



解説

高ベータ自己組織化プラズマにおける理論・シミュレーション研究の進展

高橋俊樹, 神吉隆司¹⁾, 水口直紀²⁾

群馬大学大学院工学研究科, ¹⁾海上保安大学校, ²⁾核融合科学研究所

(原稿受付: 2012年6月22日)

逆磁場ピンチ, 磁場反転配位, スフェロマックなどの高ベータ自己組織化プラズマを対象とした理論・シミュレーション研究の進展について解説する. 最初に, Taylor 緩和理論から 2 流体緩和理論への進展の背景を振り返りながら, 2 流体緩和理論の適用例を紹介する. 次に, 高ベータ磁場反転配位の輸送理論の現状を示す. 最後に, 高ベータ自己組織化プラズマを対象とした高性能計算について, 最近の解析例や研究成果を紹介する.

Keywords:

High-beta, theory and simulation, self-organization, two-fluid relaxation, kinetic effect, transport, high-performance computing

1. はじめに

電気料金の値上げは生活に密接に関わっており, 誰にとっても大きな関心事である. さて, 核融合発電が様々な課題を乗り越え, 電気エネルギーを定常的に作り出すことに成功できたとしても, 社会が受容するには火力, 水力, 太陽光など他の発電方式と比べて, 安価に電力を供給する必要がある.

所定の外部磁気圧のもと, 高圧のプラズマを閉じ込めることができれば, 核融合出力密度を高めることができる. つまり, 炉心プラズマとして高いベータ値を有するプラズマは, コンパクトな炉設計を可能にし, 核融合発電の経済的競争力を高めることができる. しかし, 高ベータプラズマは, 当然のことながらプラズマ電流の割合が大きくなり, MHD 現象が顕著に表れるようになる. いくつかの高ベータプラズマは, その生成過程における MHD 現象を経由し, アルヴェン時間よりも長時間安定な状態に緩和する. この自己組織化したプラズマが, 本解説の対象となる「高ベータ自己組織化プラズマ」である. 逆磁場ピンチ (RFP), 磁場反転配位 (FRC), スフェロマックなどがこれに該当する.

最近の本学会誌では, 二つの小特集「極限の高ベータプラズマ閉じ込め: FRC 研究の新展開 (第84巻8月号) [1] および「ITER 時代における大学の革新的閉じ込め概念研究のあり方 (第84巻11月号) [2]」において, 高ベータ自己組織化プラズマについて紹介がなされた. 興味を持った会員各位はこれらの記事から, 最近の実験結果ならびに将来に向けた研究の方向性などの情報を得ることができたと考える. 小特集では, 高ベータ自己組織化プラズマに関する理論・シミュレーション研究についても触れられている. しか

し, 一部に紹介されていない課題や話題も残されている.

その一つが, 近年発展を遂げた 2 流体緩和理論である. 高ベータプラズマは, その高いベータ値からプラズマ周辺領域において比較的急峻な圧力勾配を有する. そのような領域では, スケールがイオンの表皮長程度となり, イオンの慣性効果が無視できなくなる. また, プラズマ中の流れでは $E \times B$ ドリフトでなく, イオンの反磁性ドリフトが支配的となり, 1 流体 MHD 近似が破綻し, 2 流体効果が顕著になる. つまり, 高ベータプラズマの緩和を議論するためには, 従来の MHD 緩和理論から 2 流体効果を組み込んだ理論の枠組みへと修正が必要になる.

次に, 高ベータ自己組織化プラズマの輸送理論についても触れられていない. この理由は簡単で, 輸送理論を真面目に議論できる状況に至っていなかったからである. このように言い放つと, 同業者から多くの批判が飛んできそうである. もちろん実験からは, 各種閉じ込め時間のスケーリング則が得られている. しかし, 最終結果 (スケーリング則) がわかったからといって, 原因となる過程を直ちに理解できるわけではない.

高ベータ自己組織化プラズマの高性能計算についても, 改めて解説が必要であると考え. それは, このプラズマが様々な MHD 現象や強い非線形性および 2 流体または運動論的效果を示すなど, シミュレーション研究の旨みが凝縮された対象であるからである. ITER BA 国際核融合エネルギー研究センターの「Helios」運用も開始しており, その活用から新たな展開も期待できるため, ちょうど適当なタイミングでの記事となった.

2. Taylor 緩和理論から 2 流体緩和理論へ

本節では Taylor 緩和理論を振り返りながら 2 流体緩和理論への発展と、それらの高ベータ自己組織化プラズマへの適用の近年の進展について概観したい。プラズマは小さな抵抗と粘性を有する導電性流体と考えられている。プラズマが乱流的運動を伴うとき、磁場とプラズマの相互作用によってプラズマは複雑な振る舞いをする。しかしながら、小さな散逸を有する乱流によって、プラズマは抵抗性拡散時間に比べて速やかにプラズマ固有の最小エネルギー状態になることが可能である。この過程は磁気リコネクションを伴うプラズマの磁気緩和として知られ、磁場構造の自己組織化の顕著な例となっている[3]。したがって、乱流からのプラズマの自律的な構造形成を実験的だけでなく理論的に解明する研究が古くから行われてきた。

磁化プラズマの緩和理論は今から約50年前の宇宙空間の磁場に関する研究に端を発する。Chandrasekhar と Woltjer は変分原理により一様な抵抗率 η の下での磁気エネルギーのジュール損失による最小散逸状態、 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{B} = \lambda_C^2 \mathbf{B}$ を計算し、低密度プラズマが存在する宇宙空間の磁場が force-free 状態、 $\nabla \times \mathbf{B} = \lambda_C \mathbf{B}$ (ここで、 $\lambda_C \equiv \Lambda_C \sqrt{\mu_0 / (2\eta)}$) で、 Λ_C はラグランジュの未定乗数を表す)であることを理論的に説明した[4]。この磁場はアンペールの法則を用いると $\mu_0 \mathbf{J} = \lambda_C \mathbf{B}$ で表され、ローレンツ力 $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ の force-free 状態であることを簡単に示すことができる。この宇宙磁場の force-free 状態はプラズマの自己組織化した緩和状態であり、Prigogine が考えた一種の散逸構造とみることもできるであろう[5]。しかし、この force-free 状態の解の集合は、最小散逸磁場構造の解の部分集合になっていることや、この変分計算は境界を流れる表面電流をゼロとする条件を必要とした。そこで、その問題を解決するため、Woltjer は直接、force-free 状態を導出する別の変分原理を提案した[6]。彼はわずかに散逸のあるプラズマでは磁力線の捩れを表すトポロジカルな量である磁気ヘリシティは磁気エネルギーよりも十分ゆっくり減衰する(選択的減衰)という仮説を立て、磁気ヘリシティが保存する拘束条件の下で磁気エネルギーを最小にする変分原理から直接、force-free 状態、 $\nabla \times \mathbf{B} = \lambda_W \mathbf{B}$ ($\lambda_W \equiv 2\mu_0 \Lambda_W$ で、 Λ_W はラグランジュの未定乗数を表す)を導出した。

