



小特集 核燃焼プラズマにおける核弾性散乱とその炉心特性への影響

2. 核弾性散乱とは

2. What Is Nuclear Elastic Scattering?

中尾 安幸

NAKAO Yasuyuki

九州大学グリーンアジア国際リーダー教育センター

(原稿受付：2015年3月27日)

Coulomb ポテンシャルのほかに短距離力である核力ポテンシャルが加わった状況下での粒子の散乱衝突という核物理的な視点から、核弾性散乱について解説する。言葉の意味、微分断面積の測定例、求め方、Coulomb 散乱と比べた場合の特徴を説明した後、炉心プラズマ特性への影響に関して主に解析方法の観点から議論する。

Keywords:

nuclear elastic scattering, Coulomb plus nuclear potential, cross-section, fusion core plasma

2.1 はじめに—核物理からプラズマ核融合へ

核弾性散乱 (nuclear elastic scattering) という言葉は、核力による弾性散乱という程度の意味合いである。軽い荷電粒子 (原子核) 間の散乱衝突が想定されていて、中性子散乱は通常は除外される。散乱の様子は衝突する粒子のエネルギー、精確には2粒子の相対運動のエネルギーによって大きく変わる。核融合プラズマで考えるようなエネルギー領域では、イオン間の衝突素過程としてはCoulomb散乱が支配的である。しかしエネルギーが十分高ければ、核力ポテンシャルも効いてくる[1-3]。

図1は相互作用のポテンシャル V を粒子間距離 r の関数として模式的に示したものである。

遠距離ではCoulomb力に遠心力 (角運動量に由来) が加わった斥力、短距離では引力 (核力) が働き、 $r \sim 0$ には強い斥力の芯が存在することが知られている。例えば2粒子がD-T炉心プラズマ中の重陽子とトリトンの場合、Coulomb障壁の高さは約0.4 MeVであり、相対運動のエネルギーはこれより一桁ほど小さな値なので2粒子が核力の作用範囲 ($R \sim 10^{-13}$ cm) まで近づくことは困難である。ごく稀に量子力学的なトンネル効果でCoulomb障壁を透過したものが核融合反応を起こすにすぎない。従って散乱はCoulombポテンシャルによる。ところが核融合反応で発生した3.52 MeVのアルファ粒子 (D-³Heプラズマでは14.7 MeVの陽子) がイオンと衝突するような場合には粒子が核力の作用範囲まで近づくことは容易であり、散乱はCoulombポテンシャルと核力ポテンシャルを介したものとなる。

軽い核同士の散乱衝突に関しては、サイクロトロン発明以来、豊富な実験研究の実績があって、入射粒子—標的粒子の様々な組合せについて実験データが蓄積されている

[4-7]。特に陽子—陽子 (p - p) 散乱は、中性子—陽子 (n - p) 散乱とともに、核力の性質を調べるための基本的な過程として古くから詳細な解析がなされている[8]。散乱実験を模式的に示すと図2のようになる。測られる量は $d\sigma_L$ 、実験室系における‘微分断面積’である。これは単位時間に微小立体角 $d\Omega_L$ 内に散乱される ($r^2 d\Omega_L$ なる面積を通過する) 粒子数と入射フラックス j_{in} (単位面積に毎秒入射する粒子数) の比として定義され、面積の次元をもつ。

$$d\sigma_L = \frac{j_{sc}}{j_{in}} r^2 d\Omega_L, \quad (1)$$

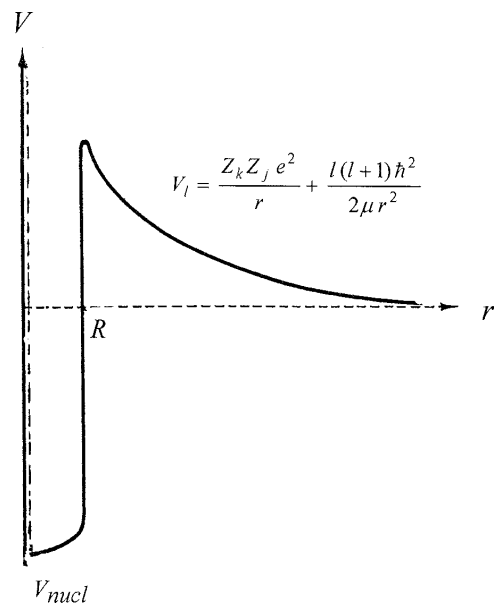


図1 相互作用のポテンシャル。 $r < R$ では引力 (核力)、 $r > R$ ではCoulomb力が働く。動径運動を考える場合は遠心力ポテンシャルが加わる。

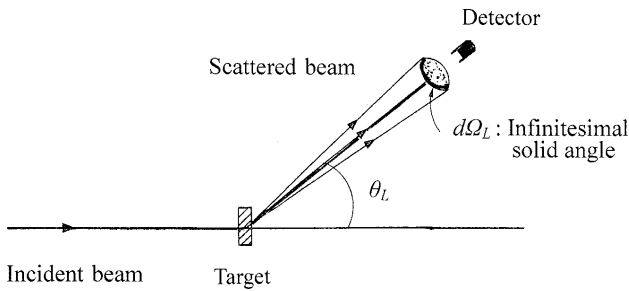


図2 散乱実験の模式図。粒子は次々にやって来ては散乱されて去っていく。θ 方向に散乱されたものを計測する。

ただし j_{sc} は散乱粒子のフラックスを表す。単位立体角あたりの微分断面積 $(d\sigma/d\Omega)_L$ を全立体角に亘って積分したものが散乱の全断面積 σ_s である。通常、微分断面積は方位角には依らないので、 σ_s は次の積分で求められる。

$$\sigma_s = 2\pi \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_L \sin \theta_L d\theta_L. \quad (2)$$

