



解説

スーパーコンピュータ「京」で切り拓くプラズマ乱流研究の新展開

Shedding Light on Plasma Turbulence by Utilizing the Supercomputer K

前山伸也

MAEYAMA Shinya

名古屋大学

(原稿受付：2015年5月25日)

「京」は様々な分野の科学技術研究に応用されており、プラズマ物理研究もその一つである。数万の計算ノードで構成される「京」の性能を最大限に引き出すため、並列計算手法とその最適化技術の開発が行われている。「京」を活用することで、これまで扱うことのできなかった大規模なプラズマ乱流シミュレーションが可能となった。電子スケールからイオンスケールまでの乱流揺動を扱う高解像度プラズマ乱流シミュレーションにより、両スケールの乱流間に相互作用が存在し、それが乱流輸送に影響を及ぼすことが明らかになった。従来の電子・イオンスケール分離の仮定を覆す、マルチスケール乱流の物理が新たに解き明かされつつある。

Keywords:

plasma turbulence, gyrokinetics, high performance computing

1. はじめに

「京」(<http://www.aics.riken.jp/en/k-computer/>)は日本のフラッグシップスーパーコンピュータであり、医療・創薬、物質科学、気象、ものづくり、宇宙など様々な研究分野で活用されている。核融合プラズマ研究においても、ITERを見据え、プラズマ乱流とそれが引き起こす輸送現象についてジャイロ運動論に基づく数値シミュレーション研究が精力的に行われている。近年、「京」の高い演算性能を最大限に引き出すことで、従来は困難であった電子スケールからイオンスケールの乱流を同時に取り扱うマルチスケールプラズマ乱流の直接数値シミュレーションが実現された(図1)[1]。これにより、プラズマ乱流現象におけるマルチスケール性という新たな物理の理解が進展してきている。

本解説では、1章でプラズマ乱流研究と高性能計算の背景について触れ、2章でプラズマ乱流の計算モデルと「京」における高性能計算の詳細について説明し、3章でそれにより実現されたマルチスケールプラズマ乱流の直接数値シミュレーションの物理結果を紹介する。最後にまとめと今後の展望について述べる。

1.1 ジャイロ運動論に基づくプラズマ乱流研究

磁場閉じ込め型核融合装置のプラズマ閉じ込め性能は、プラズマ中で生じる電磁的揺らぎを伴う乱流輸送現象に大きく影響される。プラズマ乱流は磁力線垂直方向にラーマ半径程度のスケールで生じる微視的不安定性により駆動される。乱流輸送の定量的な評価には、捕捉電子の様な粒子軌道や波・粒子共鳴、ゾーナルフロー減衰といった運動論の効果が重要となるため、プラズマ乱流を記述する第一原

理的方程式としてジャイロ運動論方程式が用いられる。ジャイロ運動論はプラズマ乱流の時間スケールより非常に速いサイクロトロン運動を除去しつつ、ラーマ半径程度の微視的現象を記述するために開発された[2,3]。

ジャイロ運動論に基づくシミュレーション研究としては、イオン温度勾配乱流とそれによるゾーナルフロー形成[4]などのイオンラーマ半径  $\rho_{li}$  程度のスケールで起こる乱流や、電子温度勾配乱流[5,6]などの電子ラーマ半径  $\rho_{te}$  程度のスケールで起こる乱流についての解析が数多く報告

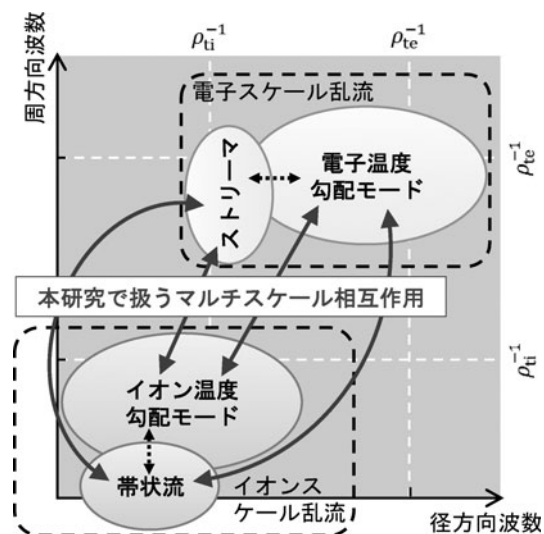


図1 従来は電子温度勾配モードとストリーマ、またはイオン温度勾配モードとゾーナルフローのみの解析が主に行われてきたが、「京」を活用した高性能計算により、電子・イオンスケール間相互作用を評価することが可能となった。

されている。近年では微視的ティアリングモードや運動論的バルーニングモードなどの電磁的不安定性による乱流解析にも適用がなされており、コード間ベンチマークや実験との比較によるV&V(検証と妥当性確認)研究も盛んに進められている。

従来の多くのプラズマ乱流研究では、イオン・電子スケール間のスケール分離が仮定されてきた。それは、両者の時空間スケールが熱速度とラーマ半径に比例して約43倍(等温の水素プラズマの場合)程度離れているためである。そのため、イオンスケール乱流と電子スケール乱流に関して、それぞれ個別にシミュレーション解析がなされてきた。一方、両スケール間の相互作用の可能性についても議論がなされ[7-9]、人為的に低いイオン・電子質量比を課したマルチスケール乱流のモデル解析が行われた[10, 11]。低質量比を用いることで両スケール間は縮まり、数値的に扱いやすくなる。しかし、このような方法ではイオン・電子スケール間の相互作用を過大評価していないかという懸念があった。また、最新の Alcator C-Mod 実験との比較研究では、イオン・電子低質量比モデルは実験に対する再現性が低く、実質量比での解析が必要となることが示唆されている[12, 13]。上述の先行研究では静電近似が用いられているが、より現実的な電磁乱流解析においては、電子の小さい慣性が重要となるため、やはり実質量比の取り扱いが必要と考えられる。