1974年に Taylor がゼータ装置で自律的に生成される RFP 配位を説明するために、無限小の磁束管の概念を取り入れることによって、Woltjer の仮説を拡張した磁気緩和理論を構築した[7]。彼は Woltjer と同様の変分原理により乱流的磁気リコネクションでも全磁気ヘリシティが保存するという拘束条件から、閉じた系での磁場配位は境界条件を満足する最小磁気エネルギー状態として force-free 配位、 $\nabla \times \mathbf{B} = \lambda_T \mathbf{B}$ (ここで、 $\lambda_T \equiv 2\mu_0 \Lambda_T$ で、 Λ_T はラグランジュの未定乗数を表す)に緩和することを示し、磁場配位の自己組織化という概念を提唱した。この磁場配位は Taylor 状態、あるいは Woltjer-Taylor 状態と呼ばれ、注目すべきことは $\lambda_T = \mu_0 \mathbf{j} \cdot \mathbf{B} / B^2$ で表されることから、 λ_T は磁場に平行な電流密度であり、空間的に一様になっているということである。彼はこの緩和理論を当時、プラズマの外側領

域で自発的にトロイダル磁場が反転することが謎であった RFP 配位に適用した。円柱モデルで近似した Taylor 状態の平衡解のトロイダルおよびポロイダル磁場はベッセル関数を用いて、それぞれ $B_z = B_0 J_0(\lambda_T r)$, $B_\theta = B_0 J_1(\lambda_T r)$ で表され、 J_0 の最初の根の 2.4 を $\lambda_T r$ が超えると、トロイダル磁場が負になり、プラズマの外側領域でのトロイダル磁場の反転を伴う磁場分布をうまく説明することができた。Taylor の緩和理論は RFP だけでなく、スフェロマック[8]のような乱流実験室プラズマや太陽のコロナループ[9]のような天体プラズマの全体的な磁場構造の説明にも成功した。しかし、プラズマの閉じ込めの観点から Taylor 状態を考えると、ローレンツ力が働かないため、磁場がプラズマの圧力を支えることができない、つまりベータ値がゼロとなることや、空間的に一様な λ_T の特性から、プラズマ表面上あるいは閉じ込め容器壁上で、プラズマ電流がゼロにならないため、実験プラズマの状況を十分正確に表現することができない問題が存在した。このような問題を解決するために、Taylor の理論を修正する研究[10]や Taylor の理論とは別のエネルギー最小散逸理論[11]を構築する研究も行われてきた。また、 λ_T が空間分布を持つ部分緩和モデルを導入することによって、RFP やスフェロマックの実験で観測される平衡がうまく説明されてきた[12, 13]。

近年になって Taylor 状態から離れた配位に緩和していく実験結果や MHD シミュレーション結果が報告されるようになった。実際のところ RFP やスフェロマックのベータ値は 10% 程度であることやプラズマ中に流れが観測されるようになり、実験の磁場配位は、ベータ値がゼロで流れがない Taylor 状態とは大きく異なることがわかってきた。また、小野らは互いに異極性の磁気ヘリシティを有する 2 つのスフェロマックを合体させ、高ベータ(圧力勾配)と流れを持つ FRC を生成することに成功した[14]。この実験で注目すべきことは、合体前後で全磁気ヘリシティはほぼ保存しているが、2 つのほぼ Taylor 状態の合体から Taylor 状態とはまったく異なる緩和状態が形成されていることである。また、彼らはスフェロマックの 3 次元 MHD シミュレーションによって、非一様な抵抗分布では磁場配位が Taylor 状態から離れた状態に緩和していくことを示した[15]。これらの実験結果とシミュレーション結果は、Taylor 状態や FRC 配位を導き出せるようなもっと一般的な自己組織化の緩和理論の必要性を意味している。

RFP, スフェロマック, FRC をはじめとする高ベータ自己組織化プラズマの緩和状態を説明するために、Steinhauer と石田は Taylor の緩和理論を拡張し、より一般化された 2 流体緩和理論を構築した[16]。彼らは磁気流体エネルギー

$$W_{mf} = \int_V \left(\sum_a \frac{1}{2} m_a n_a u_a^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) dv \quad (1)$$

を各流体の一般化ヘリシティ

$$K_a = \frac{1}{2\mu_0 e^2} \int_V \mathbf{P}_a \cdot \nabla \times \mathbf{P}_a dv \quad (2)$$

が保存する拘束条件の下で最小化する変分原理

$$\delta W_{mf} - \lambda_i \delta K_i - \lambda_e \delta K_e = 0 \quad (3)$$

を用いてオイラー方程式

$$n_\alpha \mathbf{u}_\alpha = \lambda_\alpha \frac{1}{\mu_0 e^2} \nabla \times \mathbf{P}_\alpha \quad (4)$$

を求めた。ここで、 α は流体の種類、電子流体あるいはイオン流体を表す。また、 m_α , n_α , \mathbf{u}_α , \mathbf{P}_α , λ_α はそれぞれ質量、数密度、流速、一般化運動量、ラグランジュの未定乗数を表す。一般化運動量はベクトルポテンシャル \mathbf{A} を用いて、 $\mathbf{P}_\alpha = m_\alpha \mathbf{u}_\alpha + q_\alpha \mathbf{A}$ (ここで、 q_α は電荷を表す) で表される。したがって、電子の質量を無視したとき、電子の一般化ヘリシティは磁気ヘリシティと形式的に一致する。このような変分原理が成立するためには、次の3つの条件が必要である。(1)逆カスケード：緩和の方向がより大きなスケールに向かう。(2)選択的減衰：一般化ヘリシティが磁気流体エネルギーよりもゆっくり散逸する。(3)抵抗性モードの安定性：一般化ヘリシティが抵抗性モードに対して安定である。すなわち、トポロジーの変化の時間スケールがヘリシティの変化のそれよりも短い。これらの条件すべてが乱流プラズマにおいても成立する理論的な根拠[17]はあるが、粘性が一般化ヘリシティの保存を脅かす可能性もある[18]。一般化ヘリシティの保存に関しては Taylor の緩和理論と同様に実験による検証と、さらなる議論が必要である。定常状態の散逸のない2流体運動方程式から一般化されたベルヌーイの式

$$\nabla p_\alpha + \nabla \cdot \left(\frac{1}{2} m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha^2 \right) + n_\alpha q_\alpha \phi_E = n_\alpha \mathbf{u}_\alpha \times (\nabla \times \mathbf{P}_\alpha) \quad (5)$$

