac{\lambda V_k q_k}{(z_1 - \omega_k)^+}\right]. \tag{15}$$

ここで振動数分母の括弧に付けた＋記号は上記 $\eta(z)$ の場合と同じように，複素 z 平面の上半面から下半面に解析接

続した関数である．この場合，規格化因子N_1はヒルベルト空間の場合と違って，位相因子を除いても本質的に複素数である．また，再規格化された光のモードの双対は次式で与えられる．

$$Q_k^{c.c.} = q_k^{c.c.} + \frac{\lambda V_k}{\eta_d^+(\omega_k)}\left[q_1^{c.c.} + \int_{-\infty}^{+\infty} dk' \frac{\lambda V_{k'} q_{k'}^{c.c.}}{\omega_k - \omega_{k'} + i\varepsilon}\right] \quad (16)$$

$$\tilde{Q}_k = q_k + \frac{\lambda V_k}{\eta^-(\omega_k)}\left[q_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk' \frac{\lambda V_{k'} q_{k'}}{\omega_k - \omega_{k'} - i\varepsilon}\right]. \quad (17)$$

ここで，

$$\frac{1}{\eta_d^+(\omega_k)} \equiv \frac{1}{\eta^+(\omega_k)} \frac{z_1 - \omega_k}{(z_1 - \omega_k)^+}. \quad (18)$$

であり，$1/\eta^+(\omega_k)$ の持っている下反面にある ω_k に関する極の効果が相殺されているように定義されたいわゆる遅延解析接続（delaied analytic continuation）と呼ばれる方法で解析接続された関数である[6]．これら双対の複素規格モードは式(6)に対応して，

$$\begin{aligned} &\{\tilde{Q}_1, Q_1^{c.c.}\}_{\mathrm{PB}} = -i, \\ &\{\tilde{Q}_k, Q_{k'}^{c.c.}\}_{\mathrm{PB}} = -i\delta(k-k'), \\ &\{\tilde{Q}_\alpha, \tilde{Q}_\beta\}_{\mathrm{PB}} = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

等々の関係式を満たす．

これらの双対モードは，Friedrichs の解を使って書かれたハミルトニアン式(13)の積分の中で積分路を複素 z 平面に解析接続し，その経路積分から $z = z_1$ の極を分離して，それを荷電粒子に対応した再規格化されたモードに背負い込ませるようにして得られたものである．そしてこの双対モードによって，ハミルトニアンは

$$H = z_1 Q_1^{c.c.} \tilde{Q}_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} dk\omega_k Q_k^{c.c.} \tilde{Q}_k, \quad (20)$$

として双対型に対角化される．これら複素規格モードを使って，リウビリアンは，$z_k \equiv \omega_k$ として

$$L_H = \sum_\alpha z_\alpha \left(Q_\alpha^{c.c.} \frac{\partial}{\partial Q_\alpha^{c.c.}} - \tilde{Q}_\alpha \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_\alpha}\right), \quad (21)$$

で与えられる．ただし，ここでも和の記号は式(5)と同じ規則にしたがうものとする．そのことから

$$i\frac{d\tilde{Q}_1}{dt} = -L_H \tilde{Q}_1 = z_1 \tilde{Q}_1, \quad (22)$$

となり，その解として $\tilde{Q}_1(t) = \exp[-iz_1 t]\tilde{Q}_1(0)$ が得られる．さらに，この式は $\tilde{Q}_1$ がリウビリアンの固有関数であり，その固有値が複素数 z_1 であることを示している．

以上によって，共鳴特異性がある場合には，エルミート対称性を持っている時間発展の生成演算子リウビリアンは，それが作用する関数空間を非ヒルベルト的双対空間に拡張することによって数学的に厳密に複素固有値を持てるようになり，力学の基本法則に矛盾することなく，時間の向きの対称性を破る再規格化された規格モードが作れることが明らかになった．

この表示を使うことによって，荷電粒子の減衰現象のみならず，その過程で放出される光の性質の詳細を力学の原理に基づいて論じることができる．したがって，この研究プロジェクトの主題である荷電粒子のサイクロトロン運動から放出される光渦のいろいろな性質を論じる理論的な基盤が与えられたことになる．

