



## 解説

# 高品質荷電粒子ビームとプラズマ物理

岡本 宏己

広島大学大学院先端物質科学研究科

(原稿受付：2005年12月22日)

位相空間密度の高い、高品質荷電粒子ビームの振る舞いについて初歩的な解説を行う。「加速器中を伝搬するビーム」と「特定の荷電粒子から成る、空間的に局所化された非中性プラズマ」の物理的類似性に力点を置いた議論を試みたい。理想的な散逸力によって冷却されたビームはイオントラップ中の単一種プラズマと同様、超低エミッタンスの極限で“クーロン結晶化”する。この究極の超高品質ビームの生成に必要な条件を考える。過去に行われた極低温ビーム生成実験の結果、ならびに現在国内で進行中のビーム冷却実験についても簡単に紹介する。

### Keywords:

space-charge-dominated beam, nonneutral plasma, Paul ion trap, Coulomb crystallization, crystalline beam, collective instability, laser cooling, storage ring

## 1. はじめに

荷電粒子の人工的加速実験が初めて行われたのは20世紀前半である。物の本によると、R. Wideroe がカリウムイオンおよびナトリウムイオンの加速に成功したのが1928年とのこと。その後、第二次世界大戦中に高周波技術が大きく進歩したことを受けて、“加速器”が生み出す粒子ビームの到達エネルギーは飛躍的に増大した。加速器の種類や加速される粒子のバラエティーも増え、ビームエネルギーはTeV領域( $10^{12}$ 電子ボルト)に突入して現在に至っている。

巷では、基礎物理学実験用の大型加速器がしばしば話題になる。装置の規模や予算額が尋常ではないので、それも無理からぬことだと思う。しかしながら、素粒子物理学のための超高エネルギー加速器は例外的な代物で、世の中に存在する加速器のほとんどははるかに小型である。例えば、ちょっと大きめの病院に行くと大抵“放射線科”の看板が掲げられている一角を発見する。部屋の奥には粒子加速器が置かれている。現在、癌治療用の放射線発生装置は日本国内に限っても千台程度あり、その数は年々増えているそうだ。物質・材料科学、生命科学、工業等に供されている装置や、放射光源などを含めると、加速器はそこら中どこにでもあるといえる。直接加速を受けた粒子群のみならず、ビームを標的に当てたり、自然崩壊させたりする際に発生する二次ビーム(中性子、中間子、ニュートリノ、な

ど)ですら今や立派な利用対象となっている。“ビーム”が道具として有用なのは、それが「種類の粒子で構成されていること(不純物を含まない)」および「重心が実験室系で動いていること(任意の対象と相互作用させることができる)」などの特徴を持つからである。ある特定の粒子群の運動や光の性質、それらの相互作用を扱う学問は「ビームの物理(Physics of Beams)」と呼ばれている<sup>注1, 注2</sup>。

ビーム物理は純粋に科学的な興味から生まれたというより、役に立つ道具の性能をさらに上げたいという現実の要請に応える過程で自然発生した感がある。どんなに基礎的に見える現象を取り扱っていても、ビームの研究者らの頭の中には常に“応用”の二文字がある(と思う)。詰まるところ、「ビームは使ってなんぼ」なのだ。当然ながら、道具の“質”は高いに越したことはない。ビームの質を端的に表現する物理量は“エミッタンス”と呼ばれており、正準変数が張る位相空間上でビームが占有している体積に相当する。これが小さいビームほど「質が高い」といえる。ところが、ビームを位相空間上で圧縮すれば、クーロンエネルギーの増大に起因する厄介な現象が起こる。高品質化に際して発生する非線形集団効果の解析は古くから加速器研究者らの主要テーマとなっており、最近では高速のコンピュータを駆使した多粒子シミュレーションが世界中で行われている。この小論では、「ビームを超高品質化するに

author's e-mail: okamoto@sci.hiroshima-u.ac.jp

注1 “ビーム”の定義として完全にコンセンサスのとれたものはない。筆者がよく使う定義は「空間的に局所化された同一粒子の集合」である。ビーム物理が発展した背景には加速器の進歩とその応用範囲の拡大があるため、観測者(換言すれば、ビームのユーザー)に対する重心運動の有無を問題にする人も大勢いる。“航跡場効果”や“放射光生成”、“ビーム・ビーム相互作用”など、重心運動の存在が不可欠な現象は実際数多い。だが、ここで取り扱うテーマのように、重心運動エネルギーの大小をほとんど問題にしないケースも多々あり得ることを覚えておいて損はない。加速の効果を無視してよい場合、取り扱う対象は慣性系のひとつに乗っているに過ぎないのである。

注2 「粒子群」と書いたが、場合によっては、単一粒子の軌道運動を研究対象にする場合もある。この“単粒子軌道力学”もなかなか奥が深いのであるが、この解説では触れないことにする。

は何かが必要か？」また「高品質化の極限で何が起こるか？」について、少々大雑把ではあるが閉じた解説を試みたいと思う。

## 2. ビームダイナミクス

### 2.1 ビームの集団運動について

特定の荷電粒子の集団を十分小さな空間に閉じ込めておきたければ、当然、クーロン斥力に打ち勝つだけの外力を与える必要がある。簡単のため、 $z$  方向に一様で無限に長い、非中性(単一種)プラズマを考えよう[1]。軸に直交する平面上の座標を  $(x, y)$  とし、これを“横方向”自由度と呼ぶことにする。各粒子を  $z$  軸近傍に維持するためには、軸上に実効的な極値をもつポテンシャルを導入すればよい。放物形のポテンシャルを用いるのが最も単純で、このとき粒子の横方向運動方程式は

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = f_x(x, y, t) \quad (1)$$

となる ( $y$  方向も同様)。ここで、 $\omega$  は粒子群を集束する力の強さに対応し、右辺の  $f_x$  は電荷が創るクーロン平均場の効果を表している。なお、この章では、個別粒子間のクーロン散乱等を考慮しないことにする。上式のような線形の集束力を用意する方法はいくつかある。例えば、 $z$  方向に向いた一様磁場を加えればよい； $z$  軸の周りに回転している系で粒子運動を眺めれば、横方向の集束力は上の形になる。高周波四重極を使う手もある。この場合は、 $\omega$  が時間の周期関数となるため、横方向自由度の単粒子運動は単純な調和振動ではなくなる。加速器物理の分野では、これを“ベータトロン振動”と呼んでいる。ここでは  $z$  軸方向の運動を無視しているが、この方向にも閉じ込めポテンシャルを形成して、三次元的に集束したプラズマ(加速器業界でいう“バンチ”)をつくることももちろん可能である。この際に生じる軸方向の振動は“シンクロトロン振動”と称される。粒子が円形の加速器を一周する際に行うベータトロン振動やシンクロトロン振動の振動数を“チューン”と呼ぶ。チューンを大きくすれば実効的なビーム集束力は強くなるが、後述するように、強く集束すればするほどよいというわけではない。