が導出される。ここで、 p_α , ϕ_E はそれぞれプラズマの圧力と静電ポテンシャルである。オイラー方程式(4)は一般化渦度 $\nabla \times \mathbf{P}_\alpha$ と流れ \mathbf{u}_α が平行であることを表しており、式(5)の右辺をゼロにする。この緩和状態は Taylor 状態を一般化したものであり、ダブル・ベルトラミ状態[19]と呼ばれている。式(5)はプラズマ流、磁場、電場が相互作用することによって、有限圧力のプラズマを閉じ込めることができることを示している。イオンの流れがなく、電子の流れが電流を作る場合を考えると、式(4)は Taylor 状態に簡約化できる。また、このような2流体緩和理論を FRC [20]、球状トラス [21, 22]、RFP [23] の平衡に適用し、実験と比較する研究も報告されている。

最後に注目すべき最近の緩和理論と実験の取り組みを紹介したい。近藤はヘリシティが運動量やエネルギーのような絶対的な物理量でないため、ヘリシティを拘束条件とする緩和理論は散逸を伴う緩和状態を表現できず、自己組織化した緩和状態に至る過程は、運動量やエネルギー保存則を用いたエネルギー最小散逸理論によって説明できると指摘している[24]。彼はこの考え方に基づいて、動的に進展する自己組織化安定状態を探す一般化された自己組織化理論を考案し、RFP の動的に安定な自己相似進展する高ベータ自己組織化状態を求め、その合理性を示している。また、実験による新しい試みとして、比村は正負の非中性プラズ

マを用いて、2流体プラズマを作り、それらを合体させることによって、2流体プラズマが拡張 MHD 状態に緩和するのか、実験的な検証を行っている[25]。

3. 高ベータ FRC プラズマの輸送理論

FRC プラズマ[26, 27]は磁気中性点を有し、局所ベータ値はこの点で無限大となる。外部磁気圧を基準としたポロイダルベータの体積平均値も 0.7 程度となり、FRC は現存の磁気閉じ込めプラズマで最も高いベータ値を有する。FRC 研究の最近の進展については、本会誌の小特集 [1] を参照されたい。ここでは、その小特集では取り上げられなかった FRC 輸送理論について概説したい。

逆磁場テータピンチ法[28, 29]や合体生成法[30]による FRC 生成過程には、非常に激しい自己組織化現象が介在する。また生成後も、プラズマが揺らめくように動く Wobble 運動(トロイダルモード $n = 1$ のシフト) [31]、回転不安定性によるトロイダル断面形状楕円変形の成長[32] などを経て、数 10 μ 秒から数 100 μ 秒の間に配位が崩壊する。このため、実験的に観測されるのは速い現象であり、電気抵抗による磁束損失や拡散による粒子損失などのゆっくりとした輸送現象について、主たるメカニズムを決定することは難しい。このような背景であるから、そもそも経験に基づくスケージング則[33]と理論予測とを比較し、その一致度を議論することの意義さえ疑わしい。しかしながら、高ベータ自己組織化プラズマの輸送理論の歴史と現状を振り返り、中長期的な研究の方向性を探ることは意味のあることだと考える。例えば、将来、分布や形状制御によってプラズマの高ベータ化が進む反面、ドリフト不安定性のような乱流輸送が閉じ込めに悪影響を及ぼすようなことになれば、これまでに得られている高ベータプラズマの輸送理論が活かされることになるかもしれない。

FRC のセパトトリクス内部の輸送現象に注目する前に、セパトトリクス外部を含めた粒子損失過程とその理論研究について概観したい。

FRC は回転不安定性による楕円変形の成長が起こるまで、軸対称なプラズマとして仮定できる。つまり円筒座標系 (r, θ, z) を用いると、 θ には依存しない。このとき、正準角運動量 $P_\theta \equiv m v_\theta r + q\psi$ は運動の恒量となる。ここで ψ は磁束関数である。同様に、定常つまり時間対称性を有する系では、ハミルトニアン $H \equiv (P_r^2 + P_z^2)/(2m) + (P_\theta - q\psi)^2/(2mr^2) + q\phi_E$ も運動の恒量である。明らかに、

$$H \geq (P_\theta - q\psi(r, z))^2/(2mr^2) + q\phi_E(r, z) \equiv U(r, z; P_\theta) \quad (6)$$

となる。 $U(r, z; P_\theta)$ は、位置を指定すると値が決定される量なので、擬似的ポテンシャルとみなせる。 $U(r, z; P_\theta)$ は Störmer ポテンシャル[34]とも呼ばれる。また、不等式(6)は、荷電粒子が運動可能な領域を与える。この運動可能な領域を Störmer 領域[34]という。高ベータ FRC に閉じ込められているイオンは、Störmer 領域をくまなく動くと仮定してもよい。なぜなら、平均イオンラーモア半径と磁力

線垂直方向の磁場強度変化の特性長 $L = (\partial(\ln B)/\partial r_{\perp})^{-1}$ が同程度であるため、イオン運動の断熱不変性が破れ、2つの運動の恒量に続く第3の保存量は存在しないためである。FRC内イオンの断熱不変的および確率論的運動については、文献[35]に詳しく調べられている。これによると、旋回半径とプラズマ大半径がほぼ同程度となる、いわゆるベータトロン粒子は例外的に周期性の強い運動を示すが、それ以外の粒子運動は確率論的である。したがって、開放端磁場プラズマとしてのFRC閉じ込め粒子の損失条件は、Störmer領域が軸方向に開いているかどうかによって、判定することができる。ある指定された位置において、不等式(6)は速度変数で記述される。HsiaoとMileyは、FRCにこの粒子閉じ込め条件を初めて適用した[36, 37]。この閉じ込め条件に基づく解析モデルをVSPL (Velocity Space Particle Loss) モデルという。Hsiao等は、VSPLによって、FRC閉じ込め劣化、イオンと電子の損失率の差異による電場形成、非マックスウェル分布の形成による不安定性の発生、角運動量の向きに依存した選択的損失による回転、等を予測した[38]。非マックスウェル分布に由来する不安定性については、まだ詳細な検討がなされておらず、理論・シミュレーション研究が待たれる。