その一つの興味ある応用例として，我々はすでに断面が矩形をしている導波管内で円運動をしている荷電粒子のサイクロトロン放射の問題で，その円運動の振動数が特に導波管の遮断振動数の近傍の値を持っている場合に，よく知られているフェルミの黄金則を使って得られる減衰率よりも桁違いに大きい減衰率が得られることを前駆的な計算で得ている．その大きさは荷電粒子の質量が大きいほど大きく，電子の場合，フェルミの黄金則を使って得られる減衰率の10^4倍，陽子の場合10^7倍大きくなっていることが明らかになった．これは光の状態密度が遮断振動数のところで，いわゆる Van Hove 特異性を持つことに起因している[12,13]．そして，この現象は既存の Lorentz-Abraham 方程式では記述不可能な現象である．

今後の課題として，この結果を矩形ではなく軌道角運動量を持った光渦の放出に関して自然に応用できる円筒導波管内でのサイクロトロン放射に適用することが挙げられ，計算が現在進行中である．

また，第3章で論じられているように，角運動量を持った光を放出するためには振動数 ω_1 でサイクロトロン運動をしている荷電粒子から出る光に高調波成分が含まれている必要がある．その章で論じられているように，この高調波の放出は荷電粒子の有限ラーマー半径効果によって得られるため，上記の Friedrichs のモデルに粒子に関して拡張が必要になるようである．

しかし，もし高調波の存在のみが光渦の放出に本質的であるならば，上記のモデルで行われた双極子近似を拡張して，多重極子の効果による非線形効果を取り入れることによっても，光渦の発生のメカニズムを論じられる可能性もある．さらに，この系に周期的な外場が掛かっている場合には，Froque Hamiltonian に変換して時間に依存しないハミルトニアンに移った場合にも高調波が現れることが知られているので[18]，そのような場合にも光渦が放出される可能性がある．

以上，共鳴特異性からくる不可逆性の問題の視点から見ると，光渦の発生を古典力学の原理に基づいて理論的に解明する研究は端緒についたばかりである．物理学の多岐にわたるこの問題は今後ますます面白い発見がなされる魅力的な課題であろうと思われる．

参考文献

[1] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields,* 2nd ed. (Pergamon, London, 1962).
[2] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics,* 3rd ed. (Wiley,

NewYork, 1998).

[3] H.A. Lorentz, Arch. Néer. Sci. Exact. Nat. **XXV**, 363 (1892).

[4] M. Abraham, *Theorie der Elektrizitat* (Teubner, Leipzig, 1905), Vol. II.

[5] P.A.M. Dirac, Proc. R. Soc. London, Ser. A **167**, 148 (1938).

[6] T. Petrosky *et al.,* Phys. **173**A, 175 (1991).

[7] T. Petrosky and I. Prigogine Chaos, Solitons Fractals **7**, 441(1996) .

[8] T. Petrosky and I. Prigogine Advances in Chemical Physics, Volume **99**, eds. I. Prigogine and S. Rice (John Wiley and Sons, 1997) 1.

[9] T. Petrosky and G. Ordonez Phys. Rev. A **56**, 3507 (1997).

[10] E. Karpov *et al.,* J. Math. Phys. **41**, 118 (2000).

[11] T. Petrosky *et al.,* Phys. Rev. A **68**, 022107 (2003).

[12] T. Petrosky *et al.,* Phys. Rev. Lett. **94**, 043601 (2005).

[13] S. Tanaka *et al.,* Phys. Rev. B **73** 115340 (2006).

[14] H. Nakamura *et al.,* Phys. Rev. Lett. **99**, 210404 (2007).

[15] S. Garmon *et al.,* Phys. Rev. B **80**, 115318 (2009).

[16] S. Tanaka *et al.,* Phys. Rev. A **94**, 022105 (2016).

[17] H. Yamane *et al.,* ArXiv e-prints, Aug. 2017. http://adsabs.harvard.edu/abs/2017arXiv170808588Y

[18] T. Petrosky Int. J. Quantum Chemistry **98**, 103 (2004).

[19] K. Friedrichs, Commun. Pure Appl. Math. **1**, 361 (1948).