以上の議論では、粒子集団の重心が  $z$  方向に動いているかどうかを全く問題にしていない。実際、プラズマが速度  $\beta c$  ( $\beta$  はローレンツ因子、 $c$  は光の速さ)で全体として軸方向に流れていたとしても、外場が完全に一様なら、本質的に新しい物理現象は何も生まれない。だが現実には、運動する単一種プラズマ(すなわち、荷電粒子ビーム)を取り囲む環境体は非常に不均一であり、加えて有限の電気抵抗をもっている[2]。この場合、“航跡場効果”と呼ばれる複雑な非線形集団現象が発生する[3]。別の対象(例えば、逆方向に進行する異種あるいは同種のビーム、真空容器の壁から飛び出した光電子、イオン化された残留ガス、等々)との相互作用もビームの安定性に決定的な影響を与え得ることが知られている。さらに、高エネルギーのビームは、外力を受けると強い光を出す。このように、重心が運動する

ことにより、発現する物理現象の幅が大きく広がる。これがビーム研究の面白いところでもあり、厄介なところでもある。

加速器中のビームを意識して、式(1)を多少一般化しよう：

$$\frac{d^2x}{ds^2} + K(s)x = F_x(x, y, s) \quad (2)$$

右辺の  $F_x$  にはビーム内部の集団的クーロン相互作用だけでなく、先に触れた様々な外力が含まれるべきであるが、以下では後者を無視する。 $K$  は粒子群を閉じ込めるために人間が用意した集束力で、独立変数  $s$  の関数である。 $s$  が時間  $t$  と等しい必要は必ずしもない。ビーム運動学では、多くの場合、基準粒子(例えば、ビームの重心に位置する粒子)が設計軌道に沿って走った距離を独立変数として採用する。エネルギーの高いビームの集束は、通常、磁場で行う。極性の異なる四重極磁石(即ち、発散力と集束力)を適切に並べて、全体として強い集束効果を実現している。各磁石は設計軌道に沿って固定されるので、その配置を決めてしまえば、 $K$  は時間  $t$  ではなく、場所  $s$  の関数として確定する。磁石の配置パターンは“ラティス”と呼ばれ、ある単位構造の繰り返しになっていることが多い；単位集束構造の長さを  $L$  と書けば、 $K(s) = K(s+L)$  が成り立つ。 $F_x = 0$  とおいた式は“Hill の方程式”として知られており、その解はパラメータ共鳴によって不安定となり得る。つまり、ラティス構造を注意深く設計しておかないと、共鳴によりビームが失われてしまうことになる。円形加速器では磁石の製作・設置誤差などに起因する非線形共鳴も起こるので、主要な共鳴領域を回避できる位置に動作点をとらなければならぬ。外部集束力が完全に線形であったとしても、密度の高いビームでは、自己クーロン場の影響で非線形の集団共鳴不安定性が発生し得る (Fig. 3 参照)。

空間電荷のクーロンポテンシャルを  $\phi$  とすると、四重極磁石によって集束された連続的なビームのベータトロン運動は近似的に次のハミルトニアンに支配されている：

$$H_{\text{beam}} = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} + \frac{1}{2}K(s)(x^2 - y^2) + \frac{2\pi\epsilon_0 K_{\text{sc}}}{n_p q} \phi(x, y; s) \quad (3)$$

ここで、 $q$  は粒子1個がもつ電荷、 $n_p$  は単位長さ当たりの粒子数、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $K_{\text{sc}}$  はビームパービアンズと呼ばれる定数である。横方向運動量  $(p_x, p_y)$  は基準粒子の運動量によってスケールされている。また、式(3)から  $F_x = -(\partial H_{\text{beam}} / \partial x)$  と書けることがわかる。 $\phi$  は良い近似でポアソン方程式

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi = -\frac{q}{\epsilon_0} \iint f(x, y, p_x, p_y; s) dp_x dp_y \quad (4)$$

を満足する。4次元位相空間における粒子分布関数  $f$  は、クーロン衝突が無視できる場合、ブラソフ方程式に従う：

$$\frac{\partial f}{\partial s} + p_x \frac{\partial f}{\partial x} + p_y \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial H_{\text{beam}}}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p_x} - \frac{\partial H_{\text{beam}}}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial p_y} = 0 \quad (5)$$

式(3)–(5)は閉じた方程式系を成しており、これらを連立して解けば、当該ビームにおける様々な“空間電荷効果”が予言できる。ブラソフおよびマックスウェル方程式に基礎を置く集団運動の解析はプラズマ物理学においても頻出する。しかしながら、独立変数に依存する外場の影響を常に考慮しなければならない点で、ビーム系はより厄介に見える。式(3)–(5)を任意の分布関数を想定して、初期値問題の立場で解くことはまず不可能なため、しばしば摂動論的な解法が試みられる；何らかの定常状態を構築した上で、それに攪乱を与えて、攪乱が成長するかどうかを調べるわけである。だが、ハミルトニアンが  $s$  を陽に含むため、自己充足的な定常解を見つけること自体が既にきわめて困難である。現在知られている唯一の自己充足的定常解は Kapchinsky-Vladimirsky 分布 (KV 分布) である [4]。ラティス構造を考慮することが可能な 2 次元の集団共鳴理論としては文献 [5]、1 次元の集団共鳴理論としては文献 [6] が最も進んでいる。その他多くのビーム共鳴理論では、ラティスを平滑化近似し、 $K(s)$  の独立変数依存性を強制的に排除する手続きをとっている。より正確かつ一般的な予測を行いたければ、高速のコンピュータを使った多粒子シミュレーションに頼る以外にない。もっとも、現在のコンピュータの能力では、依然としてかなり荒っぽい近似計算以上のことはできないのだが…。余談だが、航跡場効果の解析にもブラソフ理論が多用されている [3]。この場合、クーロンポテンシャルの部分が、航跡場関数あるいは結合インピーダンスに置き換わることになる。空間電荷効果でも事情は同じだが、弱い非線形不安定性はランダウ減衰するので気にしなくてよい。