セパトリス周辺境界層を構成するプラズマ閉じ込めは、コア領域の閉じ込めにも影響する[39, 40]。Steinhauerは、周辺境界層がイオンラーモア半径の2-7倍の厚みを有しており、この厚みは周辺領域の粒子閉じ込め時間がMHD予測に比べて3-5倍程度の長さになることを示した。加えて、ジェットと呼ばれるミラー端部で観測される高速軸方向フローが存在することを示し、これらの原因としてX点近傍における静電ポテンシャルピークの形成をあげた[41]。ChiangとHsiaoは、VSPLモデルの欠点としてイオン損失が直ちに起きてしまうこと指摘し、これを修正するため、粒子損失の判定時間を設けて粒子軌道計算を実行した[42]。セパトリス長の半分をイオン熱速度で除すことで軸方向移動時間が得られるが、これの3-6倍の時間を粒子損失判定時間と設定した。この間、イオンの軌道を追跡し、損失せず計算領域に残ったイオン初期速度から数値的に閉じ込め条件を求めた。さらに、ボルツマン関係式と電荷準中性条件を用いて静電ポテンシャルの空間分布を計算した。Steinhauerの仮説では、X点近傍でかつ境界層領域にポテンシャルピークが形成されるとしたが、Chiang等の計算結果では、装置軸上にポテンシャルピークが形成されている点異なる。しかし、いずれの場合も粒子的効果による電場形成が開放端磁場領域の閉じ込めに大きく影響していることを主張している。

次に、本題のFRCセパトリス内部の輸送理論へ話題を変えよう。FRCにおいて低域混成ドリフト (LHD) 揺動が観測されなかった[43]ため、新たな輸送メカニズムが必要となった。LHD理論で予測される電気抵抗率は、ドリフトパラメータ (イオンの反磁性ドリフト速度と熱速度またはイオン音速の比) の2乗に比例する[44]。ドリフト速度は圧力勾配に比例し、この圧力勾配はセパトリス近傍に集中するため、セパトリス近傍のきわめて狭い領域

で電気抵抗率が大きくなる。しかしながら、FRCの磁束減衰率は、磁気中性点での電気抵抗率に比例するため、セパトリス近傍に局在する結果を予測するLHD理論では説明ができない。また、LHDは高ベータプラズマの特徴である強い自己電流に起因した電磁揺動ではなく静電揺動であることも、直感的には理解しづらい。

LHD理論についても貢献のあったKrallは、HoffmanやSteinhauerなどから実験とLHD理論の不一致について論じられたようである。1987年にFRCにおける散逸性低周波ドリフト (LFD) 不安定性の存在を示し[45]、それに続いて1989年には輸送に関する論文[46]を発表した。

LFD不安定性は、イオンサイクロトロン周波数よりも低周波領域の不安定性である。密度や温度勾配のあるプラズマにおけるドリフト波は様々な周波数帯に存在する。Krallが低周波領域に注目したのは、プラズマサイズに匹敵する大域的な運動に寄与し、結果的に輸送にも大きく影響する、と考えたからである。

Krallは図1に示すFRCの3つの領域に対応したLFD分散関係式を求めた。それぞれの領域は次のような特徴を持っている。

領域1：磁力線が直線的な領域で、その軸方向長さは径方向の密度変化特性長よりもはるかに長い。

領域2：湾曲磁場領域であり、磁気ミラーを構成する。局所ベータ値は1よりも小さい。

領域3：領域2と同様、磁気ミラーを構成する湾曲磁場領域である。局所ベータ値は1よりも大きい。

領域1に対して運動論から導き出された分散関係式は、Mikhailovskiの与えた静電波動の式[47]をより一般化したものであり、電磁的な波動も含まれている。領域2と3における分散関係式中には、捕捉粒子割合が含まれる。捕捉粒子とは、湾曲磁場領域を磁気モーメントの保存に基づいて磁力線に沿う方向に往復運動する粒子である。LFD理論において、捕捉粒子はイオンが想定されており、湾曲ドリフトによって方位角方向 (図1において紙面に垂直な方向) へドリフトする。一方で、電子は、電子-電子間のピッチ角散乱によって磁力線方向に熱平衡状態となることが期待されている。ただし、文献[35]によれば、磁気モーメントが保存するイオンは、きわめて低エネルギーのものに限られる。なぜなら、湾曲磁場領域では、イオン軌道形状が8の字を描く、いわゆる figure-8 particle になりうるため、

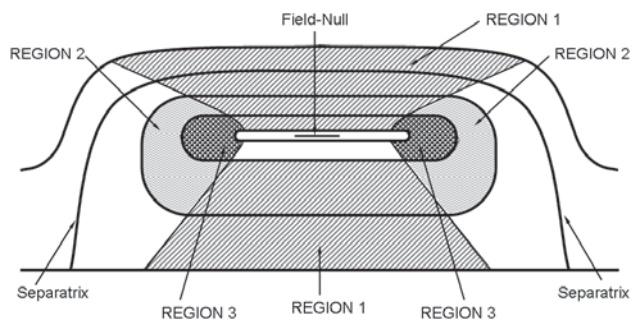


図1 FRCの磁場構造とLFD不安定領域 (文献[45]の図1を一部変更している)。

旋回位相が確率的に変化することで運動の断熱不変性が破れるからである。したがって、領域2や領域3に対するLFD波分散関係式は、今も検討の余地が残されている。

FRCの輸送を定式化するためには、まず、揺動のために生じる径方向定常流をみいだす必要がある。径方向定常流によりプラズマ境界としてのセパトトリクスから、対流損失が起こるからである。

Krallは、揺動場がもたらす径方向流速を導出するにあたって、 z 方向一様で x 方向に圧力や密度分布が存在するスラブ形状で解析した[46]。円筒座標系 (r, θ, z) に対応させると、 x 方向は径 (r) 方向、 y 方向は方位角 (θ) 方向に対応する。1流体モデルで、 y 方向における力のバランスは、

$$nE_y - \nu_x B_z + \langle \delta n \delta E_y \rangle + n \langle \delta u_z \delta B_x \rangle = 0. \quad (7)$$

となる。 $\langle \delta n \delta E_y \rangle$ や $\langle \delta u_z \delta B_x \rangle$ は変動の2次量の時間平均であり、これらは0次の電場に対して異常抵抗率 η_A として寄与する。つまり、

$$\eta_A = \mu_0 L_B \left[\frac{\langle \delta n \delta E_y \rangle}{nB} + \frac{\langle \delta u_z \delta B_x \rangle}{B} \right] \quad (8)$$