J. Plasma Fusion Res. Vol.94, No.3 (2018) 136‑138

小特集 実は遍在する光渦

5．光渦の応用展開

5. Present, Advanced, and Potential Applications of Optical Vortex

加藤政博，久保 伸[1)]
KATOH Masahiro and KUBO Shin[1)]
分子科学研究所，[1)]核融合科学研究所

（原稿受付：2018年２月16日）

円軌道を描いて運動する電子からの放射が螺旋状の波面を有し軌道角運動量を運ぶことを，古典電磁気学により示す．また，シンクロトロン光を用いて螺旋状の波面を実験的に検証した結果について述べる．これらの結果は，光渦が特殊な光学素子を用いて人工的に合成されるだけではなく，プラズマ閉じ込め装置や粒子加速器，天体の磁気圏や宇宙ジェットなど，実験室や自然界の様々な場所で自然に放射され広く存在するものであることを示している．

Keywords:
Optical vortex, orbital angular momentum, photon, electron, microwave, X-ray, gamma-ray, Compton scattering, gyrotron, accelerator

5.1 光渦がもたらす新たな物理

円運動もしくは螺旋運動する高エネルギーの自由電子は螺旋状の波面を持ち，角運動量を運ぶ「渦電磁波」を放射する．第３章で述べたこの理論的考察により，実験室や自然界の様々な場所で光渦が放射されていることが強く示唆される．電子が円もしくは螺旋軌道を描いて運動する状況は，磁場中でローレンツ力を受けて運動する電子や円偏光の場の中の電子などで見られる．こういった状況下で，電子はサイクトロン／シンクロトロン放射，あるいはトムソン／コンプトン散乱を起こす．これらの放射が円偏光していることはよく知られているが，より一般的にはスピンに加えて軌道角運動量も運ぶ光渦になっているはずである．また，物理的パラメータに応じて，放射は電波からガンマ線まであらゆる波長域で起きる．したがって，光渦は宇宙に遍在しているはずなのである．

それではこういった渦電磁波が，自然界や実験装置の中でどのような役割を果たしているのだろうか？また，その源に関するどのような情報を運んでくるのだろうか？宇宙における光渦の役割については，レビュー論文がいくつか出ており[1,2]．宇宙における光渦の生成についていくつかの可能性を議論している．その一つは回転するブラックホールのまわりの時空のゆがみにより通常光が光渦に変わるというもので，後にこれを支持する理論的な論文も出ている[3]．２つ目の可能性として，宇宙空間に存在する星間物質の不均一性により，通常光が光渦に変わるとする可能性を指摘している．さらに３つ目の可能性として，地球外の知的生命体による光渦を利用した通信を傍受している可能性を上げている．これらをみる限り，光渦などという奇妙な光が自然現象として簡単に放射されるとは思えない，というのがこれまでの常識であったことが推測される．自然界，特に宇宙における光渦の役割というのは自然科学者が足を踏み入れていない未踏の領域である可能性がある．光渦は宇宙の物質進化において何らかの役割をはたしていないのか，あるいは，天体現象に関する新しい情報を運んできているのではないか，様々な疑問が湧いてこないだろうか．（加藤）

5.2 光渦の生成と検証

5.2.1 逆コンプトン散乱による渦ガンマ線の生成

電子による電磁波の散乱の古典論的な描像は，入射電磁波の場の中で電子が振動し，その振動する電子が放射する，というものである．この電子散乱でとくに興味深いのは，極端に相対論的な速度で運動する電子が電磁波を散乱する場合で，このとき，電子の静止系で見た入射電磁波の波長はローレンツ因子の逆数で短くなる．静止系での散乱光の強度は等方的であるが，これを実験室系で見ると，散乱光の大部分は電子の進行方向に集中的に放射され，その波長は静止系での波長のローレンツ因子の逆数で短くなる．結果として，非常に短波長（元の波長のローレンツ因子の二乗分の一）の光子が電子の進行方向に散乱される．このプロセスは逆コンプトン散乱と呼ばれ，特に宇宙物理学ではＸ線やガンマ線領域の高エネルギー光子を生成する重要な過程である．

この電子散乱の描像で，入射電磁波が円偏光であるとどうなるであろうか．円偏光の場の中では電子は円運動する．入射電磁波の強度が大きいと電子の運動は（円運動中

Institute for Molecular Science, Okazaki, AICHI 444‑8585, Japan

corresponding author's e-mail:mkatoh@ims.ac.jp

心の静止系で）相対論的となり，高調波が放射される．第3章で述べた通り，この高調波は光渦である．実験室系では，この放射は電子の進行方向に高い指向性を持って放射される．このようにして逆コンプトン散乱により非常に高エネルギーの渦電磁波，すなわち，渦ガンマ線が放射されることが理解できる．実際，古典論的な計算によりこのことを理論的に示すことができる[4]．