微分断面積の計算法については次節で述べることにして、ここで測定例を見ておこう。図3は6 MeVの陽子(p)が重陽子(d)に入射した場合の微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ を散乱角θ (図では θ_{CM}) の関数として示す。ただし此处では、重心系で考えている。実線は文献[7]の測定データを基に描いたもの、破線は比較のために裸のCoulombポテンシャルだけが存在すると仮定して、Rutherfordの公式を用いて計算したものである。よく知られているとおり、純粋なCoulomb力による散乱では、微分断面積は $\theta \rightarrow 0$ で発散し (10°以下で実線と点線が重なっているのはこのためである)、θが大きくなると急速に減少する。ところが今の例のように、入射粒子のエネルギーがCoulomb障壁よりもはるかに高い場合には、実際に測定される微分断面積は散乱角のほぼ全範囲に亘って有意の値をもって広がり、 $\theta > 20^\circ$ ではCoulomb散乱の微分断面積とは全く違った振舞いをする事がわかる。小角度ではCoulomb散乱が支配的であり、大角度の散乱は核力によるといえる。(核力とCoulomb力の干渉効果も含まれる。次節参照)

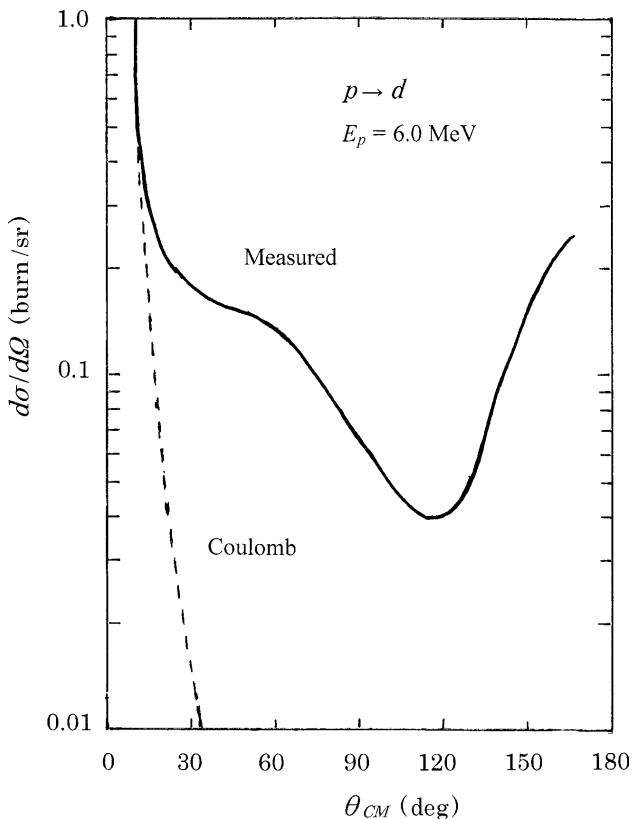


図3 弾性散乱の微分断面積の例 ($p \rightarrow d$)。測定値は散乱角の広い範囲に亘って広がる。破線は純Coulomb散乱成分を示す。(1 burn = 10^{-24}cm^2)

lomb力による散乱では、微分断面積は $\theta \rightarrow 0$ で発散し (10°以下で実線と点線が重なっているのはこのためである)、θが大きくなると急速に減少する。ところが今の例のように、入射粒子のエネルギーがCoulomb障壁よりもはるかに高い場合には、実際に測定される微分断面積は散乱角のほぼ全範囲に亘って有意の値をもって広がり、 $\theta > 20^\circ$ ではCoulomb散乱の微分断面積とは全く違った振舞いをする事がわかる。小角度ではCoulomb散乱が支配的であり、大角度の散乱は核力によるといえる。(核力とCoulomb力の干渉効果も含まれる。次節参照)

図4は陽子-陽子(p-p)散乱の微分断面積であり、文献[8]の解析結果を、縦軸を図3に合わせて描き直したものである。入射陽子のエネルギーは2.4 MeVである。同種粒子の散乱なので散乱粒子と反跳を受けた粒子の区別ができない。このことを反映して微分断面積は $\theta = 90^\circ$ の両側で対称となる (ただし入射粒子、標的核の何れも、スピンの偏りはないと仮定している)。この場合にも散乱角の広い範囲 ($20^\circ \leq \theta \leq 160^\circ$) で核力の効果が著しいことが明らかである。

核力による散乱を炉心プラズマ加熱の観点から捉える契機を与えたのは1971年のDevaney&Steinの報告[9]であろう。彼等は重水素プラズマ中でのビーム粒子 k ($k = p, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$) のエネルギー損失に対する核力の寄与を評価した。標的核 j (文献[9]では $j = d$) の熱運動を無視すると、核弾性散乱による単位路程あたりの平均エネルギー損失は以下のように書ける。

