



講座

誰にでもわかるトラスプラズマの輸送現象

2 . 新古典輸送 ー粒子軌道からの理解ー

横山 雅之

(核融合科学研究所)

Neoclassical Transport - Based on the Characteristics of Particle Orbits -

YOKOYAMA Masayuki

National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292, Japan

(Received 19 July 2000)

Abstract

Neoclassical transport properties (particularly particle diffusion and bootstrap current) in toroidal magnetic configurations are intuitively explained based on particle orbit properties. The particles trapped in magnetic mirrors which exist inherently in toroidal geometry can enhance particle diffusion across the magnetic field as compared with classical diffusion in a uniform magnetic field. The variation of trapped particle orbits and the role of the radial electric field in a non-axisymmetric torus are also remarked. The bootstrap current, which has been identified to be in good agreement with the neoclassical prediction, is simply explained in an axisymmetric geometry based on the particle picture.

Keywords:

effective collision frequency, step size, random walk process, classical diffusion, particle orbit, toroidal drift, banana particle, helically trapped particle, super-banana particle, radial electric field, poloidal angular frequency, bootstrap current

1 . はじめに

プラズマの輸送とは、粒子そのもの、また、エネルギーや運動量の移動現象のことを指します。具体的には、粒子拡散、エネルギー拡散、プラズマの流れ、電流生成などがあげられます。粒子軌道とクーロン2体衝突だけで決まる輸送現象を古典輸送、あるいは新古典輸送と言います。古典輸送は粒子のラーモア運動に起因するもので、新古典輸送は案内中心軌道と磁場ミラーの存在（これらについては後で説明します）によって起こるものです。

新古典輸送理論の構築は、1962年に Pfirsch と Schlüter が、トラス配位において MHD 平衡を実現するために必要な平衡電流が存在することによって拡散係数が古典拡散よりも大きくなることを示した[1]ことから始まっ

author's e-mail: yokoyama@nifs.ac.jp

たと言えます。また、Galeev と Sagdeev によって1968年に、トカマクの低衝突周波数領域においてさらに粒子拡散係数が大きくなることが示されています[2]。その後も数多くの研究者によって新古典輸送理論は体系化されてきています。

トラス磁場配位によるプラズマ閉じ込め実験では、新古典輸送理論においては考慮されていない電磁場揺動が存在し、これによって様々な集団運動、強い非線形現象が観測されています。そして、磁場を横切る方向の粒子や熱の輸送は電子に対してもイオンに対しても新古典輸送理論の予測よりはるかに大きいものとなっています。このような、粒子軌道とクーロン2体衝突だけでは記述されない輸送全般を異常輸送と呼んでいます。異常輸送については本講座の3章(Vol.76-12)で述べられま

す。一方、新古典粒子拡散に起因する電流としてブートストラップ (BS) 電流の存在も新古典輸送理論に基づいて予測され [3, 5], こちらはトカマクやヘリカル系においてその予測によく一致する実験結果が得られています [6, 8]。BS 電流は自発的に流れるので自発電流と呼ばれることもあります。外部電流駆動の必要性を減らすことができるという観点から、トカマクの定常化に向けて BS 電流を活用する方向で研究が進められています [9]。ヘリカル系のような非軸対称トーラスにおいては、BS 電流は磁場構造や径電場、衝突周波数に依存し、その大きさや向きの制御が様々に変化します [10]。この自由度を活用して、プラズマ閉じ込めに対する BS 電流の影響に関する実験的研究が進められています [8, 11, 12]。

総じて、磁力線に平行方向の電流や電気伝導度は新古典輸送理論の予測とよい一致を示していますが、磁場を横切る方向の輸送は異常輸送によって支配されていると言えるようです。このように、新古典輸送理論は残念ながら、磁場を横切る方向の輸送に関する実験結果からは少し隔たっていますが、新古典輸送の大きさを把握しておくことは、異常輸送の大きさを把握する上でも重要であると考えられます。実際にトーラスプラズマの輸送解析を見ると、例えば電子の熱拡散係数などの、新古典輸送の大きさと実験値との比較がなされていることに気づかれるでしょう。

このような観点から、新古典輸送を理解しておくことは、トーラスプラズマの輸送現象を理解する上で基本的かつ重要であると考えられます。新古典輸送理論に関しては、数々の優れたレビュー、あるいは教科書の文献が存在しています (例えば [13, 19] など) が、この章では、それらを読み始めるにあたって最低限必要であろうと思われる、粒子軌道の性質とそれに基づく拡散現象についての記述に力点を置きます。特に、磁場ミラーが存在するトーラス磁場配位中での粒子軌道の特性、磁場配位の対称性が存在しないことによる粒子軌道の振る舞いの多様化、粒子軌道に対する径方向電場の効果について説明します。そして、これらの粒子軌道に関する基本的理解に基づいて、新古典粒子拡散についての直感的理解ができるように説明を試みます。さらに、BS 電流についても、軸対称トーラスを例にとりて粒子軌道の観点から説明します。