となる。ここで、 B は B_z の大きさであり、 L_B は $1/L_B \equiv (\partial B / \partial x) / B$ で定義される磁場不均一性の特性長である。式(8)の右辺第1項は静電揺動、第2項は電磁揺動による電気抵抗率となる。なお、Krallは径方向の圧力バランス、連続の式、および温度と磁場の径方向分布形状が等しいという多少乱暴な仮定を用いて、式(8)の括弧内の量の半分が、径方向定常流速に等しいという表式を得ている。乱暴であるという理由は、磁気中性点において温度がゼロにならなくてはならないからであり、セパトトリクス内部の温度分布はほぼ一様であることが実験で示されているからである[48]。最近のSteinhauerのレビュー[49]でも同様に、温度勾配の問題点について指摘している。しかしながら、LFD理論による粒子および磁束閉じ込め時間のスケージングは、現段階では、実験と比較的よい一致を示しているといっただろう。いずれの閉じ込め時間もほぼ $\tau \approx Br_s^2 T_e^{-1}$ となり、ポーム的輸送とみなせる。ここで、 r_s はセパトトリクス半径である。

比較的最近では、磁場揺動のあるFRCにおけるイオン軌道解析から、磁力線に垂直方向の拡散係数を求められた[50]。しかし、実験の閉じ込め時間スケージングとは異なる依存性となっている。この研究では、正準角運動量が案内中心の磁束に対応する量と仮定している。この近似は、角運動量が小さい粒子に対してはそれほど悪くはないが、装置軸を囲むように動くベータトロン粒子には適用できないことが問題である。また、揺動場は分散関係から求められたものではない。次節で示す高性能計算によって、高ベータ自己組織化プラズマの乱流構造やそれに伴う輸送を明らかにしていく必要があるだろう。

4. 高ベータ自己組織化プラズマの高性能計算

大型のトカマクやヘリカル系では、主として外部コイルで作られる強い磁場によって、強固な平衡ないし定常状態

が維持されており、プラズマの諸特性は、その背景配位からの摂動分を把握することが要となる。これに対し、高ベータ自己組織化プラズマにおいては、生成および維持の過程で、いずれもプラズマの自律性が強く働いており、平衡からの変位が大きくなるにつれ、背景配位もまた自発的に再緩和の方向へと遷移する。例えば、RFPは本質的に常に緩和が繰り返されている非定常な系となっており、非線形の扱いが直接的に重要である。線形安定性についても、前述のごとく、2流体や流れ、有限ラーモア半径といった効果を考慮する必要がある。トカマクをはじめとする他の磁場閉じ込め概念で用いられる解析手法が、そのまま適用できるとは限らない。また、FRCの傾斜不安定性や、RFPの単一ヘリシティ化など、解析の対象となる空間構造が配位全体に及ぶような大域的な過程を対象とすることも特徴的である。ここでは、そういったユニークな特性をもった高ベータ自己組織化プラズマを対象とした数値解析の例を紹介し、最近の高性能計算の現状について概観する。

近年の高ベータ自己組織化プラズマを対象としたシミュレーション研究としては、米国のPSI-Center (Plasma Science and Innovation Center) プロジェクトにおける一連の活動が特筆される。PSI-Centerは米国内の複数の高ベータ自己組織化プラズマ実験装置と連携をとりながら、予測精度を高めるべく、既存のMHDコードを拡充していくことを目的とし、2005年より始められた共同研究プロジェクトである。トカマク等で実績のあるNIMRODコード[51]を中心とし、それらに高ベータ自己組織化プラズマに特有の各種物理効果を取り入れている。さらに、適合スペクトル要素を用いた陰解法ソルバであるSEL(2次元)/HiFi(3次元)[52]や、四面体非構造格子を用いる有限体積法によるMHDコードであるMH4D[53]等、新規のコード開発や、データ可視化、実験やコード間でのインターフェースの統合といった活動も行われている。PSI-Centerプロジェクトについては本誌小特集[54]に詳細がまとめられているので、併せて参照されたい。近年の成果例としては、Milroy等[55]が、NIMRODコードを用い、FRCにおけるRMF(回転磁場)電流駆動による生成・維持過程の解析を行った。NIMRODは、ポロイダル面内を有限要素法、トロイダル方向をスペクトル法により解く3次元拡張MHDコードであるが、ここでは、RMFアンテナの形状を境界条件に取り入れ、ホール効果および電子慣性の効果を含めた拡張MHD方程式を解いた。RMF磁場は $n=1$ 成分として表現され、主としてホール効果を通じたモードカップリングにより $n=0$ 成分の電流を駆動する様子を再現した。またその際に破滅的な不安定が生じないことも示した。

FRCを対象とした大規模計算の例としては、他に核融合科学研究所で行われた一連の粒子シミュレーション研究[56, 57]が挙げられる。FRCは、磁場がゼロの点を含むため、従来のMHD理論のみでは説明できない特徴が現れる。MHDで予想された傾斜不安定性が、実験的に十分な時間抑制できている事実も、そのひとつと考えられる。大谷等[57]は、2次元電磁粒子シミュレーションにより得られたFRCの運動論的平衡配位を初期値として、3次元電磁粒子

シミュレーションを実行することにより、運動論的平衡の傾斜モードに対する安定性を調べた。その結果、電子電流分布がホロー型に緩和すること、および、それにより、コア領域におけるイオンの磁化を遮蔽する効果が生じ、傾斜不安定性が効果的に抑制されることを見出した。

次にRFPに目を転じよう。RFPでは、プラズマ中には本質的に強いトロイダル電流が流れており、効果的なオーム加熱が期待できる一方で、それが故に中心付近でテアリングモードに対して不安定となりやすく、また複数の有理面が近接するために、複数モード間の相互作用による磁力線のカオス化が閉じ込めの劣化を招く要因ともなっている。これを回避する取り組みがいくつか提案され、近年注目されているのは、単一のモードに変位を集中させ、中心付近に単一の磁気島を形成し、その内部で閉じ込めを改善する考え方である。準単一ヘリシティ (QSH) と名付けられた、単一のモードに集中した緩和状態や、さらに磁気島のO点が新たな立体磁気軸を形成した単一ヘリカル軸 (SHAx) 状態が、複数の実験装置において観測されている。これらRFPにおける3次元状態については、理解が急速に深まってきた。