2.2 非中性プラズマとビーム

環境体との相互作用を無視する限り、ビームの集団運動と非中性プラズマの集団運動の間に密接な関連があることはもはや明らかであろう。より具体的な議論を行うため、高周波電場を使ったイオンプラズマの捕獲装置を例にとってみる [7]。Fig. 1 は、筆者の研究室で製作したイオントラップである。いわゆる“線形ポルトラップ”で、高周波四重極電場を用いて、横方向のプラズマ閉じ込めを実現している。軸方向の閉じ込めは静電場で行う。簡単のため、プラズマが軸方向にほぼ一様であると仮定すると、横方向運動のハミルトニアンは

$$H_{\text{plasma}} = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} + \frac{1}{2}K_{\text{tr}}(\tau)(x^2 - y^2) + \frac{q}{mc^2}\phi(x, y; \tau) \quad (6)$$

で与えられる [8]。  $m$  はイオンの質量、独立変数は  $\tau = ct$  とした。四重極電極に印加する高周波電圧を  $V(\tau)$ 、軸から電極表面までの距離を  $R$  で表すと、 $K_{\text{tr}}(\tau) = 2qV(\tau)/mc^2R^2$  と書ける。式(6)は連続ビームに対するハミルトニアン(3)と係数を除いて全く同じ形をしている。加えて、クーロンポテンシャル  $\phi$  はポアソン方程式(4)から導かれ、イオンの分布関数はやはりブラソフ方程式を満足する。つまり、力学系(3)と力学系(6)は物理的に等価

である。

荷電粒子ビームの実験観測的研究は困難を窮める。ビームは観測者に対して相対論的なスピードで走っていること、様々な基本パラメータを広範囲に調整することが不可能なこと、バックグラウンドが非常に多いこと、等が主な理由である。そもそも卓上装置に比べれば物理実験用の加速器ははるかに大きくかつ高価であり、基礎研究のみを目的として建設されるような種類のものではない。また、ビームのエネルギーが高い場合、放射線防護も考えなければならない。このように、加速器を使ったビーム物性の基礎研究は数々の制約を受けている。そこで、“非中性プラズマトラップの登場”と相成る。力学系(3)と等価な物理的状态がトラップ中に再現できるのであれば、少なくとも自己クーロン場による集団効果の実験的研究に必ずしも加速器は必要ない。プラズマトラップをビーム物理研究に応用するというアイデアは文献 [8] で初めて提案された [9]。この提案に基づいて製作されたイオントラップは現在 2 台存在する。まず、プリンストン大学のプラズマ研究所がいち早く軸長 300 cm 弱の分割円筒型ポルトラップを組み立てた [10]。筆者のグループでもビーム研究専用の線形ポルトラップが試作され、昨年から予備実験データを積み上げている [11]。広島大学のトラップは典型的な円柱電極タイプであるが、Fig. 1 からわかるように、複数の四重極をつなぎ合わせた構造になっている [12]。荷電粒子ビーム物性の系統的研究を行うには、まずプラズマの位相

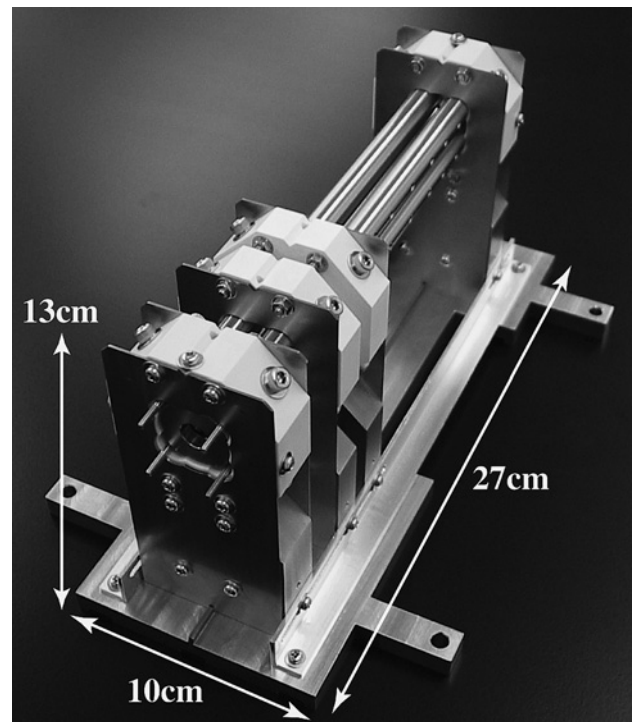


Fig. 1 広島大学でビーム物性研究用として試作された線形ポルトラップ。四重極電極は軸方向に 3 分割されており、それぞれ電氣的に独立である。両端には薄い板状の電極が設置されている。これらの電極に印加する電圧を適当に選ぶことにより、初期プラズマのコンディショニングを行うことができる。

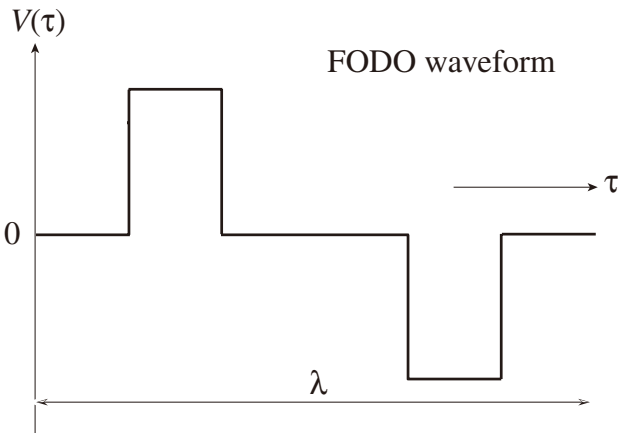


Fig. 2 ポールトラップの四重極電極に与える電圧波形  $V(\tau)$  の一例。加速器の FODO ラティスに対応している。

空間密度を制御する必要がある。この目的のため、最終的にはレーザー冷却法[13]を応用する予定である。レーザーによって励起された個々のイオンは元の状態に戻る際フォトン放出するので（誘起蛍光）、この方法は温度コントロールだけでなく、プラズマのプロファイル計測にとっても都合がよい。一方、加速器の“チューン”に対応するパラメータも可変でなければならない。密度制御に比べて、プラズマのチューンを変えるのは簡単である。単に、高周波の電圧や周波数を調整すればよい。通常のポールトラップでは、電圧  $V(\tau)$  の時間変化として正弦波型が用いられる。すなわち、高周波の波長を  $\lambda$  とし、 $V(\tau) \propto \cos(2\pi\tau/\lambda)$  である。それでも様々なビーム物性研究が原理的に可能であるが、加速器のラティス構造に依存する効果を調べたい場合は  $V(\tau)$  の波形をパルス状にする。Fig. 2はその一例で、最も基本的なビーム集束ラティス（“FODO ラティス”と呼ばれる）を模倣するために要求される電圧波形である。