2. 粒子軌道と粒子拡散

2.1 粒子拡散の基本的考え方

拡散を考える場合には、様々な速度を持った粒子の集

合を考えます。無衝突の場合には、磁場の不均一性によるドリフト (次章で詳しく説明します) を受けるために距離 Δ だけ磁気面からずれる周期的な軌道を描くと考えてその周波数を ω とします。また、このような周期軌道を描く粒子は速度成分比で分類できるので、その速度空間内での割合を F としましょう。粒子の特徴的周期運動は、ピッチ角 ($\theta_V, \cos \theta_V = v_{\parallel}/v$) を用いて定義されるので、上記の粒子の割合 F はピッチ角分布の割合と考えることができます。したがって、粒子のピッチ角が F 程度変化すると特徴的周期運動が変化することになります。衝突によるピッチ角の変化を速度空間内のランダムウォークと考えると、実効的に粒子の周期運動を変化させる実効衝突周波数 ν_{eff} は、衝突周波数 ν (ピッチ角を90度程度変化させる周波数) を用いて $\nu_{\text{eff}} = \nu/F^2$ となります。ここで F^2 となるのは、衝突による速度空間内での粒子分布の変化が、四方八方へ変化する拡散型であるためです。 $F \leq 1$ なので、 $\nu_{\text{eff}} \geq \nu$ となります。 ν_{eff} が ω より小さい ($\nu_{\text{eff}} \ll \omega$)、つまり、実効的衝突を受けるまでの間に周期軌道を完結できる場合には、周期運動を繰り返した後に、速度空間内のピッチ角散乱によって新しい相関のない軌道へと実空間内の散乱を受けます。したがって、これらの粒子は衝突周波数 ν_{eff} とステップサイズ Δ で特徴づけられるランダムウォークを実空間上で行うことになり、その拡散係数 D は $D \sim (\text{関連する粒子の割合}) \times (\text{実効衝突周波数}) \times (\text{ステップサイズ})^2 = F \nu_{\text{eff}} \Delta^2$ と評価されます。「粒子の拡散」とは、磁気面からの粒子軌道の逸脱の度合いを表す指標であると言えます。ステップサイズの2乗を考えているので、粒子軌道が磁気面からプラズマの中心部の方向へ逸脱したとしても、拡散係数に寄与します。拡散係数が大きいからといって、粒子がプラズマから逃げていく方向ばかりに移動していることを表しているのではないことに注意する必要があります。また、衝突の相手としては同種粒子 (例えばイオンに対してイオン)、異種粒子 (例えばイオンに対して電子) があり、衝突周波数もそれぞれで異なりますが、本章ではこれらの詳細については考えず、典型的な衝突周波数の大きさを見積もる場合には水素イオンの粒子群を考えることにします。

2.2 一様磁場中での粒子拡散 (古典粒子拡散)

まず、磁場に垂直方向の古典拡散について考えます。古典拡散とは、一様磁場中において、粒子のラーモア回転とクーロン2体衝突のみで決まる拡散を指します。荷電粒子は磁力線に巻き付いて運動する性質を持っていますが、この旋回運動をラーモア回転、旋回半径をラーモ

ア半径と言います．また，旋回運動の中心を案内中心と呼びます．Fig. 1 のように一様磁場 B が印加されたプラズマを考えましょう．荷電粒子は他の粒子との衝突を受けない限り，ラーモア運動をしながら磁場 B に沿って自由に動くことができます．しかし，衝突を受けると粒子は磁場に垂直方向に移動します．粒子はラーモア運動を続けますが，衝突によって運動の方向が変化し，その案内中心の位置が変化するのであります．ピッチ角の変化による磁場に垂直方向の速度成分の変化によってラーモア半径も変化しますが，これはこの過程にとって本質的ではないので，ここでは考慮しないでいきます．このような衝突が続いて起こる場合，Fig. 1 に示されているように，案内中心は実空間上で磁場に垂直方向に移動していきます．衝突周波数(ν)は粒子のラーモア回転の周波数(サイクロトロン周波数)よりもずっと小さく，ラーモア軌道を描ける状況を考えています．この移動のステップサイズはラーモア半径 ρ です．この場合，速度空間中のある領域の粒子のみがこの過程にかかわるのではなく，全粒子がかかわります．したがって $F=1$ となりますが，このことは，クーロン衝突が，まれにしか起こらない90度散乱を通してではなく，微小角散乱を通してこの過程に対して影響を及ぼしていることを意味しています．以上の考慮により，磁場に垂直方向の拡散係数(古典拡散係数) $D_{cl} = \nu \rho^2$ が得られます．

2.3 トーラス磁場中での粒子拡散(新古典粒子拡散)

磁場ミラーが存在する場合には，磁場ミラーで反射を受ける粒子(捕捉粒子)が存在するようになります．この「捕捉」は，「磁場配位に閉じ込まれる」という意味ではなく，「磁場ミラーに捕えられる」という意味です．捕捉粒子は，磁力線に沿った運動が制限され，古典輸送とは大きく異なった性質の輸送を引き起こします．これが新古典輸送です．新古典輸送理論とは，磁場ミラーが存在するプラズマ中での捕捉粒子軌道とそれが引き起こす輸送現象との関連を明らかにする理論であると言えます．Fig. 1 のようなプラズマをトーラス(ドーナツ状)にすると，トーラス内側で磁場強度 B が大きくなり，トーラス外側で B が小さくなります．ヘリカル系配位では，ヘリカルコイルとの遠近によっても B の変化が生じます．これらの B の変化が磁場ミラーを形成するのであります．以下では，軸対称配位，ヘリカル系配位における捕捉粒子軌道の特徴について述べ，その捕捉粒子軌道が引き起こす拡散について，軌道との関連に基づいて直感的に理解できるように説明を試みます．もちろん，詳細な議論のためには系統的な記述を行う必要があり，それらにつ

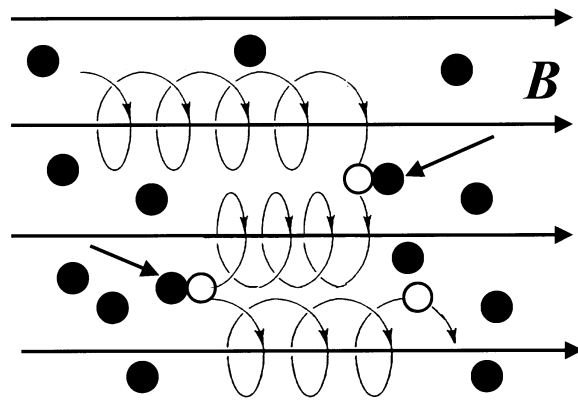


Fig. 1 Diffusion of a charged particle (open circle) in a homogeneous magnetic field due to collisions with other particles (full circles).