こうした背景から、イオン・電子実質量比でのマルチスケール乱流解析の必要性が高まってきた。一方で、マルチスケール乱流の直接数値シミュレーションには高い時空間分解能が必要となる。その実現には、「京」の様な最先端のスーパーコンピュータの活用が不可欠である。

### 1.2 スーパーコンピュータによる高性能計算とその困難性

最新のスーパーコンピュータは多数の計算ノードからなる分散メモリ型並列計算機である。その性能を最大限に引き出すためには、プログラムの高度な並列化が求められる。これからスーパーコンピュータを用いた高性能計算を始めようという読者は、並列コンピューティングについて基礎から詳しく解説された講座があるので、そちらも合わせて参照されたい[14]。

どの程度まで並列化すれば高度な並列化と言えるのかについて、現在のスーパーコンピュータで目標とする並列性能を挙げておこう。並列性能の簡単な指標として、並列数  $n$  で並列化した時の高速化率  $S_n$  はアムダールの法則として以下の様に見積もられる。

$$S_n = \frac{1}{1 - \alpha + \alpha/n} \quad (1)$$

ここで、 $\alpha$  は並列化率、つまり、プログラムの処理全体の内で並列化されている部分が占める割合を表す量である。並列化率が並列数に対する性能の伸び率に与える影響を図2に示す。一例として、 $\alpha = 99\%$  の場合を考えると、並列数をどれだけ増やしても残り1%は並列化されていないということなので、 $S_\infty = 1/(1 - \alpha) = 100$  倍までしか高速化されないことになる。百万コア近くからなる最先端のスーパーコ

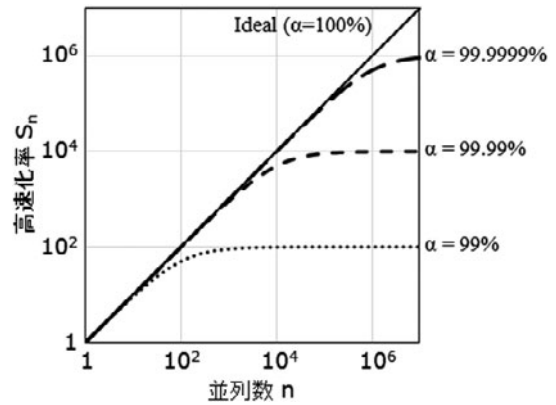


図2 並列数  $n$  と高速化率  $S_n$  に関するアムダールの法則。並列化率  $\alpha$  に応じて高速化率の上限が決まる。

ンピュータを使いこなすためには、 $\alpha = 99.9999\%$  を超える高い並列化率を実現する必要がある。このような高い並列性能を実現するためには、単にプログラムを並列化するだけではなく、負荷バランスの均一化やノード間通信の最適化に細心の注意を払う必要がある。

## 2. 計算モデルと「京」における最適化手法

前章では、ジャイロ運動論に基づくマルチスケール乱流解析の必要性和、高い並列性能が要求されることを述べた。本章では、それらを実現するため、ジャイロ運動論の計算科学的特性と「京」の計算機特性に合わせて開発された最適化手法について説明する。

### 2.1 ジャイロ運動論的シミュレーションの計算モデル

ジャイロ運動論に基づくプラズマ乱流の数値シミュレーションは、ノイズ除去や計算の安定性向上といった観点から、実空間だけではなく速度空間も格子で区切る Vlasov シミュレーションが近年の主流となっている。その基礎方程式は、5次元位相空間  $(x, y, z, v_{\parallel}, \mu)$  における分布関数揺動  $\tilde{f}_s(t; x, y, z, v_{\parallel}, \mu)$  と静電揺動・磁場揺動ポテンシャル  $\tilde{\phi}(t; x, y, z)$ 、 $\tilde{A}_{\parallel}(t; x, y, z)$  の時間発展を記述するジャイロ運動論的 Vlasov-Poisson-Ampère 方程式系である。

$$\frac{\partial \tilde{f}_s}{\partial t} + \mathbf{v}_{gy} \cdot \nabla \tilde{f}_s + v_{\parallel} \frac{\partial \tilde{f}_s}{\partial v_{\parallel}} = C_s + S_s \quad (2)$$

$$(-\epsilon_0 \nabla_{\perp}^2 + \sum_s P_s) \tilde{\phi} = \sum_s e_s \int dv^3 J_0 \tilde{f}_s \quad (3)$$

$$-\nabla_{\perp}^2 \tilde{A}_{\parallel} = \mu_0 \sum_s e_s \int dv^3 v_{\parallel} J_0 \tilde{f}_s \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{v}_{gy}$ 、 $v_{\parallel}$ 、 $C_s$ 、 $S_s$ 、 $P_s$ 、 $J_0$  はそれぞれジャイロ中心速度、磁力線平行方向加速度、衝突項、平衡分布による寄与、分極項、ジャイロ位相平均オペレータを表す。物理的には、平衡分布のもつ密度・温度勾配といった熱力学的力が微視的不安定性の駆動源として働く(式(2)中の  $S_s$  項)。微視的不安定性により生じた揺動電場  $\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla \tilde{\phi} + \mathbf{b} \partial_t \tilde{A}_{\parallel}$  や揺動磁場  $\tilde{\mathbf{B}} = \nabla \times (\tilde{A}_{\parallel} \mathbf{b})$  は分布関数揺動の移流を引き起こし、その非線形混合過程により乱流状態へと発展する。