最後に、念のため、円形加速器中のビーム運動を記述するハミルトニアンは式(3)よりも複雑になることを指摘しておく。円形加速器には、四重極磁石だけでなく、双極磁石が配置されているため、式(3)にはさらに数項が付加される。双極磁石は進行方向の運動と横方向の運動を結合させるため、厳密には、ベータatron振動のみを独立に取り扱うことは許されない。よって、“運動量分散”が本質的に効く現象を調べる目的にはトラップは不向きである。

### 3. 強結合ビーム物性

加速器中を運動する荷電粒子が受ける外力は一般に保存的で、個別粒子間のクーロン散乱効果が無視できる限り、エミッタンスは変化しない。つまり、ビームの“質”は、加速器に入射された時点の状態决定着である。したがって、ビームの高品質化を図るためには、何らかの人為的な散逸力を導入しなければならない。この操作を“冷却”という。冷却によって、重心系で測った実効的な

注3 Fig. 3の縦軸は共鳴の次数によって個別にスケールされており、その絶対値はさほど本質的ではない。注目に値するのは、共鳴の次数そのものである。当然のことながら、低次の共鳴ほどビームを強く不安定化する。ただし、ここで取り扱っているケースでは、外場（四重極集束力）の対称性から奇数次の共鳴が強く誘起されることはない。

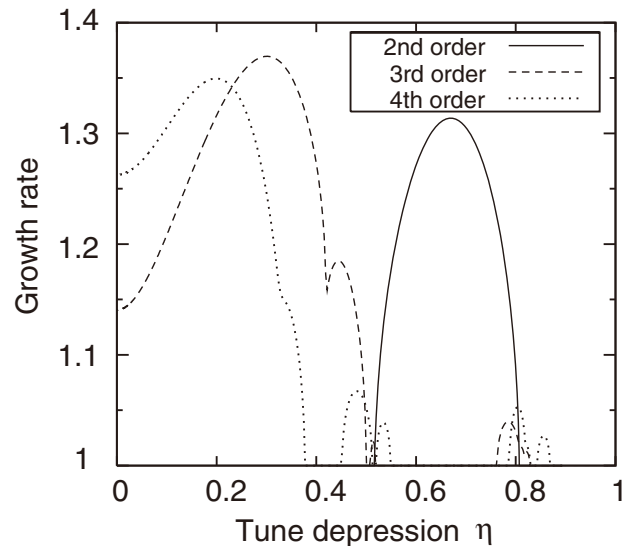


Fig. 3 ブラッソ方程式とポアソン方程式を摂動論的に解くことによって得られた、Kapchinsky-Vladimirsky 分布の共鳴不安定領域（4次の禁止帯まで表示）。ビーム集束力として、Fig. 2の FODO 型が仮定されている。単一集束周期当たりのチューンを 0.3 に設定してある。

ビーム温度は文字通り低下する。ビームは通常きわめて高温・希薄であり、クーロンポテンシャル  $\phi$  の効果は顕著に現れない場合が多いが、冷却によって低エミッタンス化されたビームはクーロン場を媒介として集団的に振る舞う。冷却を受けずとも、電流値の大きい“大強度ビーム”では空間電荷効果が無視できない。これら位相空間密度の高いビームでは、例えば、前章で触れたように、外部集束力の周期性がビーム全体のコヒーレントな振動を共鳴的に発散させてしまう可能性がある。参考のため、式(3)–(5)を数的に解くことにより得られた、KV 分布をもつビームの共鳴不安定領域を Fig. 3 にあげておく。外部集束力として、Fig. 2 に示した FODO ラティスを仮定した。縦軸は不安定性の成長率<sup>注3</sup>、横軸は“チューン降下率”と呼ばれる量で、クーロン斥力を考慮した場合の実効的なチューン  $\nu$  と単一粒子運動のチューン  $\nu_0$  の比である。すなわち、 $\eta = \nu/\nu_0$  と定義される。粒子密度が上昇すればするほど斥力の効果が強まって  $\nu$  は減少するので、 $\eta$  は必ず 1 より小さい値をとる。位相空間密度が最大になった極限（空間電荷限界）で通常のベータatron振動は消失し、 $\eta = 0$  となる。Fig. 3 は、所定のラティスでビームを輸送した場合、どの密度領域でどの次数の集団共鳴が起き得るかを予言していると言える。共鳴不安定領域の分布は、当然、ラティス構造に依存する。

$\eta = 0$  の極限まで冷却されたビームとはどのようなものか？ 答えは、ある意味で、既に実験により具体的に示されている。前節で議論した「ビーム輸送系とプラズマトラップの物理的等価性」を想起すれば、トラップ中で極低温化された非中性プラズマに起こる現象と本質的に同じことが



加速器中で再現されなければならない。ポルトラップ中のイオン群をレーザーなどを使って強く冷却する実験は各地で行われている [13]。ドップラー限界まで冷やされたイオン群は最終的に“クーロン結晶化”する。個々の粒子間に作用するクーロン斥力と人為的なプラズマ閉じ込め力が絶妙にバランスした状態で、普通の意味でのベータトロン振動やシンクロトロン振動はもはや存在しない。この究極の超高品質ビームは“クリスタルビーム”と呼ばれている [14, 15]。Fig. 4 は分子動力学シミュレーションによって得られた、典型的な連続クリスタルビームの結晶構造 (断面および上面図) である。最近京都大学に建設された小型イオンビーム蓄積リング “S-LSR” (Fig. 7 参照) [16] のラティス構造が正確に考慮されており、図中のドットは 35 keV の運動エネルギーでリングを周回する一価のマグネシウムイオンを表している。線密度が低い場合、結晶構造はひも状である。蓄積イオン数を上げると、ある閾値を超えた時点でジグザグ状に転移し、さらに高密度で殻構造を持つようになる。Fig. 4 の下図は二重殻のクリスタルビームであるが、殻の数をもっと増やすことももちろんできる。進行