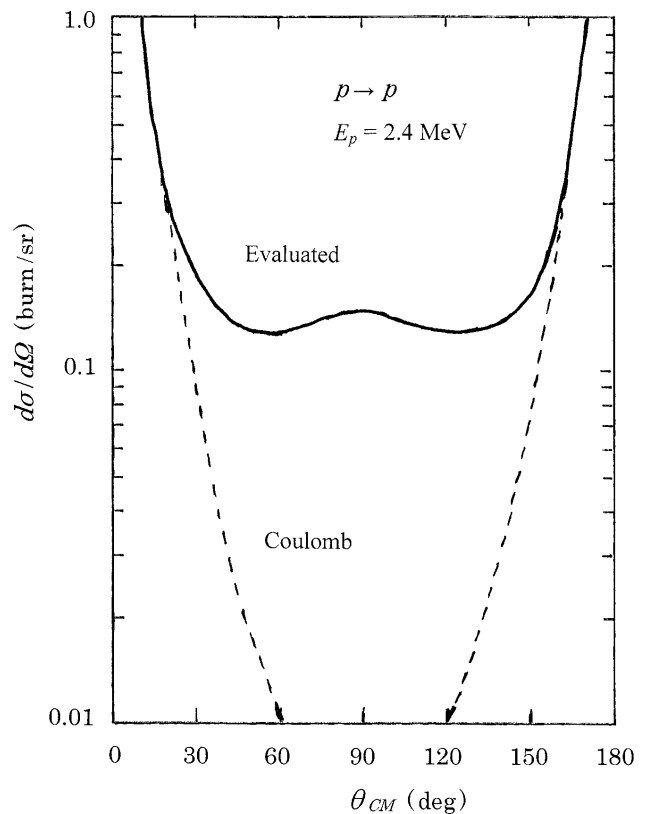


図4 弾性散乱の微分断面積の例 ($p \rightarrow p$)。散乱粒子と反跳粒子の区別がつかないため、曲線は $\theta = 90^\circ$ の両側で対称になる。(1 burn = 10^{-24}cm^2)

$$\left\langle \frac{dE_k}{dx} \right\rangle = 2\pi \int n_j \frac{d\sigma}{d\Omega_{NI}} \Delta E_k \sin \theta d\theta, \quad (3)$$

$$\Delta E_k = \frac{2m_k m_j}{(m_k + m_j)^2} E_k (1 - \cos \theta), \quad (4)$$

ここで n_j は標的核の数密度である。被積分関数中の $d\sigma/d\Omega_{NI}$ は微分散乱断面積の測定値から純粋に Coulomb 力による部分を差し引いたものであり、‘核弾性散乱の微分散面積’として導入された（添字 NI の意味は後述）。 ΔE_k はエネルギー E_k の粒子が1回の弾性散乱で失うエネルギー量を表す。散乱前後の全運動量および全エネルギーの保存で決まり、散乱角 θ （重心系）が大きいほど大きな値になる。実際に Devaney&Stein が計算評価したのは、数密度で割った次の‘対数エネルギー損失率’である。これはエネルギー E_k のみの関数である。

$$\frac{1}{n_j E_k} \left\langle \frac{dE_k}{dx} \right\rangle = \frac{4\pi m_k m_j}{(m_k + m_j)^2} \int \frac{d\sigma}{d\Omega_{NI}} (1 - \cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (5)$$

その後、Perkins&Cullen は標的核を5核種（ $p, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$ ）に拡張して同様の計算を行うとともに、 5×5 の（入射粒子 k 、標的核 j ）の組合せに対して‘核弾性散乱の全断面積’ σ_{NI} の評価値を与えた[10,11]。例として $(k,j) = (p,d), (\alpha,d)$ の場合の σ_{NI} を入射粒子エネルギーの関数として描くと図5のようになる。比較のために Coulomb 散乱の微分散面積を $0.1^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ の範囲で積分したものを実線で、D-T 核融合反応の断面積を破線で示す。これらからも、核弾性散乱は非熱的な衝突過程であり、その効果はアルファ粒子よりも陽子に対してより顕著に現れることが予測できる。

くどくなるが念を押すと、荷電粒子の弾性散乱に「Coulomb 散乱」と「核弾性散乱」という違った2つのものがあるわけではない。散乱は一つ、測られる断面積も一つである。微分散面積からわざわざ純 Coulomb 散乱の部分を差引いて‘核弾性散乱の微分散面積’なるものを導入した理由は、プラズマ中の荷電粒子のエネルギー損失に対する核力の寄与を見るためである。また、そうしておいた方が、プラズマへのエネルギー付与過程等を運動論の方程式に基づいてより詳細に解析する場合に役立つと予想されたからである。（前方に鋭いピークをもち、後方にも広く分布する散乱を一纏めにして取り扱うのは、殆ど不可能と思われる。）

2.2 核弾性散乱断面積の求め方

散乱や核反応などの素過程は量子論で記述される。本節では、散乱断面積が量子力学の基本方程式とどのように結びついているかを手短かに述べた後、核弾性散乱の微分散面積を求めるために Devaney&Stein がとった実際的な方法を紹介する。断面積の計算評価法に興味のない方は次節に進まれたい。