数値計算の観点からは、Vlasov 方程式(2)はそれぞれの粒子種  $s$  についての5次元空間  $(x, y, z, v_{\parallel}, \mu)$  上の数値流体

力学計算とみなすことができる。ジャイロ運動論的シミュレーションコードGKV[15,16]では、磁力線垂直方向  $x, y$  に対しては高速フーリエ変換 (FFT) を用いたフーリエスペクトル法を、磁力線平行方向  $z$  および速度空間方向  $v_{\parallel}, \mu$  に対しては4次または5次精度差分法を用いて位相空間を離散化する。多次元問題であることに加えて、マルチスケール乱流解析では高い時空間解像度が必要なため、格子点数は~数千億点、総計算量~100EFLOP程度と見積られる。これは最新のCore i7 (384GFLOPS) を10%程度の効率で動かし続けたとして100年以上かかる計算量であり、現実的な時間でシミュレーションを行うには、少なくとも10万コア以上の並列化が求められる。

2.2 「京」の特徴

「京」は82,944の計算ノードからなる大規模分散メモリ型並列計算機である。各計算ノードは8つのプロセッサコアを内蔵したCPU (理論性能128GFLOPS) と16GBの共有メモリ、ノード間通信用インターコネクトコントローラにより構成され、各々がTofuインターコネクトと呼ばれる6次元メッシュ/トーラスポロジ (ユーザー視点では3次元トーラス) をもつネットワークで接続されている[17]。「京」の性能を引き出すためには、こうした階層的メモリ構造、マルチコア計算ノード、3次元トーラスネットワークという特徴に合わせた最適化が必要となる。

2.3 「京」における最適化①：多次元領域分割

数値流体力学計算の並列化手法として一般的に用いられるのはMessage Passing Interface (MPI) を用いた領域分割である。計算量は分割された部分空間の体積に比例するので分割数に対してよくスケールするが、領域分割により発生するデータ通信量は部分空間の表面積に比例するため分割数に対してスケールしない。一般に表面積と体積の比は分割数とともに増大するため、通信量は相対的に増大していく。体積当たりの表面積をなるべく小さくして領域分割するには、多次元分割を行い (多次元) 立方体に近くするとよいことが分かる。つまり、多次元領域分割を行うことは、分割数の上限を増大させるとともに、演算量あたりの通信量を削減する効果がある。

このため、GKVコードでは多次元多粒子種問題である利点を活かして、 $x$  (または  $y$ )  $z, v_{\parallel}, \mu, s$  についての5次元領域分割を行う。こうして分割された部分空間を各計算ノードに割り当てるとすると、分割境界に対応した様々なデータ通信を計算ノード間で行う必要が出てくる。具体的には、 $x, y$  方向への並列FFTのための転置通信、 $z, v_{\parallel}, \mu$  差分演算のための1対1通信、電荷密度・電流密度を求めるための  $v_{\parallel}, \mu, s$  への総和通信が主なノード間通信となる。こうした様々なノード間通信は、プロセッサ-メモリ間のデータ転送に比べて低速であるため、しばしば並列化率向上の妨げとなる。そのため、ボトルネックとなるノード間通信をいかに削減するかが並列性能向上の鍵となる。

2.4 「京」における最適化②：セグメント化プロセス配置

「京」のネットワーク特性上、分割された部分空間を3次元トーラス上にどのように配置するかが通信性能に影響する。Tofuインターコネクトの性能を最大限に引き出し、5

次元位相空間の領域分割により生じた様々なノード間通信のコストを最小化できるよう、図3に示すようなセグメント (区分) 化したプロセス配置を考案した。鍵となる着想は、最も通信コストの大きい  $x, y$  方向転置通信を3次元直方体形状となるように局所的に配置することである (この集団の単位をセグメントと呼ぶことにする)。これにより、転置通信のバイセクションバンド幅を最大化するとともに、「京」専用高速集団通信アルゴリズム[18]を有効化して通信の高速化を図る。さらに、各セグメントを  $z, v_{\parallel}, \mu$  に相当する様に3次的に配置することにより、 $z, v_{\parallel}, \mu$  1対1通信が隣接するセグメント間のみで行われるようになり、通信ノード間距離の最小化や通信の衝突の減少が期待できる。また、 $v_{\parallel}, \mu, s$  方向総和通信も同一平面内で行われるようにすることで、通信の独立性を高めている。

2.5 「京」における最適化③：通信と演算の同時処理

セグメント化プロセス配置により通信コスト削減の目的が立ったが、さらなる高速化のために通信コストを実効的に隠蔽すべく、通信と演算の同時処理を用いる。マルチコア計算ノードにおける共有メモリ並列はOpen Multi-Processing (OpenMP) を用いて実装される。MPIとOpenMPを併用したハイブリッド並列では、図4に示す様にMPI通信を行っている間、他のOpenMPスレッドが通信終了待ち状態になってしまう。そこで、OpenMPのマスタースレッドを通信スレッドとして明示的に利用するこ