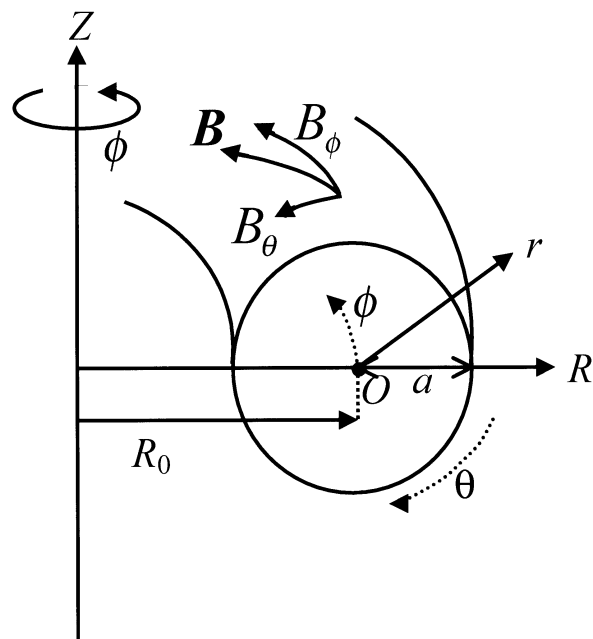


Fig. 2 Schematic view of an axisymmetric torus.

いては[18]をはじめさまざまな文献があるので，それらを参考にしてください．

2.3.1 軸対称トーラス

Fig. 2 のように，軸対称なトーラスプラズマを考えましょう．「軸対称」とは，このトーラスをどの断面で縦に切っても同じ性質を有している，という性質です．理想的なトカマクがこれに該当します．「理想的な」と断った理由は後述します．さて，Fig. 2 で， R を大半径方向， r を小半径方向(あるいは単に径方向)， ϕ (対称軸である Z 軸を取り巻く方向)をトロイダル方向， θ (プラズマ柱

の中心 O を取り巻く方向) をポロイダル方向と呼びます。 Z 軸から O までの距離を主半径 R_0 , a をプラズマ小半径, R_0/a をアスペクト比と言います。本章では, アスペクト比が十分大きい場合 ($R_0/a \gg 1$), つまり, ほっそりとしたトーラスを考えます (低アスペクト比の場合には, 磁場強度のポロイダル方向変化が簡単には表せなくなり, 解析が複雑になります。近年, 低アスペクト比トカマクの研究が活発に行われるようになってきたこともあって, この方面への新古典輸送理論の拡張も盛んに行われています。例えば [20])。Fig. 2 で, B_ϕ は ϕ 方向を向いているのでトロイダル磁場, B_θ は θ 方向を向いているのでポロイダル磁場といいます。トカマクでは, $B_\phi \gg B_\theta$ なので B は B_ϕ にほぼ等しくなっています。磁気圧に対するプラズマ圧力の大きさ (この比をベータ値と呼びます) が十分小さく, B_ϕ はトロイダルコイル (ポロイダル方向に巻かれています) が作るトロイダル磁場にほぼ等しいとすると, $B \sim B_\phi \propto 1/R$ となります。 B が大半径に反比例するというこの性質は, プラズマをトーラスにしたことによって生じるので, 磁場のトーラス性と呼ばれます。 O での磁場の値を B_0 とすると, $B = B_0 R_0 / R = B_0 R_0 / (R_0 + r \cos \theta) \sim B_0 [1 - (r/R_0) \cos \theta]$ となり, これは, B がトーラスの外側 ($\theta = 0$) で最小となり, 内側 ($\theta = \pi$) で最大となることを意味しています。磁場のトーラス性を表す r/R_0 を ϵ_t と表すことが多いので, ここでもその通例に従うことにします。

まず, 無衝突の場合の荷電粒子の軌道を考えてみましょう。トーラスプラズマでは, 木の年輪が交わることなく内側から外側へと幾重にも存在するように, 磁気面が入れ子状になって磁場配位が形成されていることが前提となっています。ある磁気面をトーラス内側 ($\theta/2\pi = 0.5$) で切って平面に展開し, その上に上記のような磁場分布を等高線として描くと Fig. 3 (a) (水平の実線) のようになります。 ϕ はトロイダル方向に 1 周して 2π です。Fig. 3 (a) はトロイダル方向 2 周分示してあります。トーラス外側 ($\theta/2\pi \sim 0$) で B が小さくなり, 内側へいくにつれて B が大きくなっている様子を表しています。ここで, 捕捉粒子と非捕捉粒子について考えましょう。運動エネルギー E を持った質量 m の粒子を考えると, ポテンシャルエネルギーを考えない場合, $E = (1/2)m(v_\parallel^2 + v_\perp^2) = mv_\parallel^2/2 + \mu B$ です。ここで, v_\parallel は磁力線に平行な速度成分, v_\perp は磁力線に垂直な速度成分です。 μ は磁気モーメントを表しています。これを v_\parallel の式として書き直すと, $v_\parallel = \pm \sqrt{2(E - \mu B)/m}$ となります。こ