この逆コンプトン散乱による光渦の生成は，自然科学，さらに加速器を用いた光源技術の両面で興味深い．宇宙の天体の多くは磁場を帯びており，様々な機構で高エネルギーの電子が生み出され，磁場の中で放射する．サイクロトロン放射やシンクロトロン放射で円偏光ないしは光渦が放射され，それらは高エネルギー電子により逆コンプトン散乱され，さらに高エネルギーの光渦に変換されるだろう（**図1，2**）．例えば，ガンマ線バーストは宇宙最大の爆発現象と言われ，ブラックホールや中性子星同士の衝突であると言われているが，こういった現象でも磁場が重要な役割を果たしていると言われている[5]．この爆発の中で生みだされる高エネルギー電子は磁場中で光渦を放射するはずである．

一方で，この過程を利用することで，渦ガンマ線を実験室で生成することもできるはずである．そもそも逆コンプトン散乱は，波長可変なガンマ線を発生する手法として，原子核物理研究や材料研究等で利用されている．その手法は，高エネルギーの電子加速器の生み出す電子ビームにレーザー光を衝突される，というものである．レーザーコンプトン散乱と呼ばれる場合もあるこの手法により，MeV領域からGeV領域のガンマ線が生成され，様々な目的に使われている[6]．入射レーザー光を円偏光とすると円偏光

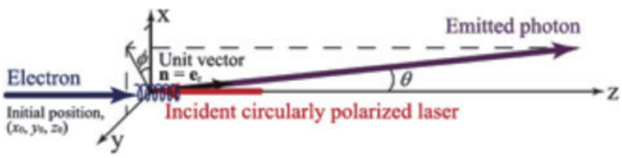

図1　円偏光逆コンプトン散乱の概念図[5]．

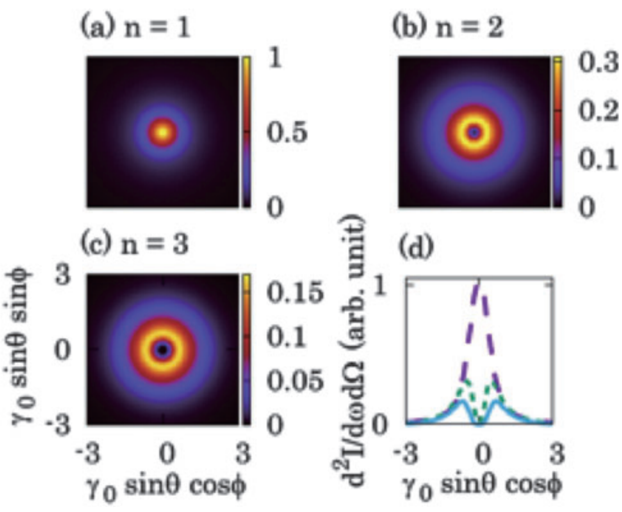

図2　円偏光非線形逆コンプトン散乱によるγ線の空間強度分布，高次光では光渦特有のドーナツ状の分布が見られる[5]．

のガンマ線が得られる．入射レーザー光の強度を高めると高調波が放射され，これが渦ガンマ線となっているはずである．この高調波を伴う過程は非線形トムソン／コンプトン散乱と呼ばれ，高強度光子場中で起きる現象として，宇宙物理学の分野では古くから議論されているが[7]，実験的に検証されたのは比較的新しい[8]．特に最近，ブルックヘブン国立研究所（米国）において，円偏光レーザーによる非線形コンプトン散乱の実験が行われており，実際に，光渦特有のドーナツ状の強度分布が観測されている[9]．実は，この実験は非線形コンプトン散乱による渦ガンマ線の生成の可能性が理論的に指摘される前に行われたものであり，論文でもその点には全く触れられていないが，おそらくは渦ガンマ線の生成を示す最初の実験ということになると思われる．我が国にも大強度レーザーと電子加速器を備えた研究機関は存在し，今後，渦ガンマ線の生成に向けた研究が加速することが期待される．（加藤）

5.2.2　放射光及び自由電子レーザーによる渦X線の生成

第3章で述べた通り，円偏光アンジュレータと呼ばれる装置から光渦が生成されることは既に実験的に検証されている．円偏光アンジュレータは，電子の進行方向に垂直な方向に磁場をかけるが，その磁場の方向が電子の進行に伴い回転するようになっており，これにより電子は螺旋軌道を描いて運動する．最近の放射光源の多くで利用されている装置であり，これを用いることで，真空紫外やX線といった，レーザー光源の乏しい波長域でも光渦が生成できることになる．ただし，シンクロトロン光は，時間的には非コヒーレントな光である．同じく高エネルギー加速器を用いた光発生技術に自由電子レーザー技術があり，これを用いると放射光よりも高強度で且つコヒーレントな光渦が生成できる．これについても比較的波長の長い領域では実験的な検証が行われており[10]，今後，X線領域でも光渦の発生が行われるものと思われる．（加藤）