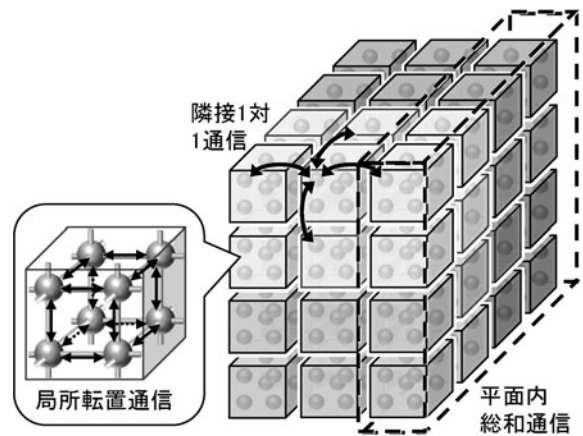


図3 3次元トーラスネットワークにおけるプロセス配置最適化。5次元位相空間分割において生じる転置・1対1・総和といった様々な通信を局所的に行う。

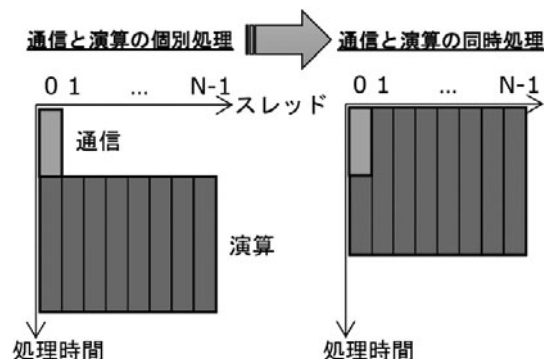


図4 OpenMPスレッドを利用した通信と演算の同時処理。

とで、通信と演算の同時処理を実装する[19, 20]. OpenMP によるコーディングの例は以下の様になる.

```
!$OMP parallel
!$OMP master
    call communication
!$OMP end master
!$OMP do schedule (dynamic)
    do i = 1, n
        call independent_computation
    end do
!$OMP end do nowait
:
!$OMP barrier
:
!$OMP end parallel
```

ここで、通信はマスタースレッドのみで行われ(2-4行)、同時に通信データを用いない独立な演算が他の演算スレッドで行われる(5-9行). dynamic スケジューリングを用いることにより、マスタースレッドも通信終了後には演算に加わることができるため、演算負荷バランスの均等化に寄与する(図4). ここで、nowait 指示文により同期が行われず、演算順序が保証されないため、必要に応じて適宜 barrier 指示文を挿入することに注意が必要である.

通信と演算の同時処理を行わない場合の通信時間を  $T$ , 演算時間を  $C$  とすると、 $N$  スレッドを利用して通信と演算の同時処理を行った場合の総処理時間  $H$  は

$$H = \max\left(T, C + \frac{T}{N}\right) \quad (5)$$

となる. つまり、演算量が少なく通信コストを十分に隠蔽できない場合 ( $C < T$ ) 通信終了までの待ち時間が発生し  $H = T$  となる. 一方、十分な量の演算が確保されている場合 ( $C > T$ ), 通信コストはスレッド数分の一に削減される. このことは、通信コストをスレッド全体で分担したことに相当しており、スレッド数が大きいほど通信隠蔽効果が大きくなるため、近年のマルチコア・メニーコア計算ノードに向けた手法といえる. ただし、上記の単純な見積もりではスレッド並列におけるスケジューリングオーバーヘッドは無視している.

上記の通信と演算の同時処理は簡易的な例であるが、実装上は通信と独立な演算を用意するための工夫が必要となる. ここでも多次元問題の性質を活かして、異なる次元軸方向に関する計算の独立性を用いてパイプライン化(例えば、 $\mu = \mu_i$  面上の FFT を演算する間に  $\mu = \mu_{i+1}$  面上の  $x, y$  方向転置通信を行うなど)することで、並列 FFT や差分演算などの通信と演算の同時処理を実装した.

### 2.6 最適化手法の効果

セグメント化プロセス配置と通信と演算の同時処理の効果を見るため、「京」上での通信・演算コストの内訳を調べた結果を図5に示す. まず、最適化を行わなかった場合に比べて、セグメント化プロセス配置を用いた場合には、

転置通信・総和通信のコストが半分程度、1対1通信のコストが2割程度に低減されている. これは、ネットワーク上でランダムに行われていた通信パターンが、セグメント化プロセス配置により各通信が局所かつ独立になるように整えられたことによる. 最適化なしの場合には通信量と演算量が同程度であったが、通信コストの削減により、通信量より演算量が多くなったので、通信と演算の同時処理による通信隠蔽が効果的に働くと期待される. 実際、通信と演算の同時処理も実装した場合、通信コストが実効的に隠蔽されていることが見て取れる.

最適化を実施したGKVコードの「京」におけるスケールリングを図6に示す. 原子力機構のスーパーコンピュータBX900における性能も併せて記載する. 開発した最適化手法のおかげで、「京」で目標としていた数千億格子点の計算に対して、約60万コアまでの良好なスケールリングが得られた. 演算性能は786.4 TFlops (理論ピーク比8.29%), 実行並列化率は  $\alpha = 99.99994\%$  という高い値を実現し、目標としていた並列性能を達成した. これにより、プラズマ乱流シミュレーションは飛躍的に高速化され、従来は実現不可能だったイオン・電子実質量比におけるマルチスケール乱流の直接数値シミュレーションを可能とした[21].