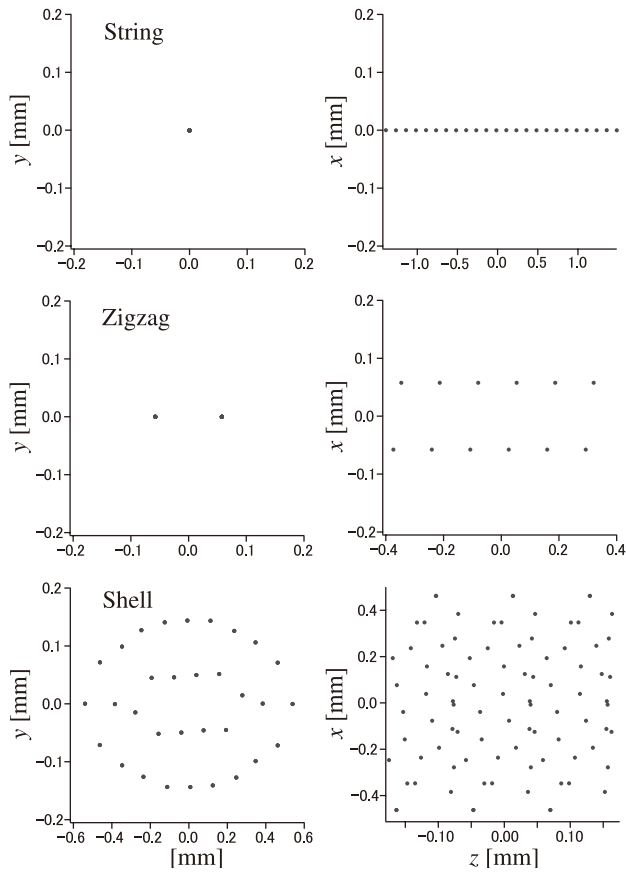


Fig. 4 典型的な連続クリスタルビームの実空間粒子分布。蓄積リング S-LSR のラティス構造を想定した分子動力学シミュレーションの結果である。各ドットは 35 keV の運動エネルギーで S-LSR を周回する一価のマグネシウムイオンを表しており、ビーム結晶化を可能にする理想的な散逸力が加えられている。また、式 (9) の条件を満足するように、ベータトロンチューンを選んである。いったん結晶状態に達すれば、散逸力を取り除いた後も、ビームは結晶構造を保ったままリングを周回する。

方向に高周波電場をかけて結晶構造をバンチさせることも可能で、Fig. 5 はその一例である。イオントラップ中のクーロン結晶は 3 次元的に閉じ込められているので、その構造はむしろ Fig. 5 に近いと考えられる。

理想的なクリスタルビームは次のような一般的性質を持つ (トラップ中のクーロン結晶も同様である) :

- (a) 横方向自由度の射影エミッタンスは (量子的な揺らぎを除いて) ゼロである。
- (b) 結晶構造は冷却力を取り除いても安定である。
- (c) 個々の粒子の運動は完全に周期的で、その周期は外部集束力の周期と一致する。

結晶化したビームを構成する  $i$  番目の粒子の横方向空間座標  $(x^{(i)}, y^{(i)})$  は

$$x^{(i)} = C_x^{(i)} D_x(s), \quad y^{(i)} = C_y^{(i)} D_y(s) \quad (7)$$

と表すことができる [17]。ここで、 $C_x^{(i)}$  と  $C_y^{(i)}$  は個々の粒子に特有の定数、 $D_x$  および  $D_y$  はすべての粒子に共通する独立変数  $s$  の周期関数である。 $x^{(i)}/x^{(j)} = C_x^{(i)}/C_x^{(j)} = \text{const.}$  ( $y$  方向についても同様) であるから、どの構成粒子の軌道もお互いに比例している。式 (7) より、 $x$  および  $y$  方向への射影エミッタンスは明らかにゼロである。

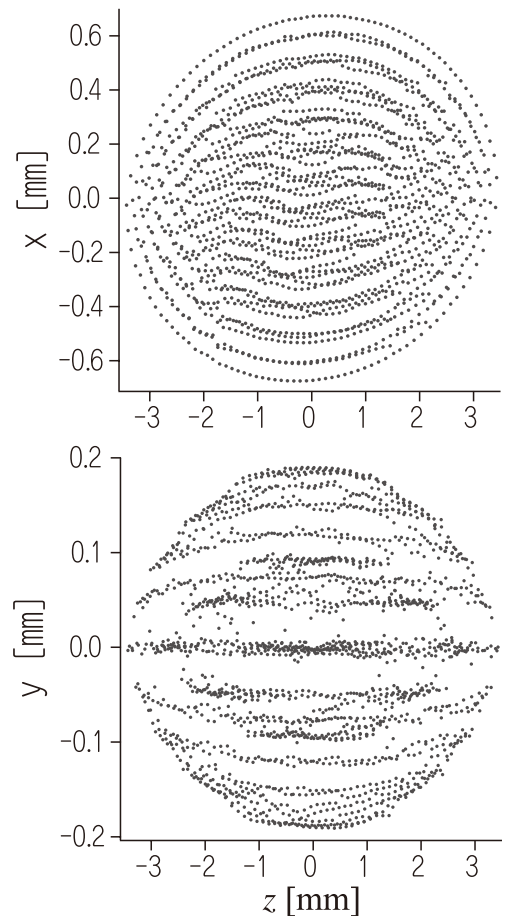


Fig. 5 2,000 個のイオンから成る、典型的なバンチされたクリスタルビームの実空間粒子分布 (上面および側面図)。シンクロトロンチューンは 0.15 である。高周波電場を加えてビームをバンチしたこと以外、Fig. 4 のケースと全く同じパラメータが想定されている。

古典的な一成分プラズマの相転移を特徴づけるパラメータとして、いわゆる“クーロン結合係数”がしばしば用いられる。プラズマ温度を  $T$ 、粒子間の平均距離を  $2d$ 、ボルツマン定数を  $k_B$  とすると、その定義は

$$\Gamma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d k_B T} \quad (8)$$