実験的に達成される3次元平衡状態を把握する手段としては、初期には、配位を、軸対称主成分と、対応するモード数の摂動成分とに分け、周辺磁場計測結果を取り入れつつ線形理想MHD方程式のゼロベータにおける平衡解を求めることにより、平衡の再構成を行うことが試みられた[58, 59]。さらに有限ベータの3次元平衡をフルに3次元的に取り扱うべく、Terranova等[60]は、ヘリカル系で開発された変分原理に基づく3次元平衡解析コードVMEC[61]を導入し、トロイダル磁場が空間的に反転するRFP配位に適用できるように修正し用いることによって、RF装置で観測される3次元配位の再構成を行っている。

RFPの3次元配位の形成過程を、初期値問題として明らかにしていく取り組みも行われている。水口等[62]は、核融合研で開発された非線形MHDソルバであるMIPSコード[63]をRFP体系に適用した。MIPSは、各種トロイダルプラズマに適用可能で、拡張MHDモデルのベースとなる共通基盤コードである。コードはMPIによる並列化が施され、核融合研の「プラズマシミュレータ」および「Helios」システムに最適化されている。初期値にはRELAXFitコード[64]により再構成されたRELAX装置(京都工芸繊維大)[65]の軸対称平衡配位を用い、自発的な時間発展を解いた。その結果、不安定性の成長に伴い、3次元構造へと緩和してゆく様子を再現した。この際、初期値により、対応する共鳴有理面が存在する場合と、しない場合がありうるが、存在する場合は、中心部でテアリングモードの成長による磁気島の発達が見られ、他方、有理面が存在しない場合でも磁気島の生成を伴わずに、いずれの場合でも、同様の3次元配位に緩和することが示され、それらがポロイダル面内でそら豆型の極端にホローな圧力分布となる様子が明らかにされた(図2)。また、Onofri等[66]による同様のシミュレーションでは、磁力線方向の速い熱伝導をモデルに取り入れることにより、ヘリカル状態と多ヘリシティ状

態との間の遷移を再現した。

次に、スフェロマックについて概観する。兵庫県立大のHIST装置[67]では、磁化同軸プラズマガンを用いたヘリシティ入射により、スフェロマックプラズマの生成実験を行っている(中心導体を含むため、配位の定義としては、むしろ球状トラスに分類される)。影井、神吉等[68, 69]は、同軸ガン領域と閉じ込め領域の双方を含む3次元体系にて非線形MHDシミュレーションを実行し、同軸ガンからプラズモイドが繰り返し注入、結合され、 $n=1$ キックモードを介した緩和により、トロイダルプラズマ流および電流が駆動される機構を明らかにした(図3)。

米国SSX装置におけるスフェロマックの異極性合体実験に対する解析例としては、3次元MHDコードHYMを用いたシミュレーション[70]が挙げられる。HYMコードはMIPSと似た有限差分法に基づくMHDソルバであり、MPI並列計算により、各種拡張MHD解析の高性能計算基盤として用いられている点も同様である。計算結果は、SSX実験で観測されているような、反対称トロイダル磁場をもったユニークなCT対の形成、およびそれに続く傾斜モードの非線形成長を再現した(図4)。

以上に述べたような、実際の実験装置プラズマを対象とした解析例に加え、高ベータ自己組織化プラズマの特徴を活用した、革新的な技術提案もなされている。例えば、コンパクトトラス(CT)の軸方向への移送現象を利用し、核融合炉心プラズマへの燃料供給手段として活用することが提案され、大型装置を用いて実験も行われている。CT入射の効率を高めるためには、加速したCTを中性化し、背景磁場との干渉を避ける必要があるが、このCT中性化過程を、渡辺等[71]は、イオン-粒子、電子-流体のハイブリッドシミュレーションにより解析している。中性化セル内での荷電交換によるイオンの中性化効率を、中性化に伴う閉じ込めの損失、および、再イオン化によって生じる低速イオンとの相互作用の影響等を考慮し、定量評価した。

このように、高ベータ自己組織化プラズマでは、装置構成の単純さとは裏腹に、解析には独特の取り扱いが必要であり、挑戦的な高性能計算が展開されている。

5. おわりに

高ベータ自己組織化プラズマには、スフェロマック、磁場反転配位(FRC)、逆磁場ピンチ(RFP)がある。これらの実験装置は、兵庫県立大学、京都工芸繊維大学、東京大学、日本大学などの大学にある。大学予算でこれらの装置を維持・管理し、実験を継続するのは困難な状況であるのに、外部資金を獲得したり共同研究で融通しあったりすることで、NBI装置を増設したり計測系を改良している、実験研究者諸氏には頭が下がる思いである。理論・シミュレーション研究は「真理の探究」にこそ目的があるわけだが、とはいえ実験が継続し様々な課題が発見されている環境でなければ、その研究動機や推進力は大きく損なわれてしまう。実験研究のますますの発展を期待したい。

一方で、理論・シミュレーション研究は実験ほど予算が必要ではない。スパコンや市販のPC性能も向上し、計算環

境はますます整いつつある。したがって、理論・シミュレーション研究の成果も、ますます増大していかなくてはならないはずである。現状はどうだろうか。本解説記事を執筆しながら、悲嘆し猛省した次第である。確かに、高ベータ自己組織化プラズマ業界でも、理論・シミュレーション研究者が少なくなっているという事実はある。また、物作り研究や実用化の目処が立ちやすい応用研究が奨励され、真理の探究を謳う基礎研究は「税金の無駄遣い」とされる風潮を肌で感じることもある。しかし、それもこれも言い訳でしかない。

高ベータ自己組織化プラズマは、米国では1990年代末からICC（革新的閉じ込め概念）プログラムとして、10年以上にわたり、複数の小規模装置で精力的な実験がなされた[2]。さらに、ICCワークショップ開催、シミュレーショングループとの連携、などの活動が続けられた。近年では、ICCの名称をExploratory Plasma Researchへと変更する提案もなされるに至り[72]、まさに、高ベータ自己組織化プラズマは、物理の宝庫、残された秘境であり、探検家、冒険家精神で臨めるチャレンジングな研究対象である。本解説記事が研究契機となれば幸いである。