### 3. マルチスケール乱流シミュレーション

既に述べたように、従来のジャイロ運動論に基づくシミュレーション研究では電子スケール乱流とイオンスケール乱流のスケール分離を仮定して、個別の解析がなされてきた. しかしながら、乱流においては非線形混合過程を介

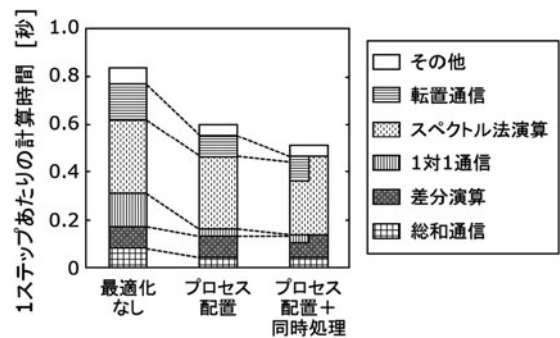


図5 セグメント化プロセス配置と通信と演算の同時処理による計算の高速化.

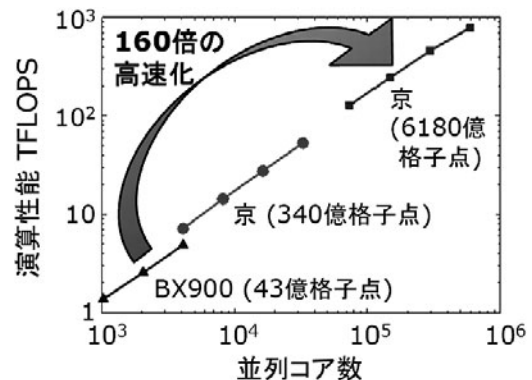


図6 GKVのスケールリング(原子力機構のスーパーコンピュータBX900と理研の「京」における演算性能).

して波数空間でのエネルギー、エンストロフィーあるいはエントロピーの逆／順カスケードが起り、広範なスペクトルの乱流揺動を作り出すため、電子・イオンスケール乱流間のスケール分離の仮定は必ずしも自明ではない。低質量比・静電近似の下で行われたマルチスケール乱流のモデル解析では、イオンスケールの不安定性が存在する場合に電子スケールのモードが強く抑制されることが示唆されている[10, 11]。しかし、低質量比の導入による人為的なスケールの操作は、線形成長率に影響を与えうる上に[12]、スケール間相互作用を過大評価する可能性があることから、実質量比の解析は計算機資源の制約から課題として残されていた。こうした背景から、(i)イオン・電子実質量比では、両者の乱流のスケールがさらに大きく離れるが、そのような場合でもスケール間相互作用が存在しうるのか？(ii)静電近似が成り立たない有限ベータ値プラズマでは、マルチスケール乱流の描像は変化するのか？という疑問に答えるために、イオン・電子実質量比かつ電磁揺動を含んだジャイロ運動論モデルに基づくマルチスケール乱流の直接数値シミュレーションを実施した。大きく時空間スケールの離れた乱流を同時に解像しつつ時間発展を計算する必要があるため、計算科学的にもチャレンジングな大規模計算となった。典型的な計算量としては2000億格子点、30万時間ステップ程度であり、「京」の12,288計算ノード(98,304コア)を用いて120時間程度の計算時間を要する。

3.1 イオン・電子スケール乱流に関する従来の知見

イオン・電子スケールの代表的な微視的不安定性は、イオン温度勾配不安定性[22]と電子温度勾配不安定性である。両者は、静電近似・断熱的電子(あるいは断熱的イオン)応答の仮定の下で相似の線形分散関係に従い、典型的にはラーマ半径程度の波長と反磁性ドリフト周波数程度の成長率・周波数をもつため、質量比の平方根 $\sqrt{m_i/m_e} \sim 43$ 程度異なる時空間スケールに不安定領域を持つ。

一方、イオン・電子ともに運動論的に扱い、電磁揺動を含む場合には差異が生じる。イオン温度勾配モードは、捕捉電子の寄与により不安定性が強められ、シアアルヴェン波との結合により安定化される[23]。一方、電子温度勾配モードにおける磁場揺動の影響は小さく、また、断熱的イオン応答も高波数領域では相変わらず良い近似として成り立つ。そのため、ベータ値が高くなり、磁場揺動の寄与が増大するにつれてイオン温度勾配モードは安定化されるが、電子温度勾配モードは成長率が保たれる。

電子／イオンの断熱的応答の近似下で、類似の線形応答特性を持つイオン温度勾配モードと電子温度勾配モードだが、非線形の乱流状態での振る舞いは大きく異なる。断熱的電子応答は電子の低い慣性による磁力線方向の速い運動に起因するため、磁気面上で一様な静電ポテンシャルであるゾーナルフローに対し応答することができず、結果的にイオン温度勾配乱流ではゾーナルフローが卓越しやすい[4]。一方、有限ラーマ半径効果に起因する断熱的イオン応答はゾーナルフローに対しても応答するため、結果的に電子温度勾配乱流においてはゾーナルフローが形成されにくく、ストリーマと呼ばれる半径方向に長く伸びたモード