5.2.3　ジャイロトロンによる渦マイクロ波の生成の可能性

単一の電子が引き起こす電子サイクロトロン放射の高調波が光渦の性質を持つことが加藤らによって見出された[11]のを契機として，多電子系，特に，高強度のマイクロ波帯の電子サイクロトロン放射が存在し，それを加熱や計測に利用してきた高温磁場閉じ込めプラズマの電子サイクロトロン高調波になぜ渦性が見出されてこなかったかが考えられるようになった．もちろん，渦性に注目した観測がなされてこなかったことがその大きな要因ではあるが，たとえ渦性を観測したとしても観測点から見たサイクロトロン運動の位相がランダムであるために，結果的に渦構造が消失してしまい観測が困難になっているのではないかと考えられる．逆に，そのジャイロ位相を揃えることができれば高強度でコヒーレントな渦マイクロ波の生成が可能なはずである．そこで，位相を揃える手段として大電力マイクロ波発振器であるジャイロトロンの出力を右回り円偏波として磁場中の多電子系に入射することで，共鳴加速し，その過程で強制的にジャイロ位相を揃えられ，高強度な純度の高い渦マイクロ波を発生させられるのではないかと考えた．この考えに基づいた渦マイクロ波発生の検証とその高

強度化の試みが核融合科学研究所において開始されている．

ジャイロトロンは本来，共鳴磁場中でサイクロトロン運動する電子ビームの相対論効果によるサイクロトロン周波数の変化を利用して位相集群を円筒空洞共振器の中で起こさせるのがその発振原理である．近年の大電力化，高周波数化の流れの中で，円筒空洞共振器の壁表面を大きくする必要があり，共振モードとして高次モードを採用するのが大勢となっている[12]が，この高次円筒モードそのものが軌道角運動量を持っていることが示された[13]．磁場閉じ込め核融合装置における有力な加熱装置である電子サイクロトロン共鳴加熱システムにおいては伝送，プラズマへの入射の容易性から，ジャイロトロンの出力を高次円筒共振モードから高効率モード変換器で直線偏波のガウスビームに変換して用いているが，大電力渦マイクロ波の発生がすでに実現していたことになる．ただし，この場合には電子のジャイロ位相を空間的に共振器モード構造で制御することで高次ではなく，基本波放射に渦性を持たせていることになる．（久保）

5.2.4 物質波や重力波における渦

これまでの議論は全て，光，すなわち電磁波に関するものであったが，電子や中性子といった素粒子も波の性質を有することから，渦物質波というのも有り得る．これらは既に実証されている．例えば，電子顕微鏡の分野において渦電子とでもいうべきものが生成されている[14]．最初の実験は厚みが螺旋状に変化する波長板を用いて行われており，物質波が螺旋状の波面を有していることが実証されている．同様なことが中性子においても行われている[15]．螺旋状の波面を有する波は，おそらくあらゆる波動現象に見られるものであると思われる．多数のスピーカーを配置し，それぞれのスピーカーの位相を制御することで渦音波が生成されている[16]．（加藤）

5.3 光渦と原子核，原子，プラズマ，分子，高分子との相互作用

光渦は軌道角運動量を運び，それが照射された物体にトルクを及ぼす．これを利用した微小物体の捕捉や回転，物質表面のナノ・マイクロ加工技術に関しては，数多くの研究例がある[17]．これに対して，原子・分子，原子核などとの相互作用に関する研究は，理論的なものが大部分であり実験研究は少ない．金安らは，極端紫外領域での光渦を希ガスに照射することで光の軌道角運動量に由来する特異な光イオン化の検証を試みているが，今のところ有意な結果は得られていない[6]．これはスピンが偏光に由来するのとは異なり，光渦の軌道角運動量がその空間構造に由来するものであり，原子分子のような微視的な系に角運動量の移行が起きる確率が低いためであると考えられている．しかし，最近，光渦特有の現象が見えたとする報文が少しづつ出始めている．一つは，レーザー場で捕獲し光渦の中心付近に置いた原子において，通常は禁制となる遷移が起きることが確認され，光渦から量子系への角運動量の移行が確認されたとするものである[18]．もう一つの例は，配向した分子群に右巻きの光渦と左巻きの光渦を照射し，その反射率に差が出ることを確認したというものである[19]．放射光や自由電子レーザーを用いた渦光の生成が行われるようになることで，今後このような研究が，X 線や真空紫外線といった短波長域の領域において加速していくものと期待される．（加藤）