こで, 符号 \pm は磁場の向きとの関係を表していて, $+$ は磁場方向, $-$ は磁場と反対方向に運動することを表しています。これは, 反射を受ける ($v_\parallel = 0$ になりうる), つまり, 磁場ミラーに捕捉される「捕捉粒子」と, 捕捉されない「非捕捉粒子」の 2 種類に分類されることを示しています。また, v_\parallel の式から反射点の B は $B = E/\mu$ で与えられますが, μ と E が保存量なので, ある捕捉粒子を考えた場合に反射点の B は一定になります。Fig. 3 (a) に, 非捕捉粒子と捕捉粒子の軌跡が示されています。非捕捉粒子は磁力線に沿ってポロイダル方向に周回します ($\theta/2\pi = 0.5$ を通過しています) が, 捕捉粒子は x で示されたポロイダル角において $v_\parallel = 0$ となり反射され, トーラス内側 ($\theta \sim \pi$) には到達できないことがわかります。速度成分の関係から考えると, $(v_\parallel/v)^2 > \epsilon_t$ の場合には非捕捉粒子, 逆の場合には捕捉粒子となります。これらの粒子の軌道をポロイダル断面 (トロイダル角一定の断面) に射影したものが Fig. 3 (b) です。プラズマの断面が単純な円であることはまれですが, この図では, プラズマの断面を平均化して単純な円に焼き直して表示してあります。この図はいろいろな文献で目にしますが, Fig. 3 (a) と併せて考えると, 磁場ミラーの存在によって軸対称トーラスではトーラス外側に捕捉粒子が存在することがよくわかると思います。Fig. 3 (b) で一番外側の点線の円は, 磁場配位の最も外側の磁気面を, そして, 内側の点線の円は粒子の出発位置が存在する磁気面を表しています。また粒子の軌道 (非捕捉粒子, 捕捉粒子の 2 種類) が実線で示されています。両粒子とも出発点は同じ (印) でピッチ角が異なります。非捕捉粒子の方がピッチ角が 0 度に近い値になっています。両粒子とも軌道を描く間に出発磁気面からずれていることがわかります。粒子拡散を評価する上でこのずれが非常に重要です。Fig. 3 (b) に示されている事柄を順に説明しながらずれを見積もってみましょう。

このずれの原因は, B の変化によって生じる ∇B 曲率ドリフト (ドリフト速度 $v_{dr} = m[v_\parallel^2 + (1/2)v_\perp^2] (|\mathbf{B} \times \nabla B|)/eB^3 = m[v_\parallel^2 + (1/2)v_\perp^2]/eR_0 B_0 \sim T/eR_0 B_0$, トーラス性によるドリフトなのでトロイダルドリフトと呼びます) です。ここで, e は電荷 (イオンは $e > 0$, 電子は $e < 0$) を表しています。トーラスの内側へ行くにしたがって磁場が大きくなるので ∇B ベクトルは常にトーラス内側を向いています。したがって, トロイダルドリフトはイオンに対しては, Fig. 2 のような B の向きの場合, 常に上を向いています。このドリフトは, 出発点で $v_\parallel > 0$ のイオンに対してはトーラス上半面では元々の磁

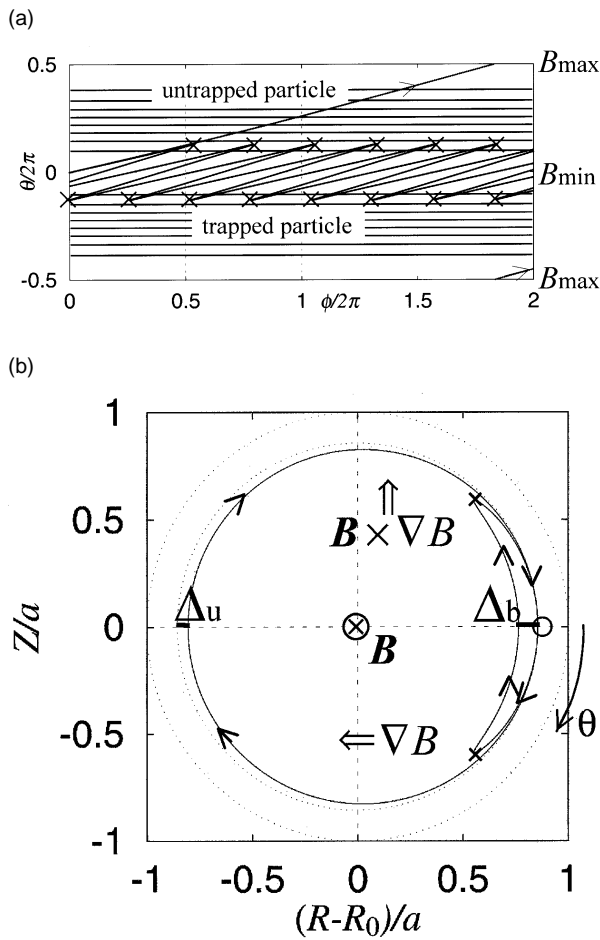


Fig. 3 (a) Guiding center trajectories are shown on (ϕ, θ) plane for an untrapped and a trapped (banana) particles. The bounce points for a banana particle are also shown with \times . The horizontal lines are contours of B , whose minimum is located at $\theta = 0$. (b) Projection of an untrapped and a trapped particle trajectory shown in (a) on a poloidal cross section with the indication of Δ_u and Δ_b . Those particles have initially $v_{\parallel} < 0$. The center of a torus (Z axis in Fig. 1) is in the left hand side of this figure. The outermost circle by dotted curve is the outermost magnetic surface and inner one is a surface from which above mentioned particles are launched. The direction of \mathbf{B} , ∇B and $\mathbf{B} \times \nabla B$ are also illustrated.