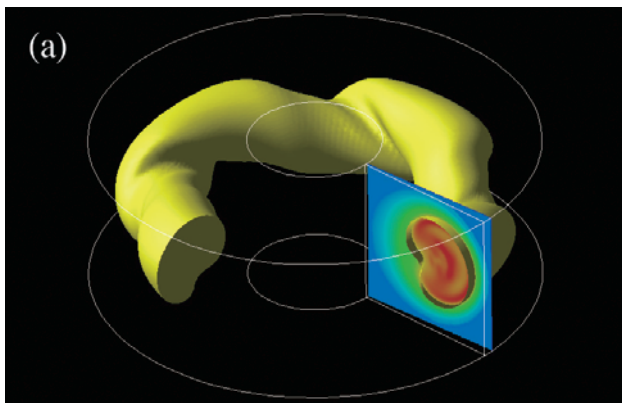


図2 RFPのヘリカル緩和状態における圧力の等値面および断面(文献[62]図4(a)より引用)。

謝辞

この解説記事をまとめるにあたって、核融合科学研究所ネットワーク型共同研究「環状磁場閉じ込め高ベータプラズマの能動的制御のプラズマ性能への影響」(研究コード：NIFS11KNWP001)による大学間相互交流の場での議論が下地となった。代表である京都工芸繊維大学の政宗貞男教授をはじめとする関係各位にはお世話になった。感謝申し上げます。

参考文献

[1] 浅井朋彦ほか：プラズマ・核融合学会誌 84, 499 (2008).