が卓越する[5, 6]。これらの物理描像は、電子・イオンともに運動論的に扱った場合でも定性的に成り立つ。

3.2 マルチスケール乱流シミュレーション

こうした単一スケール乱流解析の知見を踏まえて、イオン温度勾配モードと電子温度勾配モードを同時に取り扱うマルチスケール乱流シミュレーションの結果を見てみよう。

微小擾乱を初期値として与えた場合、線形不安定なモードが成長する。電子温度勾配モードは電子ドリフト周波数程度の高い成長率・周波数をもつため急速に成長し、電子通過時間 $R/v_{te}$ 程度の時間スケールで卓越する。揺動振幅が大きくなり、非線形移流項が効いてくると、波の非線形結合によりエネルギーのカスケードが起る。この際の物理は電子スケール揺動だけで決まるため、従来知られているようにストリーマ構造が卓越し、電子温度勾配モードの成長が飽和にいたる。しかし、シミュレーションをさらに解き進めると、イオン通過時間 $R/v_{ti}$ 程度の時間スケールでイオン温度勾配モードが徐々に成長してくる。図7の静電揺動ポテンシャルのスナップショットはこの瞬間を捉えたものである。イオン温度勾配モードはその後成長を続け、最終的な乱流状態はイオンスケールの揺動が支配的となる。イオン温度勾配乱流ではエネルギーの逆カスケードによりゾーナルフローが形成され、ゾーナルフローによるせん断効果がイオン温度勾配モードの成長を飽和させ、定常状態となる。これと同時に、電子スケールで顕著に見られていたストリーマ構造が消失することが観測された。このことは、イオン温度勾配乱流が電子温度勾配乱流を抑制することを意味する。

マルチスケール乱流シミュレーションにより得られた乱流揺動分布から評価した電子熱輸送係数の時間発展を図8に示す。前述したとおり、シミュレーションの初期( $t = 0 \sim 10R/v_{ti}$ )では電子温度勾配モードとそれにより作られるストリーマが支配的なため、電子熱輸送も高波数の電子スケール揺動が担う。一方、 $t = 10 \sim 20R/v_{ti}$ ではイオン温度勾配モードがほぼ線形固有値と一致する成長率で成長し、定常状態( $t > 30R/v_{ti}$ )ではイオンスケール揺動が電子熱輸送を支配する。このとき、電子スケールで起る輸

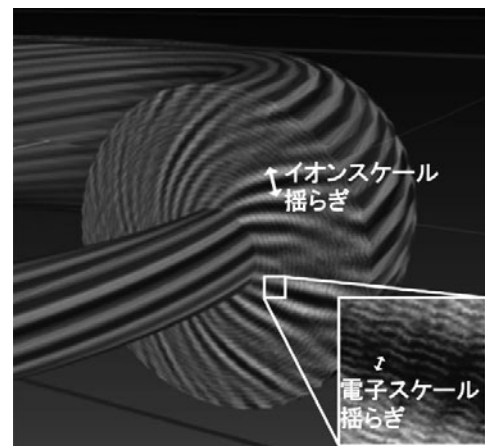


図7 マルチスケール乱流シミュレーションにおける静電揺動ポテンシャルのスナップショット。電子・イオンスケールの揺らぎが混在している。

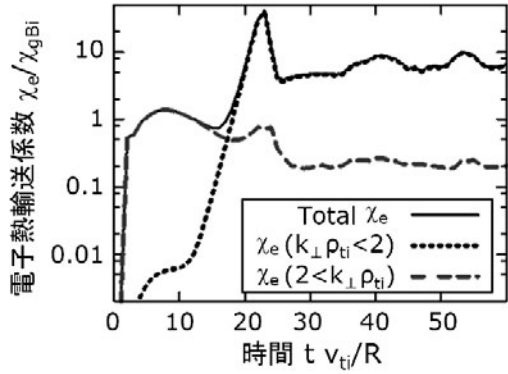


図8 マルチスケール乱流シミュレーションにおける電子熱輸送係数  $\chi_e$  の時間発展。実線、点線、破線はそれぞれ、全電子熱輸送係数、イオン/電子スケール揺動により引き起こされる電子熱輸送の寄与を表す。

送が減少していることにも注目されたい。これは、イオン温度勾配乱流の卓越により、ストリーマが抑制されたことに起因する。これらの観測から、マルチスケール乱流シミュレーションにおいては、電子・イオンスケール乱流間の相互作用が存在することが確かめられた。以下ではさらにその物理機構の詳細に迫ろう。

### 3.3 三波結合伝達解析

上述のマルチスケール相互作用を引き起こす物理機構は非線形過程において他にない。プラズマ乱流中の波・渦の相互作用は、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトや磁場揺動中の磁力線方向移流といった非線形移流項を介して起こる。中性流体乱流でも用いられるように、波の非線形相互作用を詳細に調べるには、三波結合解析の手法を用いることが有効となる [24, 25]。波数空間で表したジャイロ運動論における三波結合伝達関数は以下の様に表される [26]。

$$J_k^{p,q} = \sum_s \delta_{k+p+q,0} \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{q}}{2B} \times \text{Re} \left[ \left\langle \int d^3v \left( \bar{\psi}_{sp} \bar{g}_{sq} - \bar{\psi}_{sq} \bar{g}_{sp} \right) \frac{T_s \bar{g}_{sk}}{F_{sM}} \right\rangle \right] \quad (6)$$

ここで、 $\bar{\psi}_{sk}$  はジャイロ平均された一般化ポテンシャル、 $\bar{g}_{sk}$  はジャイロ中心分布関数の断熱応答部分である。その物理的意味について少し詳しく触れておこう。三波結合伝達関数  $J_k^{p,q}$  は、異なる波数  $p, q$  の波との結合により、ある波数  $k$  の波がエントロピーを受け取る ( $J_k^{p,q} > 0$ )、または受け渡す ( $J_k^{p,q} < 0$ ) ことを表す。このような三波結合を起こすモードは、共鳴条件  $k+p+q=0$  から決まる。三者の間のエントロピーのやり取りは、 $J_k^{p,q} + J_q^{k,p} + J_p^{q,k} = 0$  という詳細つり合いを満たし、そのため非線形相互作用は全モード間のエントロピー保存則を満たす。また、 $J_k^{p,q} = J_k^{q,p}$  という対称性を持つため、 $J_k^{p,q}$  を評価しただけでは波数  $k$  へのエントロピーが波数  $p, q$  のどちらから受け取った (渡した) のか判別できず、波数間のエントロピー伝達の向きを決定するには詳細つり合いを調べる必要がある。詳細つり合いの式から明らかのように、2つの波が受け渡し1つの波が受け取る、あるいは1つの波が受け渡し2つの波が受け取るという2種類のパターンがある。