図2において、粒子が次々にやってきては散乱されて去っていく状況を想定すれば、散乱過程は定常問題として

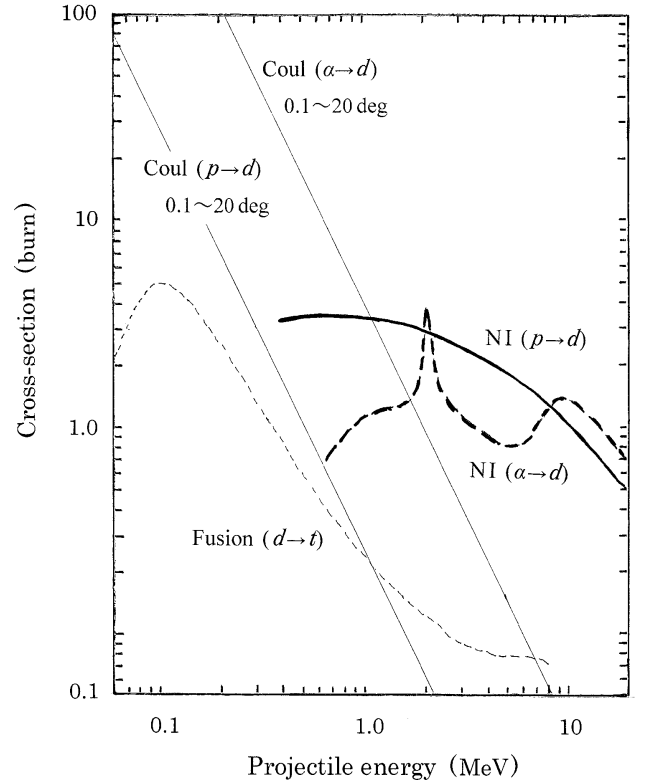


図5 核弾性散乱断面積の例（ $p \rightarrow d, \alpha \rightarrow d$ ）。比較のため、Coulomb 散乱（ $0.1^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ ）と D-T 核融合反応の断面積も示す。（1 barn = 10^{-24}cm^2 ）

取り扱える。ポテンシャルが粒子間の距離 r だけに依存する場合には、2粒子（それぞれの質量を m_1, m_2 とする）の運動は重心運動と相対運動に分離されるが、衝突の影響は相対運動のみに反映されるので、断面積計算の出発点は相対運動に対する次の Schrödinger 方程式である。

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) \right\} \phi(r) = E \phi(r), \quad \left(\mu \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \quad (6)$$

ここで $E = (1/2)\mu v^2$ （ $v = |v_1 - v_2|$ ）は相対運動のエネルギーであり、2粒子が重心に対して持つ運動エネルギーの和に等しい。このように、2粒子の衝突の問題は換算質量 μ をもつ1粒子のポテンシャル $V(r)$ による散乱の問題に書き直される。

散乱が観測されるのは粒子が十分離れた（ $r \rightarrow \infty$ ）後であるが、その $r \rightarrow \infty$ において、(6)式の解は z 方向に入射する平面波と原点から外向きに発散していく散乱球面波の重ね合わせになっているはずである（図6）。すなわち、

$$\phi(r) \rightarrow e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (r \rightarrow \infty) \quad (7)$$

ただし k は、 $k = p/\hbar$ で定義される波数ベクトルの大きさで、相対運動エネルギーとの関係は $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu$ である。第2項に係っている $f(\theta)$ は‘散乱振幅’と呼ばれ、散乱が必ずしも等方ではないこと、すなわち散乱球面波の振幅が散乱角 θ （重心系）によって色々変わる可能性を表している。この入射波および散乱球面波を使って入射フラックス j_{in} および散乱フラックス j_{sc} に対応する‘確率の流れ

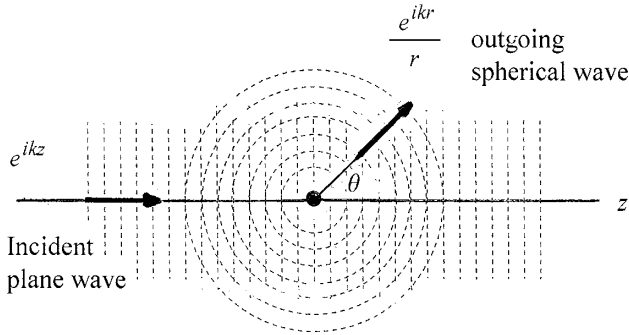


図6 入射平面波と外向きの散乱球面波. 図2に対応する. (6)の $r \rightarrow \infty$ の解は, 平面波と外向き球面波の重ね合わせになっている.

の密度' を計算してみると (j_{sc} は $kr \gg 1$ として計算),

$$j_{in} = \frac{\hbar k}{\mu}, \quad j_{sc} = \frac{\hbar k}{\mu} \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \quad (8)$$

これらを(1)と同様の定義式に代入すれば, 単位立体角あたりの微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (9)$$

となり, 微分断面積を求める問題は散乱振幅を計算する問題に帰着する.

散乱振幅 $f(\theta)$ の式は, 方程式(6)の解で(7)のように振舞うものをつくってみればわかる. ポテンシャルが $V(r) = Z_k Z_j e^2 / r$ で与えられる純 Coulomb 散乱の場合には, 次のように求められている[12,13]. (これを(9)に入れて計算すれば Rutherford の公式が得られる.)

$$f_C(\theta) = -\frac{\gamma}{2k} \operatorname{cosec}^2 \frac{\theta}{2} \exp \left[-i\gamma \ln \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right) + 2i\sigma_0 \right], \quad (10)$$

ただし $\gamma \equiv Z_k Z_j e^2 / \hbar v$ は Sommerfeld パラメータ, $\sigma_0 \equiv \arg \Gamma(1 + i\gamma)$ は軌道角運動量 0 (S 波) に対する Coulomb 位相差と呼ばれる量である.

Coulomb ポテンシャルに短距離の核力ポテンシャルが付け加わったとき, 散乱振幅が如何なる変更を受けるかを見るには, 波動関数を角運動量 $l\hbar$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) をもつ '部分波' に展開する方法が便利である. 以下しばらくは簡単のため, 異種粒子間の散乱衝突を想定する. まず, $f_C(\theta)$ は各 l 成分からの寄与の和として以下のように表される[8,12-15].

$$f_C(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \{ \exp(2i\sigma_l) - 1 \} P_l(\cos \theta) \quad (11)$$

ここで σ_l は Coulomb ポテンシャルによる '位相のずれ' (軌道角運動量 l に対する Coulomb 位相差) であり, 上式は Coulomb ポテンシャルの影響で外向き球面波の部分波ごとの位相が自由粒子の場合よりも σ_l だけずれることを表している.