である。標準的な理論によれば、クーロン結晶の  $\Gamma$  は170程度以上の値をとる [18]。式 (8) は加速器ビームの相転移に対してもそのまま適用できる。ただし、温度の定義に注意が必要である。熱力学的な温度は本来“ランダムな”運動成分のエネルギーから評価されるべきである。ビーム（あるいはトラップ中の非中性プラズマ）の受ける集束力が一様かつ不変であれば、単純に各粒子の運動量の二乗平均から  $T$  が計算できる。高温領域ではこの単純な定義で問題ないが、実際の集束力は周期的に変動しているため、強結合状態 ( $\Gamma \geq 1$ ) に近づくと不都合が生じる。例えば、Fig. 4 の殻構造クーロン結晶の温度を個々のイオンがもつ運動量の二乗平均から算出すると 1 K のオーダーとなり、 $\Gamma$  の値も 1 程度になってしまう。線密度を上げれば上げるほど運動エネルギーの単純平均は上昇し、クーロン結晶化しているにもかかわらず、 $\Gamma$  はますます小さくなる。これは、 $T$  を評価する際に“秩序的な”運動成分のエネルギーを除外しなかったことに起因している。外場が時間的に揺れているため、結晶状態に到達した後も、ビームは全体として秩序的に脈動する。この規則的な振動運動の寄与を取り除いた上で正しく  $T$  を計算すれば、クーロン結晶がもつ  $\Gamma$  は外場の状態に依らず非常に大きな値をとることがわかる [19]。

さて、イオントラップでクーロン結晶化が実現されている以上、加速器中のイオンビームも同様の方法を使って超高品質化できると思いたくなる。だが、世の中そう甘くはない。まず、ビームは高速で運動しているため、冷却用のレーザーを絶えず照射し続けることができない。結局、軌道を閉じた形にして（換言すれば、蓄積リング中を周回させて）、ビームがレーザーの通っている場所に短時間で戻ってくるよう工夫する必要がある [20, 21]。こうすることで、イオンは周回毎にレーザーと相互作用できる。しかしながら、この工夫で直接冷却できるのは、明らかにビームの進行方向自由度だけである。ドップラーレーザー冷却力は原理的にフォトンの進行方向にのみ働くので、横方向自由度の直接冷却はビームが走っている限り困難である。イオン密度が十分に高ければ、クーロン衝突による横方向自由度の間接冷却効果が期待できるが、一般的なビームは非常に高温・希薄である。したがって、間接冷却の効率は通常きわめて悪い。第二の問題は、共鳴の存在である。ポルトラップの場合、高周波一周周期当たりのチューンを小さく設定するのは全く容易であるが、一般的な加速器がもつ単一周周期構造当たりのチューンはトラップと比べてかなり大きい。特定の周期構造を  $N$  個つないで構成した蓄積リングを一周した際のチューンが  $\nu_0$  のとき、

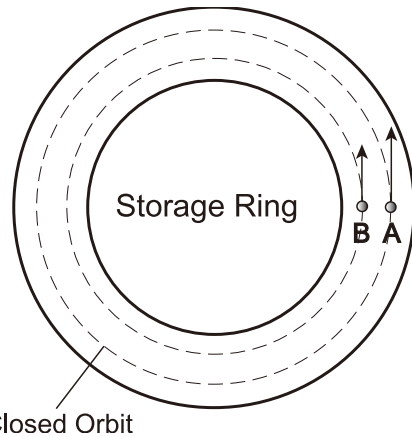


Fig. 6 双極磁石がクリスタルビームに与える分散効果。軌道長の差を補償するため、粒子Aは粒子Bよりやや大きな平均速度をもつ必要がある。

$$4\nu_0 < N \quad (9)$$

が満たされていないリングでは冷却の過程で線形の集団パラメータ共鳴が必ず起こる [22]。線形共鳴による不安定性は非常に強く、これを克服してビームを結晶状態までもって行くのはほとんど不可能である。第三の問題は（実はこれが一番厄介なのであるが）、ビーム軌道を閉じたものにする必要上、蓄積リングには双極磁場が点在しているという事実である。双極磁場の存在により運動量分散が生じる。即ち、粒子が磁場で偏向される際、その曲率半径が粒子のもつ運動量に依存することになる。このような効果は、上述したように、イオントラップには無い。運動量分散がもたらす不都合を模式的に示したのが Fig. 6 である。クリスタルビームを形作っている個々の粒子の空間的配置は変化しないので、図の粒子 A は常に粒子 B の外側を周回する。したがって、粒子 A の閉軌道長は粒子 B のそれよりも幾分長くなる。一方、結晶構造が維持されるためには、両粒子の周回時間が等しくなければならない。というわけで、クーロン結晶化したビームでは、リングの中心から遠い場所に位置する粒子ほど速く走っている [23]。ところが、レーザーによる散逸力も含め、通常のビーム冷却力はすべての粒子の運動量を一致させるように働く。ビーム温度が高い間はこれで何の問題も生じないが、粒子分布の秩序化が始まる段階になると、それまで冷却力として作用していた力が一転加熱源になってしまうのである。よって、安定なクリスタルビームを実現するには、特殊な冷却力が必要である [24]。Fig. 4 や Fig. 5 にあげたシミュレーションでは、クリスタルビームの分散的性質に適合した理想的な散逸力が仮定されている。個々の粒子の重心系における運動エネルギーを単純にゼロに近づけても、水平方向に広がりをもつクーロン結晶を安定に形成することはできない。

#### 4. ビーム冷却実験

前節で列挙した理由、とくに運動量分散の存在により、クリスタルビームの生成は非常に困難と考えられている。

直径 10 cm 強のリング状のポルトラップ中でクーロン結晶を走らせる実験の成功が報告されてはいる[25]。だが、粒子の運動エネルギーは数 eV 以下で、分散効果がほとんど無視できる条件での話である。実際、運動エネルギーを少し上げただけで、結晶はたちまち崩壊してしまう[26]。いうまでもなく、蓄積リング中のビームは圧倒的に高いエネルギーをもっており、強い運動量分散に絶えずさらされている。1990年代に、ドイツのグループ[20]とデンマークのグループ[21]が周長40 m程の蓄積リングを使って、ドップラーレーザー冷却法によりクリスタルビームの実現を目指したが、成功しなかった。使用された2台のリングはいずれも似通ったラティス構造をしており、運動量分散云々以前の問題として、条件(9)を全く満たしていなかったことが第一の要因である。また、予想通り、横方向自由度の冷却効率が悪かったこともビームの極低温化を妨げた。冷却が進んで結合係数  $\Gamma$  が1のオーダーに近づくと、ランダムなクーロン散乱が熱源となる。その加熱率を上回る冷却効率が達成できなければ、リングが他の必要条件をすべて満たしていたとしても、ビームを結晶化するのは不可能である。