気面から外側へ逸脱させる方向，下半面では元々の磁気面に戻そうとする方向に， $\sin \theta$ の依存性 ($\partial B / \partial \theta \propto \sin \theta$ より) で働きます．図に示しているのは出発点で $v_{\parallel} < 0$ のイオンなので，これとは逆にまず下半面で内側へ逸脱し，上半面で元の磁気面へ戻る方向になっているのがわかります．

さて，非捕捉粒子について考えましょう． $\pi < \theta < 2\pi$ では元々の磁気面に戻そうとする効果を受けるので，元々の磁気面からのずれは， $\theta = \pi$ で最大となります．

$\theta = 0$ の出発点から $\theta = \pi$ までの磁力線の長さは，安全係数 q を用いておよそ $qR_0 = R_0/\iota = (B$ の最大最小の領域をつなぐ距離という意味で連結距離と呼ばれ，ミラー磁場の特性長です)，その距離を移動するのに要する典型的な時間 τ_u は， qR_0/v_{\parallel} となります．ここで回転変換 ι は，磁力線が磁気面上をトロイダル方向に1周したときのポロイダル方向の平均変移量 (2π の単位) で，磁力線の巻きの度合いを表しています．ヘリカル系でよく用いられる用語です．トカマクで用いられる安全係数 q は，回転変換の逆数です．連結距離は，例えば $\iota = 1$ なら磁力線がトーラス1周でポロイダル方向1周なので $2\pi R_0/2$ ，もし $\iota = 2$ ならばポロイダル方向に2周しているから $2\pi R_0/4$ というこで，およそ R_0/ι (π は無視して) となることがわかるでしょう．この時間の中に，トロイダルドリフト (正確にはその $\sin \theta$ 成分ですが，概算としてこの角度依存性は無視します) を受け続けるので，小半径方向のずれ Δ_u は， $\Delta_u \sim v_{dr}\tau_u \sim \rho q$ と概算できます (付録 (1) 式参照)．

次に捕捉粒子の磁気面からのずれ Δ_b を見積もりましょう．反射点間の典型的な距離は，このような捕捉粒子の存在の原因となっているミラー磁場の特性長である連結距離 qR_0 です．この距離を移動するには $\tau_b \sim qR_0/v_{\parallel} \sim qR_0/\sqrt{\epsilon_t}v$ 程度の時間が必要です．速度空間で $(v_{\parallel}/v)^2 < \epsilon_t$ がこのような粒子の存在範囲だったので， v_{\parallel} として $v_{\parallel} \sim \sqrt{\epsilon_t}v$ としています．この間に，ドリフト速度 v_{dr} を受け続けるので，この粒子の典型的な小半径方向のずれ Δ_b は $\Delta_b \sim v_{dr}\tau_b \sim \rho q/\sqrt{\epsilon_t}$ と見積もられ (付録 2) 式参照)，この値は非捕捉粒子の Δ_u と比較して， $(\sqrt{\epsilon_t})^{-1}$ 倍大きくなっています ($\epsilon_t = 0.3$ とすると，約2倍)．捕捉粒子は磁力線に沿った運動が非捕捉粒子に比べてゆっくりで (v_{\parallel} の評価の $\sqrt{\epsilon_t}$ の存在)，トロイダルドリフトを長く感じるによってずれが大きくなるのです．Fig. 3 (b)でわかるように軌道形状がバナナに似ているのでバナナ軌道と呼ばれています．この粒子の存在割合 F_b は，速度空間での考慮から $F_b \sim \sqrt{\epsilon_t}$ です．

軸対称トーラスにおける粒子軌道に関する基本的な理解を得たところで，衝突の効果を考えて，粒子の拡散について考えてみましょう．プラズマの衝突周波数は，密度に比例し，温度の3/2乗に反比例します．密度が小さくなる，また，プラズマの温度が高くなると，衝突周波数は小さくなり，それに伴って粒子は上述した無衝突の場合の軌道のように，磁場構造の詳細 (ミラー磁場の存在) を感じるようになります．また，衝突によって粒子の速度成分が変化します (エネルギーも変化しえますが，こ

ここでは簡単のため、衝突によってエネルギーは変化しない(輸送されない)としましょう。無衝突の場合に、非捕捉粒子が閉じた軌道を描くのに要する典型的な時間は $\tau_u = qR_0/v_{||}$ 、捕捉粒子の場合には $\tau_b = qR_0/\sqrt{\epsilon_t}v$ でした。おおまかに見積もって、 τ_b は τ_u より $(\sqrt{\epsilon_t})^{-1}$ 倍長いこととなります。つまり、バナナ軌道のほうがゆっくりとその周回軌道を描きます。したがって、衝突周波数の大小によって、粒子拡散を引き起こす原因となる粒子が異なってきます。 ν_{eff} が大きい、つまり、ピッチ角を大きく変えるほどの効果に至るまでの衝突が起こる典型的な時間が短い場合には、捕捉粒子は衝突によってバナナ軌道を描くことができなくなります。また、 ν_{eff} が τ_u^{-1} よりも大きくなるような場合には、非捕捉粒子ですらその周回軌道を完結することができなくなります。反対に、 ν_{eff} が小さい場合には、非捕捉粒子はもちろん、バナナ粒子もその軌道を完結できるようになります。したがって、衝突周波数領域を以下のように分類して粒子拡散を考えていくことにします。