参考文献

[1] M. Harwit, Astrophys. J. **597**, 1266 (2003).
[2] N. M. Elias II, Astron. Astrophys. **492**, 883 (2008).
[3] F. Tamburini *et al.,* Nat. Phys. **7**, 195-197 (2011).
[4] T. Piran, AIP Conference Proceedings **784**, 164 (2005).
[5] Y. Taira *et al.,* Sci. Rep. **7**, 5018 (2017).
[6] T. Kaneyasu *et al.,* Phys. Rev. A **95**, 023413 (2017).
[7] J. Arons, Astrophys. J. **177**, 395 (1972).
[8] C. Bula *et al.,* Phys. Rev. Lett. **76**, 3116 (1996).
[9] Y. Sakai *et al.,* Phys. Rev. STAB **18**, 060702 (2015).
[10] E. Hemsing, E. *et al.,* Nat. Phys. **9**, 549 (2013).
[11] M. Katoh *et al.,* Phys. Rev. Lett. **118**, 094801 (2017).
[12] K. Sakamoto *et al.,* J. Plasma Fusion Res. **85**, 351 (2009).
[13] A. Sawant *et al.,* Scientific Reports **7**, 3372 (2017).
[14] M. Uchida and A. Tonomura, Nature **464**, 737 (2010).
[15] C.W. Clark *et al.,* Nature **525**, 504 (2015).
[16] K.D. Skeldon *et al.,* New J. Phys. **10**, 013018 (2008).
[17] J.P. Torres, L. Torner (eds.), *Twisted Photons* (WILEY-VCT Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011).
[18] C.T. Schmiegelow *et al.,* Nat. Comm. **7**. 12998 (2016).
[19] W. Brullot *et al.,* Sci. Adv. 2016; 2 : e1501349.

小特集 実は遍在する光渦

6．まとめ

6. Summary and Prospects

久保　伸
KUBO Shin
核融合科学研究所

（原稿受付：2018年2月16日）

第2章「光渦の原理と応用研究の現状」では，それまで，近軸近似における伝送方程式の一般解として表現されてきたラゲールガウスビームの位相構造が実は，波面としては渦の性質があり，軌道角運動量をもつことが1992年に初めて，認識されたことを皮切りに[1]，通常のレーザー発振モードである基本ガウスビームから高次ラゲールガウスビームを生成する光学素子が開発され，さらに光渦の性質を用いた様々な応用展開がなされてきたこと，また，その一つの例としてプラズマ吸収分光法に適用することで，光軸に対して垂直方向の流れを計測する試みが示された．

この中で，第3章では，2016年になって加藤らによって明らかにされた円運動する単一電子の（自発）放射の高次高調波が持つ光渦の性質が紹介され，その実験的証拠としてヘリカルアンジュレータからの放射光に渦性を観測した例が示された[2]．また，これをきっかけにマイクロ波からガンマ線に渡る全ての電子の円運動に伴う放射が持つ渦性を検証する新たな流れが加藤自らの筆で紹介された．

第4章の「サイクロトロン放射と光渦の理論的課題」では，サイクロトロン放射減衰の持つ不可逆性の考察から光渦の発生のメカニズムへのアプローチの可能性が示され，軌道角運動量を含む放射場を繰り込んだ自己無撞着な理論の展開の必要性が議論された．

第5章の「光渦の応用展開」においては，第2章で議論された光学素子を用いる言わば人工的に生成された光渦のみではなく，自然界に偏在する電子の円運動による自発放射，あるいは円運動が励起された結果としての誘導放射としての光渦の発生機構や素粒子・原子核，プラズマ，分子，高分子との相互作用の基礎から応用に至る研究の展開，宇宙物理において光渦が果たす役割について紹介された．