例えば、よく知られたゾーナルフローによるイオン温度勾配乱流のせん断は、ゾーナルフロー (波数  $p$ ) を介してイオン温度勾配モード (波数  $k$ ) のエントロピーが高波数モード (波数  $q$ ) へと伝達される機構であると解釈できる。このとき、ゾーナルフローは仲介役として働くのみでエントロピーの受け渡しはほとんど起こらず ( $J_p^{q,k} \sim 0$ )、イオン温度勾配モードは減衰し ( $J_k^{p,q} < 0$ )、高波数モードが駆動される ( $J_q^{k,p} > 0$ ) が、高波数モードは位相空間混合と衝突の効果によりやがて散逸する。

三波結合解析を、マルチスケール乱流において観測されたストリーマの消失過程に対して適応した。イオン温度勾配モードが成長し、イオンスケール乱流揺動が作られると、ストリーマはそれらのモードと結合するようになる。 $k_{\perp} \rho_{ti} \sim 0.1$  程度の長波長のゾーナルフローは、イオン温度勾配モードの飽和に本質的であるが、電子スケールのストリーマとの結合は小さい。このことは、ストリーマに対しては、イオン温度勾配モードの作る長波長のゾーナルフローはほとんど相互作用しないというスケール分離の考え方と合致する。定常状態でのストリーマに対する三波結合伝達関数は、 $k_{\perp} \rho_{ti} \sim 1$  程度の波数をもつ乱流渦との結合が顕著であり、これにより高波数モードへとエントロピーが受け渡されることが確認された。こうした中間的な波長の乱流渦は、イオン温度勾配乱流の順カスケードにより作り出され、電子スケール乱流より大きな構造と速度シアを持つため、ストリーマをせん断し、減衰させる。

図9に電子・イオンスケール乱流の特徴的な波数領域と観測された相互作用を模式的にまとめた。従来はイオン温度勾配モードと電子温度勾配モードは43倍もスケールが離れているので相互作用しないと考えられていた。そのため、イオン温度勾配乱流と電子温度勾配乱流は個別に解析が行われてきた (図9 (a))。43倍もスケールが離れた現象はあまり相互作用しないだろうというスケール分離の考えはそれほど間違っておらず、長波長のゾーナルフローはストリーマの抑制にあまり寄与しない (図9 (b)) において ZF

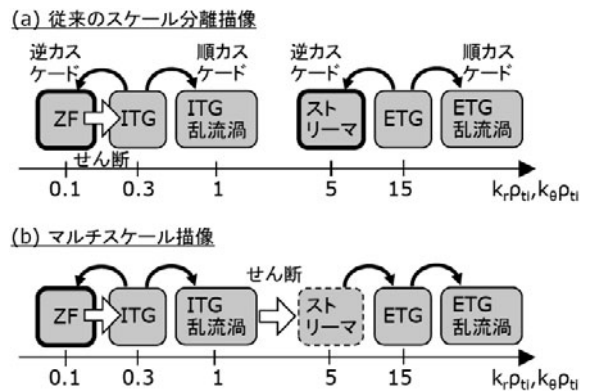


図9 プラズマ乱流の典型的波数スケールと相互作用の模式図。(a)従来のスケール分離描像では、イオン温度勾配モード (ITG) とゾーナルフロー (ZF) というイオンスケール乱流と電子温度勾配モード (ETG) とストリーマという電子スケール乱流を個別に扱ってきた。(b)マルチスケール描像では、両者の間に相互作用が存在する。スケールの近いITG乱流渦はストリーマをせん断する。

とストリーマの相互作用は小さいことが三波結合伝達解析により確かめられた). しかし, 乱流は順/逆カスケードによりそれぞれ高/低波数の揺らぎを作り出す. そのため, イオン温度勾配乱流の作る比較的高波数の微細な乱流渦と, 電子温度勾配乱流の作る比較的低波数のストリーマはより近い時空間スケールで生じ, 両者の間には相互作用が起こる (図9 (b)のITG乱流渦とストリーマの相互作用).

### 3.4 有限ベータプラズマにおけるマルチスケール乱流

第3.2, 3.3節では静電近似の下でのマルチスケール乱流シミュレーションの結果について解説した. 静電近似ではイオン温度勾配モードが十分に不安定であるが, 有限ベータプラズマでは磁場揺動効果により, イオン温度勾配モードは臨界安定近くまで安定化されうる. このような場合, 電子スケール乱流からイオンスケール乱流への寄与が無視できないことが明らかになった. これは従来の先行研究では発見されていなかった現象である. 電子スケール乱流からの寄与を考慮しなかった場合に比べて熱輸送が3倍近く増大するケースも発見されており[1], 乱流輸送の評価においても重大なインパクトをもちうる. 有限ベータプラズマに対しても三波結合解析を適用することで, 電子スケール乱流渦がゾーナルフローの減衰に寄与していることが分かってきた[27]. このように, ゾーナルフロー, イオン温度勾配乱流, 電子温度勾配乱流の三者が複雑に関与したマルチスケール乱流の物理機構が徐々に明らかになってきている.