- 1) $\nu_{eff} < \tau_b^{-1}$...バナナ粒子も非捕捉粒子も周回軌道を完結できる
- 2) $\nu_{eff} > \tau_u^{-1}$...バナナ粒子も非捕捉粒子も周回軌道を完結できない
- 3) 1), 2) の中間領域

1) この領域では、バナナ粒子も非捕捉粒子も周回軌道を完結できます。それぞれ、ステップ幅 Δ_b, Δ_u で拡散に寄与しますが、 $\Delta_b > \Delta_u$ なので、バナナ粒子による拡散が支配的になります。したがって、 $\nu_{eff} = \nu/F_b^2$ で $F_b = \sqrt{\epsilon_t}$ なので、 $\nu < \nu_{eff}^{3/2}/qR_0 \sim \epsilon_t^{3/2} v_T/qR_0 \equiv \nu_b$ を満たす衝突周波数領域であると考えられます。これまで v として特に値を指定していませんでしたが、後に典型的な数値を評価する際に温度との関連づけをしやすいように、ここで、 v は熱速度 v_T 程度であるとしてあります。 $\Delta_b = \rho q/\sqrt{\epsilon_t}$ なので、拡散係数 D_b は、 $D_b \sim F_b \Delta_b^2 \nu_{eff} = \epsilon_t^{-3/2} \rho^2 q^2 \nu$ となります。トカマクでは q が 1 より大きく、また、 $\epsilon_t \ll 1$ なので、バナナ領域の拡散係数は古典拡散の値 $D_{cl} = \nu \rho^2$ よりずっと大きくなるのがわかります [2]。

2) すべての粒子 ($F = 1$) がその周回軌道を描くことができないほどに衝突周波数が十分大きい場合です。 $\nu_{eff} = \nu$ なので、 $\nu > \nu_T/qR_0 \equiv \nu_{PS}$ の衝突周波数領域です。このような場合、ラーモア半径をステップ長、衝突時間を相関時間とする古典拡散に従うと考えてしまいがちですが、この領域でもトーラス性の影響は存在します。粒

子が常にトロイダルドリフトを受けることがその原因です。したがって、典型的なステップ長として、トロイダルドリフトが存在することを考慮して Δ_u をとると、拡散係数 $D_{PS} = \rho^2 q^2 \nu$ を得ます。 $q=3$ とすると、 D_{PS} は古典拡散係数 D_{cl} よりおよそ一桁大きくなります。この領域における拡散係数の古典拡散係数からの増大は、Pfirsch と Schlüter によって平衡電流の存在の観点からも説明がなされています [1]。

3) さて、上記 2 つの衝突周波数領域に挟まれた領域を考えてみましょう。この領域では、ドリフト近似によるブラソフ方程式から出発して拡散係数を求める方法が文献 [15] に紹介されています。その結果、拡散係数は $D_p = \rho^2 q^2 \nu_{PS}$ となり、衝突周波数への依存性がないことが示されています。粒子的描像からの説明も文献 [18, 21] でなされていますが、実際には遷移領域で、1) と 2) の領域をなめらかに接続しています。プラトー領域の範囲は、下記の参考例のように比較的狭い範囲となっています。

これらの拡散係数の衝突周波数依存性を、Fig. 4 に示します。以上の 3 つの衝突周波数領域は、衝突周波数の小さいほうから順に、バナナ領域 (Galeev-Sagdeev 領域)、プラトー領域、Pfirsch-Schlüter 領域と呼ばれています。上で出てきた諸量のおおよその値を示すために、 $R_0 = 3 \text{ m}$, $B = 1 \text{ T}$, $q = 3$, $\epsilon_t = 0.3$ の軸対称トーラスプラズマにおいて 1 keV の水素イオンを考えると、 $\Delta_b = 1.77 \times 10^{-2} \text{ [m]}$, $\Delta_u = 9.68 \times 10^{-3} \text{ [m]}$, $\nu_b \sim 5.65 \times 10^3 \text{ [1/s]}$, $\nu_{PS} \sim 3.44 \times 10^4 \text{ [1/s]}$ となります。また、 $D_p = 3.22 \text{ [m}^2/\text{s]}$ となります。

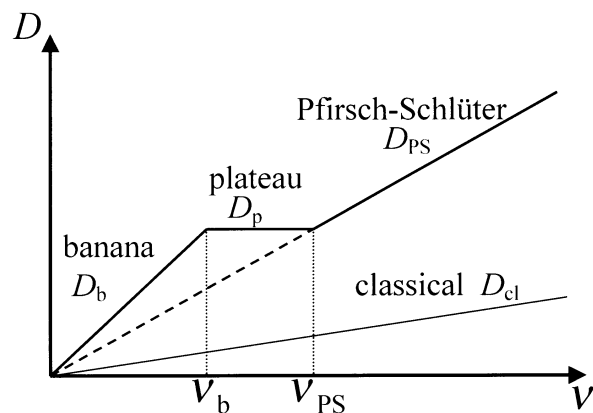


Fig. 4 The dependence of the diffusion coefficient on the collision frequency in an axisymmetric torus.