核力ポテンシャルが付け加わった場合の散乱振幅は, 文献[8,13,14]等に与えられている. 結果を記すと

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [\exp \{ 2i(\sigma_l + \delta_l) \} - 1] P_l(\cos \theta) \quad (12)$$

これを(11)と比べると, 核力の追加により外向き球面波の位相がさらに δ_l の分だけずれるという形になっている. 量子数 l が十分大きい場合には, Coulomb 力 + 遠心力の斥力ポテンシャルにより粒子は核力の作用範囲から遠ざけられるので, (11) からの変更は無視できる. 実際, 入射エネルギーが高々 10 数 MeV の場合には, 核力の影響を受けるのは $l = 0$ の S 波だけなので純 Coulomb 散乱との差は δ_0 だけに含まれる. このようなことから, 散乱に対する核力の寄与を見るには, 散乱振幅を純 Coulomb 散乱項と付加項の和の形に書くのが便利である.

$$f(\theta) = f_C(\theta) + f_N(\theta) \quad (13)$$

第 2 項 $f_N(\theta)$ は '核散乱振幅' と呼ばれる. これは(12)から(11)を差引けば直ぐに得られ, 以下のようになる.

$$f_N(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \exp(2i\sigma_l) \times \{ \exp(2i\delta_l) - 1 \} P_l(\cos \theta) \quad (14)$$

この $f_N(\theta)$ は式中に σ_l (Coulomb ポテンシャルによる位相のずれ) が含まれることからわかるように, 核力ポテンシャルだけが存在する場合の散乱振幅とは全く異なるものである.

上に示したように, $f = f_C + f_N$ であるから, 単位立体角あたりの微分断面積 ($=|f|^2$) は 3 つの部分から成る. (*は複素共役を表す.)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_C + f_N|^2 = |f_C(\theta)|^2 + 2\operatorname{Re}(f_C^* f_N) + |f_N(\theta)|^2 \quad (15)$$

第 1 項は純 Coulomb 散乱の微分断面積 $d\sigma/d\Omega_C$ で, 第 3 項は「核力のみ」の寄与, 第 2 項は Coulomb 力と核力の干渉で生じた項である. (第 2 項) + (第 3 項) が Devaney & Stein や Perkins & Cullen が評価した核弾性散乱の微分断面積 $d\sigma/d\Omega_{NI}$ である. 添え字の NI は 'Nuclear plus Interference' の省略形で, 干渉項が含まれることを表示している. 微分断面積の成分に純 Coulomb 散乱の微分断面積が現れるので, 全体からそれを差引いた残りを核力による寄与, つまり核弾性散乱の微分断面積としたことは正当である.

ここで同種粒子の散乱について簡単に触れる. まず, 実験的には散乱された粒子と反跳された粒子の区別ができない. つまり, 図 7 の (a) と (b) は区別がつかない. 加えて, 粒子のスピンの関係してくる. 例えば Fermi 粒子 (スピンの大きさが半整数で Pauli の排他律に従う) の場合, 系の波動関数は位置およびスピン座標に関する粒子の入換えに対して反対称でなければならない. これらにより, 基本式 $d\sigma/d\Omega = |f(\theta)|^2$ がどう変わるか見てみよう. 具体的に示すため, スピン 1/2 の陽子 (トリトンでもよい) に限定する. (詳しくは文献[16]を参照)

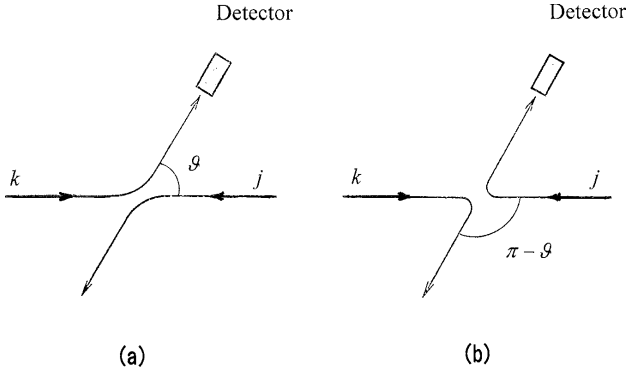


図7 同種粒子の散乱過程. 実験では散乱粒子と反跳粒子を区別できない. 過程(a)と(b)は区別がつかない.

p - p 系の全スピン S のとり得る値は0と1である. このうち $S=1$ の状態は3通りあり, これらの状態 (triplet spin state) では波動関数のスピン部分は粒子の入換えに対して対称であることが示される. そうすると, (波動関数は空間部分とスピン部分の積なので) 空間部分が反対称ということになる. 一方, $S=0$ の状態は1通り (singlet spin state) あり, 粒子の入換えに対してはスピン部分が反対称になるので, 空間部分是对称になる. これらのことから, 先に仮定した Schrödinger 方程式の解の漸近形(7)が以下の形に置き換えられる.

$$\psi(r) \rightarrow (e^{ikz} \pm e^{-ikz}) + [f(\theta) \pm f(\pi - \theta)] \frac{e^{ikr}}{r} \quad (r \rightarrow \infty) \quad (16)$$

2箇所に出てくる複号のプラスは空間部分対称な一重状態 ($S=0$), マイナスは反対称の三重状態 ($S=1$) に対応する. これに応じて微分断面積と散乱振幅の関係も変更される. 入射粒子と標的粒子のスピンを揃えたりしない通常の場合は, 一重状態には $1/4$, 三重状態には $3/4$ の統計的な重みがかかるので, 以下ようになる.