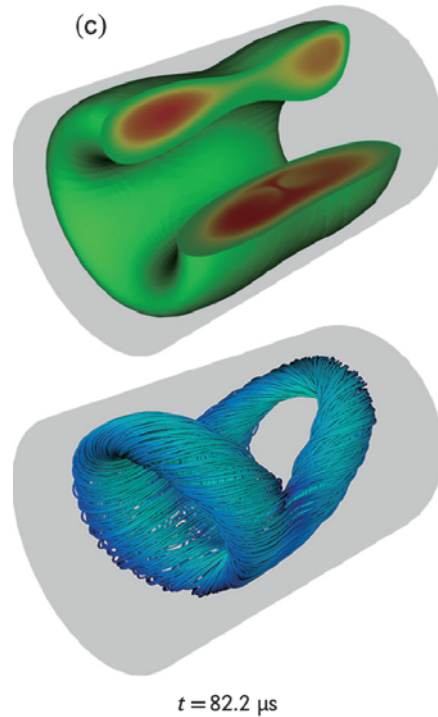


図4 スフェロマックの異極性合体により生じ傾斜不安定の生じたFRCの圧力(上)および磁場(下)構造(文献[70]図7(c)より引用)。

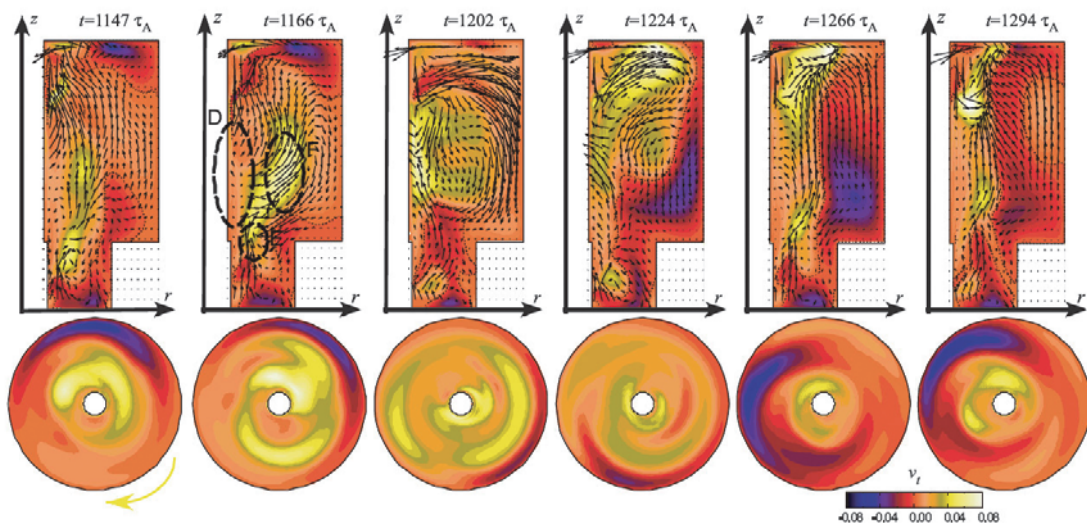


図3 磁化同軸プラズマガンを用いたヘリシティ入射によるスフェロマックの電流駆動シミュレーションにおける速度場の時間発展(文献[69]図4より引用)。

- [2] 政宗貞男ほか：プラズマ・核融合学会誌 **84**, 750 (2008).
- [3] A. Hasegawa, *Advances in Physics* **34**, 1 (1985).
- [4] S. Chandrasekhar and L. Woltjer, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* **44**, 285 (1958).
- [5] G. Nicolis and I. Prigogine, *Self-organization in Nonequilibrium System* (John Wiley & Sons, New York, 1977).
- [6] L. Woltjer, *Proceedings of the National Academy of Sciences USA* **44**, 489 (1958).
- [7] J.B. Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 19 (1974); *Rev. Mod. Phys.* **58**, 741 (1986).
- [8] M. Nagata *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 225001 (2003).
- [9] K. Kusano *et al.*, *Astrophys. J.* **433**, 361 (1994).
- [10] A. Batacharjee and R.L. Dewar, *Phys. Fluids* **25**, 887 (1982).
- [11] D. Montgomery and L. Phillips, *Phys. Rev. A* **38**, 2953 (1988).
- [12] Y. Kondoh *et al.*, *J. Phy. Soc. Jpn.* **54**, 2927 (1985).
- [13] T. Kanki *et al.*, *J. Phy. Soc. Jpn.* **67**, 140 (1998).
- [14] Y. Ono *et al.*, *Nucl. Fusion* **39**, 2001 (1999); Y. Ono *et al.*, *Nucl. Fusion* **43**, 649 (2003).
- [15] Y. Ono and M. Katsurai, *Nucl. Fusion* **31**, 233 (1991).
- [16] L.C. Steinhauer and A. Ishida, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3423 (1997).
- [17] L.C. Steinhauer and A. Ishida, *Phys. Plasmas* **5**, 2609 (1998).
- [18] K. Avinash and J.B. Taylor, *Comments on Plasma Phys. Controlled Fusion* **14**, 127 (1991).
- [19] S.M. Mahajan and Z. Yoshida, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4863 (1998).
- [20] L.C. Steinhauer and H.Y. Guo, *Phys. Plasmas* **13**, 052514 (2006).
- [21] T. Kanki, L.C. Steinhauer and M. Nagata, *Plasma Fusion Res.* **3**, S1066 (2008).
- [22] A. Ishida, L.C. Steinhauer and Y.-K.M. Peng, *Phys. Plasmas* **17**, 122507 (2010).
- [23] I.V. Khalzov *et al.*, *Phys. Plasmas* **19**, 012111 (2012).
- [24] Y. Kondoh, *Phys. Plasmas* **16**, 052509 (2009).
- [25] 比村治彦：電気学会論文誌 A **130**, 977 (2010).
- [26] M. Tuszewski, *Nucl. Fusion* **28**, 2033 (1988).
- [27] L.C. Steinhauer, *Phys. Plasmas* **18**, 070501 (2011).
- [28] J.T. Slough *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2212 (1992).
- [29] W.T. Armstrong *et al.*, *Phys. Fluids* **24**, 2068 (1981).
- [30] Y. Ono *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3328 (1996).
- [31] K. Fujimoto *et al.*, *Phys. Plasmas* **12**, 102513 (2005).
- [32] T. Asai *et al.*, *Phys. Plasmas* **13**, 072508 (2006).
- [33] A.L. Hoffman and J.T. Slough, *Nucl. Fusion* **33**, 27 (1993).
- [34] C. Störmer, *The Polar Aurora* (Oxford University press, 1955).
- [35] Y. Hayakawa, T. Takahashi and Y. Kondoh, *Nucl. Fusion* **42**, 1075 (2002).
- [36] M.Y. Hsiao and G.H. Miley, *Nucl. Fusion* **24**, 1029 (1984).
- [37] M.Y. Hsiao and G.H. Miley, *Phys. Fluids* **28**, 1440 (1985).
- [38] M.Y. Hsiao, J.L. Staudenmeier and P.R. Chiang, *Phys. Fluids B* **1**, 375 (1989).
- [39] M. Tuszewski and R.K. Linford, *Phys. Fluids* **25**, 765 (1982).
- [40] A.L. Hoffman and R.D. Milroy, *Phys. Fluids* **26**, 3170 (1983).
- [41] L.C. Steinhauer, *Phys. Fluids* **29**, 3379 (1986).
- [42] P.R. Chiang and M.Y. Hsiao, *Phys. Fluids B* **4**, 3226 (1992).
- [43] A.W. Carlson, *Phys. Fluids* **30**, 1497 (1987).
- [44] R.C. Davidson and N.A. Krall, *Nucl. Fusion* **17**, 1313 (1977).
- [45] N.A. Krall, *Phys. Fluids* **30**, 878 (1987).
- [46] N.A. Krall, *Phys. Fluids B* **1**, 1811 (1989).
- [47] A.B. Mikhailovskii, *Reviews of Plasma Physics* (Consultants Bureau, New York, 1968), Vol. 3, p. 153.
- [48] D.J. Rej and W.T. Armstrong, *Nucl. Fusion* **24**, 177 (1984).
- [49] L.C. Steinhauer, *Phys. Plasmas* **18**, 070501 (2011).
- [50] T. Takahashi *et al.*, *J. Plasma Fusion Res. SERIES* **5**, 603 (2002).
- [51] C.R. Sovinec *et al.*, *J. Comp. Phys.* **195**, 355 (2004).
- [52] E.T. Meier, V.S. Lukin and U. Shumlak, *Comp. Phys. Comm.* **181**, 837 (2010).
- [53] E. Meier *et al.*, *J. Fusion Energ.* **27**, 69 (2008).
- [54] B.A. Nelson and T.R. Jarboe, *J. Plasma Fusion Res.* **84**, 775 (2008).
- [55] R.D. Milroy, C.C. Kim and C.R. Sovinec, *Phys. Plasmas* **17**, 062502 (2010).
- [56] K. Nishimura, R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasmas* **6**, 3459 (1999).
- [57] H. Ohtani, R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasmas* **10**, 145 (2003).
- [58] P. Zanca and D. Terranova, *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, 1115 (2004).
- [59] F. Auremma *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **53**, 105006 (2011).
- [60] D. Terranova *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **52**, 124023 (2010).
- [61] S.P. Hirshman, W.I. van Rij and P. Merkel, *Comp. Phys. Comm.* **43**, 143 (1986).
- [62] N. Mizuguchi *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **7**, 2403117 (2012).
- [63] Y. Todo *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **5**, S2062 (2010).
- [64] A. Sanpei *et al.*, *J. Phys. Soc. Jpn.* **78**, 013501 (2009).
- [65] S. Masamune *et al.*, *J. Phys. Soc. Jpn.* **76**, 123501 (2007).
- [66] M. Onofri, F. Malara and P. Veltri, *Phys. Plasmas* **18**, 052502 (2011).
- [67] M. Nagata *et al.*, *Phys. Plasmas* **10**, 2932 (2003).
- [68] Y. Kagei *et al.*, *J. Plasma Fusion Res.* **79**, 217 (2003).
- [69] T. Kanki, M. Nagata and Y. Kagei, *Plasma Fusion Res.* **5**, S2055 (2010).
- [70] C.E. Myers *et al.*, *Phys. Plasmas* **18**, 112512 (2011).
- [71] T. Watanabe *et al.*, *Plasma Fusion Res.* **7**, 2405042 (2012).
- [72] M. Brown, *Proc. the ICC and US-Japan workshop*, August 16-19, Seattle (2011).



たか はし とし き
高橋 俊樹

群馬大学大学院工学研究科電気電子工学専攻，准教授。磁場反転配位プラズマの物理，シミュレーション屋ではないと思う。趣味は走ること，走行距離を毎日 Excel につけています。でも今，夢中になっているのは，息子を“ダルビッシュ有”にすること。



みず ぐち なお き
水口 直紀

核融合科学研究所，総合研究大学院大学，准教授。MHD シミュレーション研究が主。学会の広報委員会や勤務先の教育連携活動で子ども達を相手にする機会が多く，密かに自分も楽しんでいる。家族は妻と祖母（90歳）。最近，介護が興味から趣味に変わりつつある。



かん き たか し
神 吉 隆 司

海上保安大学校海事工学講座教授。1997年姫路工業大学大学院工学研究科生産工学専攻博士課程修了。博士（工学）。1997年大阪大学工学部附属超高温理工学研究施設講師（研究機関研究員），2000年海上保安大学校講師，准教授を経て，2010年4月より現職。主な研究分野は，プラズマ工学，数値解析学。特に磁気ヘリシティ駆動系における球状トーラスの2流体平衡やMHDシミュレーションに関する研究に取り組んでいる。職場では常日頃，研究の海上保安業務への応用を考えつつ，家では鉄道と仮面ライダー好きの息子と奮闘している。