2.3.2 非軸対称トーラス

さて、非軸対称トーラスでこの新古典拡散はどのようになるのでしょうか？まず、非軸対称トーラスの代表例であるヘリカル系における磁場構造と捕捉粒子軌道との関連について調べましょう。ヘリカル系の磁場配位には様々な種類がありますが、ここでは、連続ヘリカルコイル2本によって形成される $L=2$ ヘリオトロン配位を例に取ります。LHD [22] や CHS [23], ヘリオトロン [24] がこのカテゴリに属します。ある磁気面を取り出して、その上での B の分布を表すと Fig. 5 のようになります。ここでは、トロイダル周期数が M の配位を考えているので、 ϕ 方向は $2\pi/M$ で1周期です。ヘリカルコイルとの遠近によって生じる B の変化をヘリカル性と呼び、その振幅の大きさを ε_h と表すことにしましょう。Fig. 5 には、プラズマの縦長断面 ($\phi = 0$)、横長断面 ($\phi/(2\pi/M) = 0.5$) と $L=2$ ヘリカルコイルとの位置関係も示してあります。縦長断面の内側 (A 点) では、トーラス性、ヘリカル性ともに B を大きくする寄与をしています。B 点では、トーラス性によって B は小さくなりますが、ヘリカル性によって B が大きくなっています。横長断面の内側 (C 点) では、トーラス性によって B は大きいのですが、ヘリカル性によって B が小さくなっています。D 点では、トーラス性によって B が小さい上に、ヘリカル性によってさらに B が小さくなっています。このように、 B は縦長断面の内側 ($\phi/(2\pi/M), \theta/2\pi) = (0, 0.5)$ で最大となり、横長断面の外側 ($\phi/(2\pi/M), \theta/2\pi) = (0.5, 0)$ で最小となります。また、ヘリカル性によって新たな B の極小領域 (軸対称トーラスでは、この領域は B が最大でした) が横長断面のトーラス内側 ($\phi/(2\pi/M), \theta/2\pi) = (0.5, 0.5)$ に現れています。このことは非軸対称トーラス特有の捕捉粒子の存在を示唆しており、以下ではまず無衝突の場合のそれらの性質について述べていきます。

これらの捕捉粒子は、ポロイダル方向 (実際には Fig. 5 の手前から右上を結ぶ B の谷に沿う方向ですが、ここではそのポロイダル射影を考えます) に周回できるかできないかという分類が可能です。Fig. 6 (a) に、ポロイダル方向に周回できる軌道、Fig. 6 (b) に周回できない軌道のポロイダル断面への射影を示しています。これらの粒子は、($\phi/(2\pi/M), \theta/2\pi) = (0.5, 0.5$) (図中印、非軸対称トーラス特有の捕捉粒子に注目するため) から同じエネルギーで違ったピッチ角で出発させたものです。ポロイダル方向に周回できる粒子の方がピッチ角が小さく (v_{\parallel} の割合が大きくなる) なっています。Fig. 6 (a) は一見すると、軸対称の場合の非捕捉粒子の軌道に似ていますが、拡大

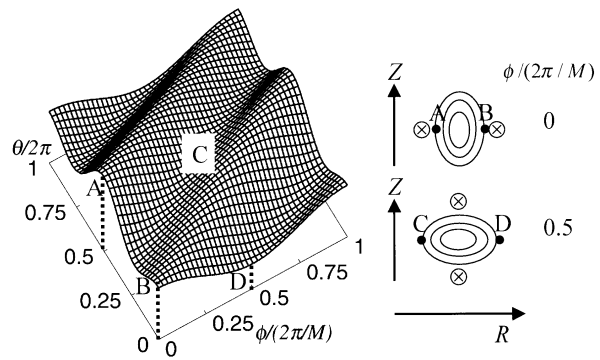


Fig. 5 The typical topography of B on a magnetic surface for an $L = 2$ heliotron. The vertically and horizontally elongated cross sections and location of $L = 2$ helical coils are also illustrated for reference.

図に示されているように、ヘリカル性の磁場ミラーによる反射を受けています。トロイダルドリフトを受け、出発磁気面からずれながら進み、ある磁気面に達します。この磁気面でも基本的には Fig. 5 と同様の B の分布になっています。Fig. 6 (a) の粒子は、C 点から図の左下、右上への B の増大を乗り越えて運動を続け、ポロイダル方向に周回できます。ところが、Fig. 6 (b) の粒子は、この B の増大を乗り越えられず (つまり、この方向の速度成分がある点で 0 となり) に反射を受け、ポロイダル方向に周回できないのです。この B の増大を引き起こしているのは、トーラス性です。(今考えている $L = 2$ ヘリオトロン配位では、プラズマの中心部へ向かうにつれてトーラス性/ヘリカル性、つまり、比 $|\varepsilon_t/\varepsilon_h|$ が大きくなる傾向にあります) つまり、ポロイダル方向に周回できる (できない) 粒子は、ヘリカル性による磁場ミラーで反射を受けながら進み、トーラス性による磁場ミラーには反射されない (される) ということになります。特に後者は、ヘリカル性の磁場ミラーに捕捉されてバナナ軌道を描くと同時に、そのバナナ軌道の案内中心がトーラス性のミラー磁場に捕捉されてバナナを描くので、スーパーバナナ粒子と呼ばれています。

ヘリカル性による ∇B - 曲率ドリフト (ヘリカルドリフトと呼ぶことにします) について考えましょう。磁気面上での B の変化によるドリフトは、 $B \times \nabla B$ によって径方向を向いていますが、その符号はヘリカル性のミラー磁場による磁場極小の位置 ($\phi/(2\pi/M), \theta/2\pi) = (0.5, 0.5)$ を中心として対称的に変化していて、ヘリカル性のミラー磁場を一往復する間に、正味打ち消されます。この様子は、Fig. 6 (a) の拡大図に示してある一往復 (太線部) からもしっかりとわかります。 ∇B は、 B