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{4} \left| f(\theta) + f(\pi - \theta) \right|_{\text{singlet}}^2 + \frac{3}{4} \left| f(\theta) - f(\pi - \theta) \right|_{\text{triplet}}^2 \\ &= |f(\theta)|^2 + \text{Re} f(\theta)^* f(\pi - \theta) + |f(\pi - \theta)|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

この式に例えば(10)の $f_C(\theta)$ を代入して計算すれば, スピン $1/2$ の同種粒子の Coulomb 散乱に対する微分断面積-Mott の公式[12]の一例が得られる.

散乱の全断面積については, 微分断面積をそのまま全範囲で積分すると同じ状態を2度数えたことになるので, 2で割った次式で定義される.

$$\sigma_S = \frac{1}{2} \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \pi \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta \quad (18)$$

以上をまとめると, Coulomb ポテンシャルと核力ポテンシャルが共存する場合の弾性散乱の微分断面積は, 1) 異種粒子の場合は(10)と(14)を(15)に代入して, 2) 同種粒子に対しては(10)と(14)の和を(17)に代入して (ただしスピン $1/2$ の粒子の場合) 計算するということになるが, し

かし, これで終わったわけではない. (10), (14)は散乱振幅を位相のずれで表す一般式であって, 問題が位相のずれを求めることに変わっただけである. この路線で先に進むためには, ポテンシャルの形状, 深さや幅, 等々をはじめとする様々な情報とその分析が必要であり, 大変な労力を要する作業になる.

これを避けるべく Devaney&Stein がとった実際的な方法を以下に示す. ここでも簡単の為, 異種粒子の散乱に限定する.

散乱振幅 f の散乱角余弦 $z \equiv \cos \theta$ に対する依存性を求める. まず, 純 Coulomb 散乱の振幅を書き変えると

$$f_C(z) = -\frac{\gamma}{k(1-z)} \exp \left[-i\gamma \ln \left(\frac{1-z}{2} \right) + 2i\sigma_0 \right], \quad (19)$$

指数部の z -依存性は弱い (しかも $|f_C|^2$ は全く指数部に依らない) ので $f_C \propto (1-z)^{-1}$ は妥当な近似である. 一方, 核散乱振幅 f_N に対しては $\sum a_l P_l(z)$ の形であることから冪級数を採用すれば, 全体は以下のように近似できる.

$$f(z) = \frac{b-1}{1-z} + (b_0 + b_1 z + \dots + b_L z^L) \quad (20)$$

この式の二乗 $|f|^2 = f^* f$ を計算する. Coulomb 力と核力の干渉は z が小さい領域でのみ重要になるというすでにわかっている事実を考慮すれば, 展開式中の干渉項に現れる高次項 (z に関して1次以上の項) はすべて落とせる. そうすると, 微分断面積の角度依存性は以下ようになる. 第1項が純 Coulomb 項, 第2項は干渉項, 第3項以下が核力項である. (厳密にいうと, この核力項にも干渉の影響が幾分か含まれる.)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|b-1|^2}{(1-z)^2} + \frac{d-1}{1-z} + d_0 + d_1 z + \dots + d_{2L} z^{2L} \quad (21)$$

Devaney&Stein は, 同種粒子散乱の場合も含め, 最小二乗法を用いて微分断面積の角度依存性の式を測定データに合わせることににより, まず弾性散乱の微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ を評価し, それから純 Coulomb 散乱の部分 $d\sigma/d\Omega_C$ (計算値) を差し引いたものを核弾性散乱の微分断面積 $d\sigma/d\Omega_N$ とした. Perkins&Cullen がとった方法もまったく同じである. 展開式の次数は粒子の組合せのほかエネルギーによる. 例えば $E_p \sim 10$ MeV の時の p - d 散乱では $L=4$, したがって z^8 の項までとられている.

2.3 炉心プラズマ特性等への影響—解析方法の観点から

微分断面積の角度依存性の式(21)やグラフ(図3等)からもわかるように, 核弾性散乱は散乱角 θ が広く分布するので, 1回あたりのエネルギー移行量 ((4)の ΔE_k) が大きい. 最前方 ($z \equiv \cos \theta \simeq 1$) に強く分布して1回の散乱では殆どエネルギー移行のない Coulomb 散乱とは対照的である.

Coulomb 散乱に核弾性散乱を加えたことによってまた

らされる炉心プラズマ特性への主な影響は、1) 直截的な効果としてのイオン加熱の促進、2) イオン分布関数の形が変わることによる反応率係数の増減や放出粒子スペクトルの広がり、等である。これらの具体的な内容については第3章以下で詳しく説明が為されるので、ここでは主に解析方法の観点から若干の補足をする。

まず1)の効果に関し、Devaney&Stein の平均エネルギー損失率のデータをそのまま使った例は筆者等の論文[17]である(磁場閉じ込めのD-D炉を想定)。これは、核弾性散乱を炉心プラズマの内部加熱と結びつけた最初の報告であったが、核反応生成粒子の減速を連続的な過程として取り扱っており、散乱あたりのエネルギー移行の大きい不連続な過程である核弾性散乱の特質を十分に捉えたものではなかった。