## 4. まとめと展望

計算機性能の向上は目を見張る勢いであるが, 最新の大規模並列計算機の恩恵を受けるには, 物理モデルと計算機特性の両方をよく理解したシミュレーションコード開発が不可欠である. 磁場閉じ込め核融合の分野で最大規模の数値解析を必要とするジャイロ運動論的シミュレーションに基づくプラズマ乱流研究では, 様々な最適化技術を駆使して「京」の性能を最大限に引き出し, マルチスケール乱流の直接数値シミュレーションを実現することで, 革新的なマルチスケール乱流の物理を明らかにした. このことは, スーパーコンピューティングの発展がプラズマ科学の発展を後押ししている一例といえる. さらに現在, 2020年を目標にエクサフロップス級のポスト「京」の開発が進められており, 核燃焼プラズマ解析による核融合炉運転支援も取り組むべき課題の一つとして取り上げられている. このように高性能計算を用いたプラズマ物理研究は, 新たな物理を切り拓いていく手段として, また, ポスト「京」と同時期にファーストプラズマを予定しているITER計画を後押しするツールとして, さらに重要性を増していくだろう.

マルチスケール乱流の直接数値シミュレーションにより, イオン温度勾配乱流と電子温度勾配乱流という異なる時空間スケールの乱流の間に, 相互作用が存在することが実証された. さらに, マルチスケール相互作用により熱輸送スペクトルが大きく変化しうることが示された. これに

より, DorlandやJenkoらの電子温度勾配乱流解析[5, 6]以来の, ストリーマが電子熱輸送を支配するだろうという単一スケール描像は修正が必要とされる. マルチスケール相互作用の一例として, イオン温度勾配乱流が作り出す乱流渦によるせん断効果がストリーマを安定化するという物理機構が明らかになった. こうしたプラズマ乱流のマルチスケール性を解き明かしていくために, 従来のスケール分離の仮定を覆し, 新たなプラズマ乱流研究を切り拓いていく必要がある.

## 謝辞

本解説記事の執筆にあたり, ご議論いただいた井戸村泰宏研究主幹, 渡邊智彦教授に感謝いたします. また, 本研究はHPCI戦略プログラム分野4「次世代ものづくり」の支援を受け, 筆者はJSPS科研費26800283の助成を受けました. 計算はHPCI一般利用課題hp120011の資源を利用して行われました.

## 参考文献

- [1] S. Maeyama *et al.*, Proc. in 25th IAEA Fusion Energy Conf., Saint-Petersburg, Russia. TH/1-1 (2014).
- [2] 洲鎌英雄: プラズマ・核融合学会誌 **79**, 107 (2003).
- [3] X. Garbet, *et al.*, Nucl. Fusion **50**, 043002 (2010).
- [4] Z. Lin *et al.*, Science **281**, 1835 (1998).
- [5] W. Dorland *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 5579 (2000).
- [6] F. Jenko *et al.*, Phys. Plasmas **7**, 1904 (2000).
- [7] S. I. Itoh and K. Itoh, Plasma Phys. Control. Fusion **43**, 1055 (2001).
- [8] J. Li and Y. Kishimoto, Phys. Rev. Lett. **89**, 115002 (2002).
- [9] C. Holland and P. H. Diamond, Phys. Plasmas **11**, 1043 (2004).
- [10] J. Candy *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 1209 (2007).
- [11] T. Gorler and F. Jenko, Phys. Rev. Lett. **100**, 185002 (2008).
- [12] N. T. Howard *et al.*, Phys. Plasmas **21**, 032308 (2014).
- [13] N. T. Howard *et al.*, Phys. Plasmas **21**, 112510 (2014).
- [14] 渡邊智彦 他: プラズマ・核融合学会誌 **89**, 45 (2013); *ibid* **49** (2013); *ibid* **119** (2013); *ibid* **171** (2013); *ibid* **245** (2013).
- [15] T.-H. Watanabe and H. Sugama, Nucl. Fusion **46**, 24 (2006).
- [16] S. Maeyama *et al.*, Comput. Phys. Commun. **184**, 2462 (2013).
- [17] Y. Ajima *et al.*, Computer **42**, 36 (2009).
- [18] T. Adachi *et al.*, Comput. Sci. Res. Dev. **28**, 147 (2013).
- [19] Y. Idomura *et al.*, Int. J. High Perform. Comput. Appl. **28**, 73 (2014).
- [20] S. Maeyama *et al.*, Plasma Fusion Res. **8**, 1403150 (2013).
- [21] S. Maeyama *et al.*, Parallel Comput. **49**, 1 (2015).
- [22] W. Horton, Rev. Mod. Phys. **71**, 735 (1999).
- [23] J. Y. Kim *et al.*, Phys. Fluids B **5**, 4030 (1993).
- [24] O. D. Gurcan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 024502 (2006).
- [25] H. Sugama *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 112503 (2009).
- [26] M. Nakata *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 022303 (2012).
- [27] S. Maeyama *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 255002 (2015).



まえ やま しん や  
前山伸也

名古屋大学大学院理学研究科素粒子宇宙物理学専攻，助教。プラズマ乱流，特にジャイロ運動論に基づく乱流輸送研究を専門とし，数値計算・並列化技術の開発から物理解析まで行っています。大学に着任したばかりで慣れない講義に悪戦苦闘していますが，それより何より，近頃の最大の関心事は，生まれたばかりの第一子が可愛くてしょうがないことです。