この小特集で議論されたように，電子が何らかの外力を受けて加速度運動する場合に荷電粒子から電磁波が放射される．その一例が磁場中でサイクロトロン運動する電子が引き起こす放射がサイクロトロン放射である．これらのことは1900年代初頭から明らかになっており，磁場中のプラズマにおいてはお馴染みの放射で，プラズマ・核融合の分野ではよく知られていて，プラズマの閉じ込め，計測，加熱へと応用されてきたことは周知の事実である．また，その厳密な扱いは，第3章で示されたようにLienard-Wiechert potentialを用いて可能であり．これが電磁波発生の基本で，様々な電磁波発生の基礎として用いられて来ており，今日の電磁波の多角的応用発展をもたらした．電磁気学の多くの教科書でも，Lienard-Wiechert potentialから放射場の電場，磁場の導出までは行っているものの，その位相構造についての考察にはほとんど踏み込まれず（位相項として $\exp[i(\ell\phi+k_z z-\omega t)]$ までは書かれている例はある[3]），強度スペクトルの計算へと議論が飛躍している．実用的にはスペクトルの計算が優先された背景があるのであろう．1992年に発表されたAllenらの論文[1]を契機に光渦に対する関心が急激に高まり，通信への応用，物質との相互作用の観点から研究が爆発的に進展したことは第2章で紹介されている通りである．ここに来て，能動的な光渦の発生の可能性が示されたことで，あらゆる波長領域での位相構造と強度が制御された光渦の発生，媒質中での光渦の伝搬や吸収，これらによって可能となる様々な物質との相互作用の研究，応用分野の急速な展開が多いに期待される．また，自然に遍在する電子の円運動（一般的には曲率を持った運動と言い換えても良い）による放射の渦性が示されたことによって，渦性を持った放射の観測による放射源の物理過程理解の深化，渦性の持つ軌道角運動量が及ぼす物質への影響，構造形成など，未知の領域へ挑戦する端緒が開かれたと言ってよいであろう．

参考文献

［1］L. Allen *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 8081 (1992).
［2］M. Katoh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **118**, 094801 (2017).
［3］J. Sheffield, *Plasma Scattering of Electromagnetic Radiation*, (ACADEMIC PRESS, 1975).

National Institute for Fusion Science, Toki, GIFU 509-5292, Japan

author's e-mail:kubo.shin@nifs.ac.jp

小特集執筆者紹介

くぼ しん
久保 伸

核融合科学研究所プラズマ加熱物理研究系教授．1983年京都大学大学院理学研究科物理学第一専攻単位取得退学．理学博士．修士論文のテーマで扱って以来，ほぼ40年，ずっと密に付き合ってきたつもりだった電子サイクロトロン放射に別の顔があることを加藤先生から教えていただき，愕然とすると同時に，惚れ直しました．

よし むら しん じ
吉村信次

自然科学研究機構核融合科学研究所ヘリカル研究部高密度プラズマ物理研究系准教授．1970年長崎生まれ．1998年九州大学大学院総合理工学研究科博士後期課程終了．博士（理学）．専門は基礎プラズマ実験．プラズマの流れへの興味からレーザーによる流速計測を始め，それが高じて光渦レーザーにまで足を突っ込む．趣味は読書．内容だけでなく本自体も好きな Bibliophile なので，電子書籍では満足できない．

あら まき みつ とし
荒巻光利

日本大学生産工学部教授．2001年名古屋大学大学院 博士（工学）．レーザー分光やレーザー冷却強結合プラズマの研究を主に行っている．最近は光渦を用いたドップラー分光の研究に注力している．光渦以外にもトポロジカル光と呼ばれる一群の伝播モードには様々なものがあり，それぞれ固有の特徴があるため，これらをプラズマの研究に導入することで新しいことができるのではないかと期待している．

か とう まさ ひろ
加藤政博

東京大学大学院理学系研究科，高エネルギー加速器研究機構を経て，現在，分子科学研究所教授．本来の専門はシンクロトロン光源・自由電子レーザーなどに関するビーム物理学や加速器技術．最近は，古典電磁気学からアストロバイオロジーまで幅広く楽しんでいます．

トミオ・ペトロスキー
Tomio Petrosky

SENIOR RESEARCH SCIENTIST，Dept. of Physics，The University of Texas at Austin，東京大学生産技術研究所，研究顧問．主な研究分野は，非平衡統計力学，力学基礎論，時間の向きの対称性の破れ，電子および光物性，カオス，天体力学．趣味はハイキング，日本民俗学，texas-no-kumagusu の名前で日本語のブログを書いています．