この特質を取り入れるためには分布関数レベルの解析モデルが必要であり、プラズマの衝突過程の取扱いでよく知られたFokker-Planck方程式にBoltzmann衝突項(積分形、核弾性散乱を記述)を付け加えたBoltzmann-Fokker-Planckモデルが提出された[18-22]。核反応生成粒子からプラズマイオンおよび電子へ分配されるエネルギーの割合は、連続減速モデルで計算した場合と殆ど変わらないが、核反応生成粒子の分布関数が核弾性散乱を入れて求められたことに意義がある。このモデルを用いて、文献[20]ではミラー磁場からの高エネルギー粒子の逸脱が計算された。文献[22]は球対称1次元で空間変数を含む(速度空間は2次元)。その後、媒質の時間的変動が激しい場合にも対応できる形に拡張され[23]、中心点火方式を想定した慣性核融合プラズマ中での核反応生成粒子の輸送計算に使用された。

イオン加熱の促進はD-³He炉で顕著に現れる。例えば球形トカマクのD-³He炉を想定したシミュレーションによると、核弾性散乱を考慮しなければ、炉心プラズマを立ち上げて点火領域までもっていくことは困難のようである[24](第4章参照)。また、慣性閉じ込めのD-³He燃料ベレット(D-T点火剤付き)においても、十分な燃焼を達成する上でD-T中性子による加熱と14.7 MeV陽子の核弾性散乱が重要な役割を果たすことがシミュレーションで明らかにされている(第5章参照)。

Boltzmann-Fokker-Planckモデルは、Fokker-Planck衝突項とBoltzmann衝突項とを併せもつ運動論的な解析モデルである。2つの衝突項の和としてよい根拠は、散乱振幅から純Coulomb散乱の部分を抜き出して全体を「Coulomb散乱」+「核散乱」の形に書くことができ、その結果、微分断面積は純Coulomb散乱の部分と核力が関係する部分の和に分離できるという、量子力学を使って得られる事実にある。

実はBoltzmann-Fokker-Planck方程式という表現は文献[18-22]以前、1981年にはLigouによって使われていた[25]。ただし、彼がBoltzmann衝突項を取り入れたのは大角度のCoulomb散乱(微分断面積は角度とともに急減するが0ではない)を組み込むことで、核弾性散乱は考慮されていない。

2)のイオン分布関数に影響が現れる原因は、核弾性散乱が大角度散乱で1回あたりのエネルギー移行が大きいということにある。自己点火炉心の場合、核反応で発生した高エネルギー粒子の核弾性散乱によって燃料イオンが反跳を受ける(このため「ノックオン衝突」とも呼ばれる)ことにより、分布関数の高エネルギーテール部にMaxwell分布からずれた成分(「ノックオン・イオン」)が形成される。その結果、反応率係数 $\langle\sigma v\rangle$ の値がMaxwell分布を仮定した場合とは違ってくるのが予想され、場合によっては「増倍」(reactivity enhancement)が期待される。また、核融合反応で放出される粒子のスペクトルがGauss分布(Maxwell分布の場合に得られる)よりもさらに広がったものになる。ただしこの場合は、熱平衡にきわめて近い状態がある程度維持されることが前提にあるので、慣性核融合プラズマは考えない。

これらのうち反応率係数の変化は、D-³Heなど先進燃料炉の核反応特性向上の面から興味もたれ、解析が為された[26-28]。プラズマの諸量は磁場反転配位によるD-³He炉概念[29]を参照して設定された。結果は第3章で詳しく示されるが、「増倍」といえるほどのものは得られない。反応にもよるが、増えても高々20%留まりである。

放出粒子スペクトルの広がりには主に中性子計測によるD-T核燃焼プラズマ診断の観点から近年関心を集めている[30-33](第3章参照)。この場合、ノックオン・イオンはアルファ粒子の核弾性散乱で生成され、その量は全イオンの0.1%程度で、反応率係数の増加は1%を超えない。

例外的に反応率係数の著しい増倍が起こるのは、 γ 線計測に基づくノックオン・イオン診断のために提案された核反応の場合である[34]。そこでは少量添加した⁶Liと燃料イオンの反応でガンマ線を生成するが、これらの反応にノックオン・イオンの効果が現れる。特に入射エネルギーに閾値をもつT+⁶Li反応においてその効果は絶大で、Maxwell分布を仮定した場合からの増倍は、イオン温度20 keV(30 keV)のとき約6000(200)倍に達する[35]。エネルギー生成のための反応ではないので炉心性能の向上には繋がらないが、ノックオン・イオンを考慮しなければ反応率が正しく評価されない一例である。

ノックオン・イオンの生成を精確に計算するためには、核反応生成粒子とプラズマイオンの双方に対して運動論的方程式を立て、連立方程式の解としてイオン分布関数を求めなければならない。このような認識に立つ、矛盾のない一貫した解析法の原型はChu等の論文[36]にみられるが、論文は核弾性散乱を考慮したものではなかった。文献[25-27]で提示され、文献[35]でも用いられたBoltzmann-Fokker-Planckモデルは、上の認識のもとに核弾性散乱を取り入れたものである。モデル方程式は発生項、散乱衝突項、消失項のほか、熱伝導に伴う出入項(速度空間での粒子の出入り)を含む。このモデルは数値解法等の面で大幅に改良されて現在に至っている[33]。

繰り返しになるが、荷電粒子の弾性散乱に「Coulomb散乱」と「核弾性散乱」という違った2つのものがあるわけではない。散乱は一つ、測られる断面積も一つであって、

散乱衝突は Coulomb ポテンシャルと核力ポテンシャルが共存する状況下で起こり、入射エネルギーが十分大きい ($\geq \text{MeV}$) 場合に核力の影響が現れる。このとき、前方への散乱は Coulomb 力に支配され、散乱角の大きな散乱は核力による。一つの微分断面積をわざわざ2つ、Coulomb 力のみの部分と核力の部分に分けた理由は、そうした方が衝突過程を運動論的に記述するのが容易になるからである。こうすると、純Coulomb散乱に対するFokker-Planck衝突項、すなわち Landau や Rosenbluth 以来の成果を利用することができる。また Boltzmann 衝突項の取り扱いには原子炉物理の分野でよく知られた手法が適用できる。