最終的な目標には到達できなかったが、一自由度だけとはいえ、蓄積リング中で高速運動するビームを実際にレーザー冷却して見せたヨーロッパグループの功績は大きい。結果として様々な困難に遭遇してしまったのは、超高品質ビームの物性に対する当時の理解が不十分であったことに因る。この10年ほどの間にビーム相転移に関する理論的研究は大きく進歩し、問題の所在がほぼ明らかとなっている。近年の研究成果を可能な限り踏まえた上で設計されたのが、Fig. 7に示した蓄積リング“S-LSR”である。このリングは癌治療用の小型粒子線発生装置の一部として開発され、質の悪いイオンビームを電子冷却する実験が現在行われている。高品質ビームを安定に維持する工夫が施されており、先のヨーロッパのビーム冷却リングに比べ、優れたラティス構造をもっている。例えば、条件(9)を満足させることが可能である。また、本来の目的からは外れるが、

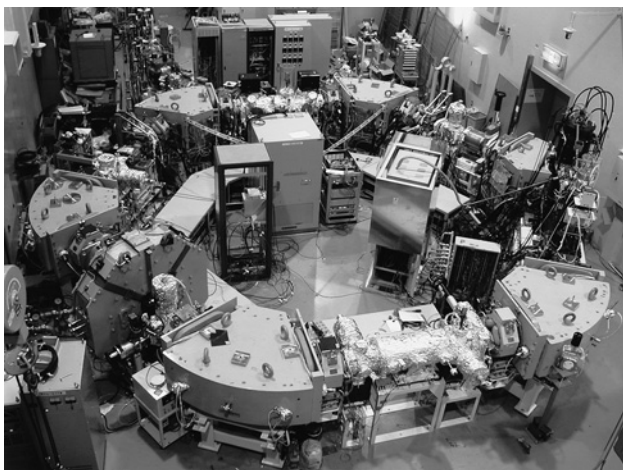


Fig. 7 京都大学化学研究所に建設された Small Laser-equipped Storage Ring (S-LSR)。周長は 22.6 m で、単位ラティスを 6 つ接続した構造になっている ( $N=6$ )。

レーザー冷却システムの導入も検討されている。ビームの超高品質化を実現するにはレーザー散逸力を 3 次元化しなければならないが、その目的のため“共鳴結合法”[27]を適用する。これにより、進行方向自由度のレーザー冷却力を横方向へ拡張することができ、史上最も質の高いイオンビームが早晚実現されるだろう。最近の分子動力学シミュレーション[28]によれば、到達可能な規格化二乗平均射影エミッタンスはすべての自由度で  $10^{-10} \text{ m}\cdot\text{rad}$  以下である。蓄積イオン数を非常に小さくした場合、射影エミッタンスは  $10^{-12} \text{ m}\cdot\text{rad}$  のオーダーに達すると予想され、ビームの実空間形状は Fig. 4 上図のひも型になる。中図のジグザグ型と同等の形状をもつビームの生成も期待できる。しかしながら、運動量分散効果のため、殻構造をもつクリスタルビームの実現は依然として非常に難しい。この問題を解決するため、S-LSR にはきわめてユニークな工夫が施されている。ビーム軌道の偏向部（つまり、双極磁石の磁極間）に、設計軌道に沿って、平行平板電極が設置されているのである[16]。この特殊な偏向電極を使えば、理論上、線形の運動量分散効果を完全に抑制することができる[29]。このような構造をもつ蓄積リングは過去に例がなく、高品質ビーム物性に関する興味深い実験データが今後数多く生産されるものと期待されている。

## 5. 結び

少しでも質の高い道具を使いたいと考えるのはユーザーの立場として全く自然であり、ビームの性能に対する要求は今後もますます高度化していこう。一方で、ある特定の性能（エミッタンス、エネルギー、強度、等）を極限まで追求すると、その反作用が必ず生じる。この解説に登場した空間電荷効果は、低エミッタンス化の過程で必然的に起こる集団現象である。ビームの大強度化や超高エネルギー化を目指せば、そこでまた厄介な物理現象に直面する。ビーム（あるいは加速器）の高性能化や汎用化を求める社会的傾向は、結局、基礎研究の重要性に光を当てることにつながる。こうして誕生したのがビーム物理であり、アメリカ物理学会では20年も前に“Division of Physics of Beams”が設立され、活発な運動を展開している。日本物理学会も今年の年会から“ビーム物理領域”を発足させた。ビームの応用範囲はきわめて広いと、新領域は分野横断的な性格をもつ。まだまだ一般には馴染みの薄い新興分野であるが、ビームや加速器の研究に携わっている人、ビームを使って仕事をしている人、これから使ってみよう人、等々が集って相互に交流する機会が与えられたことにより、関連領域の発展に拍車がかかって欲しいと願っている。とくに、ビームと似通った荷電粒子多体系を取り扱うプラズマ物理分野との交流は、双方にとってプラスになる部分が多いと信じて疑わない。現に、ここまで力説してきたように、高品質ビームの物性と非中性プラズマの物性との間には多くの共通点がある。プラズマ物理とビーム物理、双方が積み上げてきた知識と経験を賢く抽出して融合できれば素晴らしいと思う。