2.4 おわりに

炉心プラズマにおける核弾性散乱効果の検討を思い付いたのは、博士課程の頃、McNally のレポートを通して Devaney & Stein を知ってからであった。学位論文のテーマとは別に、中島秀紀氏（現九州大学名誉教授）と一緒に取り組んだ。McNally レポートは『核融合研究』の新着文献で中島氏が見つけて取り寄せていた。2.2節は、その後の研究を展開する際、使おうとしている断面積データがどのようなものか安心して使えるものか確認するため、色々と検討した時のノートが基になっている。

「核弾性散乱」と聞いて、「何かワカラン変なことを言っている」という印象をもたれた方が多かったのではないかと今更ながら思われ、これまで十分な説明をしてこなかった責任を感じていた。現役の人達に混じって本小特集の執筆を引き受けた所以である。核弾性散乱とその効果を記述する Boltzmann-Fokker-Planck モデル、いずれも素性確かなものであることがわかっていただければ幸甚である。

謝 辞

核弾性散乱効果の研究に関し、九州大学名誉教授・大田正男先生、核融合科学研究所名誉教授・百田弘先生を始めとする先生方、先輩方にご指導をいただきました。Lawrence Livermore 国立研究所の S.T. Perkins 博士には断面積の評価データを快く提供していただきました。計算を進めることができたのは研究室メンバーの協力のおかげです。九州大学大学院総合理工学府の渡辺幸信教授には原稿中の間違いを正していただいただけでなく、核物理・核データの専門家の立場から、衝突過程の運動論的記述等について貴重なご意見を賜りました。ここに記して感謝申し上げる次第です。

参考文献

- [1] H.A. Bethe and P. Morrison, *Elementary Nuclear Theory*, 2nd ed. (Dover Pub., 1956).
- [2] 野中 到：核物理学（改訂版）（培風館，1967）。
- [3] 八木浩輔：原子核物理学（朝倉書店，1971）。
- [4] G. Breit *et al.*, Phys. Rev. **55**, 1018 (1939).
- [5] M. Ivanovich *et al.*, Nucl. Phys. A **110**, 441 (1968).
- [6] D.C. Kocher and T.B. Clegg, Nucl. Phys. A **132**, 455 (1969).
- [7] M. Bruno *et al.*, IL Nuovo Cimento **68A**, 35 (1982).
- [8] J.D. Jackson and J.M. Blatt, Rev. Mod. Phys. **22**, 77 (1950).
- [9] J.J. Devaney and M.L. Stein, Nucl. Sci. Eng. **46**, 323 (1971).
- [10] S.T. Perkins and D.E. Cullen, Nucl. Sci. Eng. **77**, 20 (1981).
- [11] S.T. Perkins and D.E. Cullen, Experimental and evaluated nuclear plus interference cross-sections for light charged particles, UCRL-50400, Vol. 15, Pt. F (1980).
- [12] N.F. Mott and H.S.W. Massey, *Theory of Atomic Collisions* (Oxford University Press, New York, 1933), Chap. 2.
- [13] A. Messiah, *Quantum Mechanics*, Vol. 1 (John Wiley and Sons, New York, 1958), Chaps. 10, 11.
- [14] 小谷正雄・梅沢博臣 編：大学演習 量子力学（裳華房，1959）第8章。
- [15] 例えば 猪木慶治・河合 光：量子力学Ⅱ（講談社，1994）第12章。
- [16] 加藤正昭：量子力学（産業図書，1981）第10章。
- [17] Y. Nakao *et al.*, Nucl. Fusion **21**, 973 (1981).
- [18] J. Galambos *et al.*, Nucl. Fusion **24**, 739 (1984).
- [19] G. Kamelander, Nucl. Sci. Eng. **86**, 355 (1984).
- [20] F.D. Kantrowitz, R.W. Conn, Nucl. Fusion **24**, 1335 (1984).
- [21] Y. Nakao *et al.*, Nucl. Fusion **28**, 1029 (1988).
- [22] Y. Nakao *et al.*, Nucl. Fusion **30**, 143 (1990).
- [23] Y. Nakao *et al.*, J. Nucl. Sci. Technol. **30**, 18 (1993).
- [24] O. Mitarai *et al.*, J. Fusion Eng. Des. **81**, 2719 (2006).
- [25] J. Ligou, in *Advances in Mathematical Methods for the Solution of Nuclear Engineering Problems* (Proc. Int. Top. Mtg., Munich, 1981), Vol. 2, (Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1981) 385.
- [26] 松浦秀明 他：プラズマ・核融合学会誌 **70**, 385 (1994).
- [27] Y. Nakao *et al.*, Fusion Technol. **27**, 555 (1995).
- [28] 中尾安幸：プラズマ・核融合学会誌 **71**, 475 (1995).
- [29] H. Momota *et al.*, Fusion Technol. **21**, 2307 (1992).
- [30] L. Ballabio *et al.*, Phys. Rev. E **55**, 3358 (1997).
- [31] J. Källane *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1246 (2000).
- [32] F. S. Zaitsev *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 1747 (2007).
- [33] H. Matsuura *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **53**, 035023 (2011).
- [34] M. Nakamura *et al.*, Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. A **580**, 1502 (2007).
- [35] M. Nakamura *et al.*, Phys. Lett. A **359**, 663 (2006).
- [36] Y. Chu *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **27**, 847 (1985).