## 参考文献

- [1] 非中性プラズマに関する解説として、以下の2つを挙げておく。毛利明博：「非中性プラズマの最近の研究」プラズマ・核融合学会誌 **77**, 213 (2001)；際本泰士：「非中性プラズマ科学への期待」プラズマ・核融合学会誌 **79**, 1249 (2003)。
- [2] B. Zotter and S. Kheifets, *Impedance and Wakes in High-Energy Particle Accelerators* (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1998, ISBN 9810226268) and references therein.
- [3] A. Chao, *Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators* (John Wiley & Sons, Inc., 1993, ISBN 0-471-55184-8) and references therein.
- [4] I.M. Kapchinsky and V.V. Vladimirsky, *Proceedings of the International Conference on High Energy Accelerators*, CERN, Geneva, 1959, p.278.
- [5] I. Hofmann *et al.* Particle Accelerators **13**, 145 (1983).
- [6] H. Okamoto and Y. Yokoya, Nucl. Instrum. Methods A **482**, 51 (2002).
- [7] 例えば、以下を参照：P.K. Ghosh, *Ion Traps* (Oxford Science Publications, Oxford, 1995) and references therein.
- [8] H. Okamoto and H. Tanaka, Nucl. Instrum. Methods A **437**, 178 (1999); H. Okamoto, Hiroshima University Report HUBP-01/98 (1998).
- [9] その後、プリンストン大学の研究者が本質的に同じアイデアを再度提案した：R.C. Davidson, H. Qin and G. Shvets, Phys. Plasmas **7**, 1020 (2000).
- [10] E.P. Gilson, R.C. Davidson, P.C. Efthimion and R. Majeski, Phys. Rev. Lett. **92**, 155002 (2004).
- [11] R. Takai, H. Enokizono, K. Ito, Y. Mizuno, K. Okabe and H. Okamoto, Jpn. J. Appl. Phys., *in press*.
- [12] H. Okamoto, Y. Wada and R. Takai, Nucl. Instrum. Methods A **485**, 244 (2002).
- [13] イオンのレーザー冷却については、例えば、次の解説およびその参考文献を参照されたい：占部伸二：「レーザー冷却イオンの周辺技術と応用」プラズマ・核融合学会誌 **81**, 755 (2005).
- [14] J.P. Schiffer and P. Kienle, Z. Phys. A **321**, 181 (1985); A. Rahman and J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. **57**, 1133 (1986).
- [15] J. Wei, X.-P. Li and A.M. Sessler, Phys. Rev. Lett. **73**, 3089 (1994).
- [16] A. Noda, Nucl. Instrum. Methods A **532**, 150 (2004).
- [17] H. Okamoto, Phys. Plasmas **9**, 322 (2002).
- [18] S. Ichimaru, Rev. Mod. Phys. **54**, 1017 (1982).
- [19] H. Okamoto, S. Ochi and Y. Yuri, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 2099 (2005).
- [20] S. Schröder *et al.* Phys. Rev. Lett. **64**, 2901 (1990).
- [21] J. S. Hangst *et al.*, Phys. Rev. Lett. **67**, 1238 (1991).
- [22] Y. Yuri and H. Okamoto, Phys. Rev. ST Accel. Beams **8**, 114201 (2005).
- [23] J. Wei, H. Okamoto and A.M. Sessler, Phys. Rev. Lett. **80**, 2606 (1998).
- [24] H. Okamoto and J. Wei, Phys. Rev. E **58**, 3817 (1998).
- [25] T. Schätz, U. Schramm and D. Habs, Nature (London) **412**, 717 (2001).
- [26] U. Schramm, M. Bussmann and D. Habs, Nucl. Instrum. Methods A **532**, 348 (2004).
- [27] H. Okamoto, A.M. Sessler and D. Möhl, Phys. Rev. Lett. **72**, 3977 (1994).
- [28] Y. Yuri and H. Okamoto, Phys. Rev. Lett. **93**, 204801 (2004).
- [29] M. Ikegami *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **7**, 120101 (2004).

## 用語解説

## エミッタンス

ビームが6次元位相空間 ( $\mu$ -space) 上で占有する体積に相当し、クーロン衝突を無視する近似で保存する。エミッタンスを特定の空間自由度に射影したものを“射影エミッタンス”と呼ぶ。例えば、 $x$  方向の射影エミッタンスは、座標  $x$  とそれに共役な運動量  $p_x$  によって張られる位相平面上でビームが占有する面積として定義される。射影エミッタンスは保存するとは限らない。加速器分野ではしばしば、この射影エミッタンスを単にエミッタンスと称している。また、粒子軌道が設計軌道となす角度  $dx/ds$  を共役運動量として採用する場合が多く、このときエミッタンスの単位は  $m \cdot rad$  となる (実際、ハミルトン系 (3) において、 $p_x = dx/ds$ ,  $p_y = dy/ds$  である)。このように定義されたエミッタンスはビームが加速を受けると断熱減衰してしまうため、ローレンツ因子  $\beta\gamma$  ( $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  である) を乗じて補正する。これを“規格化”という。

## 空間電荷効果

ビーム構成粒子の電荷に起因する集団現象のうち、環境体の存在に無関係な効果を総称している。典型的な空間電荷効果として、コヒーレント共鳴不安定性やビームハロー形成などがあげられる。

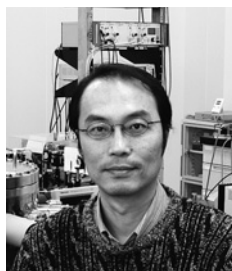
## 航跡場

残留ガスとの散乱などによるビーム損失を最小限に抑えるため、加速器内部は超高真空状態に保たれている。真空容器は通常金属製で、荷電粒子ビームはそれを取り巻く壁の形状や材質によって決まる複雑な電磁場を常に引きずって走っている。このビーム通過後に残る電磁場を“航跡場 (wake field)”と呼ぶ。航跡場がビームに与える平均的な力は“航跡場関数 (wake function)”によって特徴付けることができる。また、航跡場関数のフーリエ変換を“結合インピーダンス (coupling impedance)”と呼ぶ。

## 共鳴結合法

1次元的な散逸力の多次元化を実現するため、文献[27]で初めて提案された。まず、線形の結合ポテンシャルを導入して、直接散逸を受ける自由度と他の自由度を人為的に相関させる。次に、パラメータを調整して、これら2つの自由度間に差共鳴を誘起する。蓄積リングの場合であれば、2自由度のチューンの差が整数になるようにすればよい。この単純な操作により、直接散逸を受けていない自由度の間接的な冷却効率を著しく高めることができる。第3の自由度における冷却効率も同様の操作で向上することが可能である。





おかもと ひろみ  
岡本 宏己

1989年京都大学大学院理学研究科修了。翌年、京都大学化学研究所原子核科学研究施設助手。米国メリーランド大学、ローレンスバークレー研究所、欧州共同原子核研究機構(CERN)の客員研究員を経験後、1998年広島大学大学院先端物質科学研究科に異動、現在に至る。教授。専門はビーム物理学、加速器。ここ10年程は、空間電荷効果、ビーム相転移、ビーム冷却などに関する理論的・実験的研究を行っている。