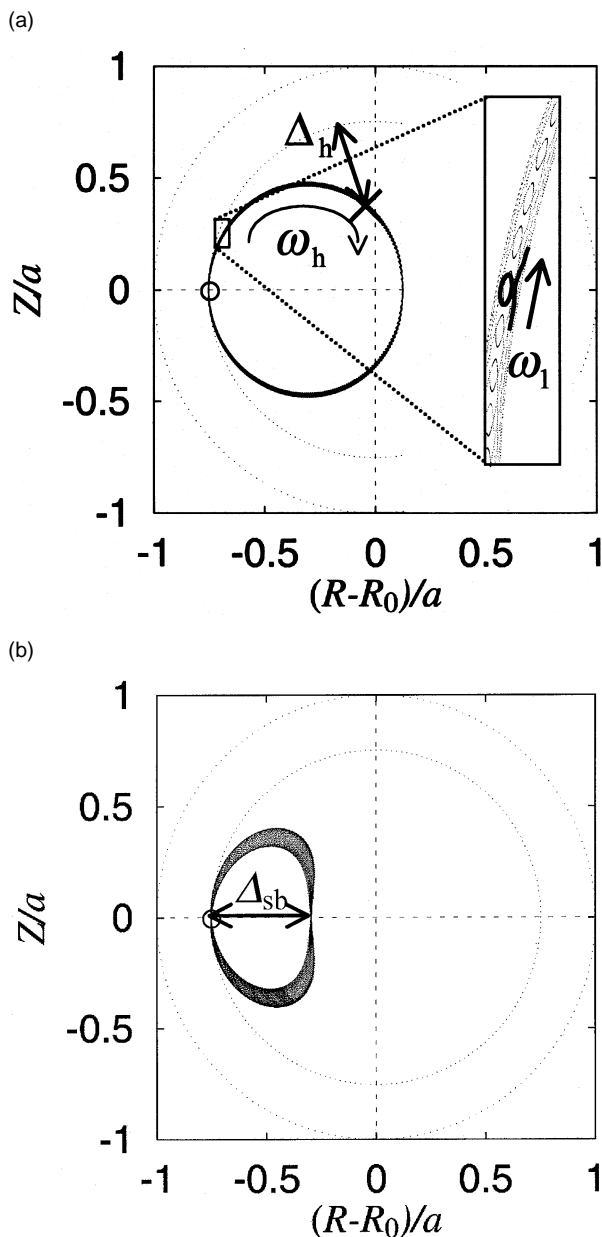


Fig. 6 (a) Projection of guiding center trajectory of a helically trapped particle (which can transit poloidally) on a poloidal cross section. The characteristic time ω_h^{-1} is required to complete its poloidal transit. The Δ_h is also indicated. The expanded picture of a trajectory is also shown to explain its bounce motion (with the poloidal angular frequency of ω_1) in a magnetic field mirror induced by $L = 2$ helical coils. One bounce motion is displayed with bold curves to indicate that the net radial excursion is cancelled for this bounce motion. (b) Projection of guiding center trajectory of a super-banana particle on a poloidal cross section. The Δ_{sb} is also indicated. The launching point is indicated with \times both in (a) and (b).

のヘリカル成分の径方向変化によって径方向の成分も有しています。これによってポロイダル方向のドリフトが生じます。その角周波数を ω_h としましょう。ポロイダル方向角周波数の観点から考えると、トロイダルドリフトのポロイダル方向成分による角周波数 $\omega_t \equiv (v_{dr}/r) \cos \theta$ (トロイダルドリフトは上下を向いていますので、ポロイダル方向にはその $\cos \theta$ 成分)と ω_h との和が 0 になるかどうかポロイダル方向に周回できるかどうかを決めます。この和が 0 にならない場合、ヘリカル捕捉粒子の案内中心はポロイダル方向に(同時にトロイダル方向にも)周回することができます。このような軌道を描く粒子の割合 F_h は、ヘリカル性の磁場ミラーに捕捉されていることから、 $F_h \sim \sqrt{\epsilon_h}$ です。この案内中心自身がヘリカル性の磁場ミラーを往復する(1反射)のに要する時間 ω_1^{-1} は、この磁場ミラーの連結距離として qR_0/M を用いると、 $(qR_0/M)/v_{||} \sim (qR_0/M)/\sqrt{\epsilon_h} v_T$ となります。したがって、ヘリカル捕捉粒子の案内中心は、角周波数 ω_1 でヘリカル性の磁場ミラーを往復運動するとともに、周波数 $\omega_h + \omega_t \sim \omega_h$ ($\epsilon_h \gg \epsilon_t$ として)程度でポロイダル方向の周回を完結することになります。このようなヘリカル捕捉粒子は、トロイダルドリフト(より正確にはその小半径方向成分)を受けながら運動するので、磁気面からのずれは、 $\omega_1^{-1}, \omega_h^{-1}$ の間にはそれぞれおよそ $v_{dr}/\omega_1, v_{dr}/\omega_h$ となります。磁気面からのずれとしてはこのように幅がありますが(前者は Fig. 6 (a)を見てもわかるように非常に小さい)、ヘリカル捕捉粒子のバナナ中心がポロイダル方向に周回する前に実効的衝突を受ける($v_{eff} > \omega_h$, 例えば Fig. 6 (a)の \times 点で衝突を受ける)と考え、磁気面からのずれ Δ_h は、 $\Delta_h \sim v_{dr}/v_{eff}$ であると考えることができます。

さて、スーパーバナナ粒子に対してはどうでしょうか?この場合、 $\omega_h + \omega_t$ がある点で 0 となり、バナナ中心が反射を受けてスーパーバナナ軌道を描きます。この反射の原因となっているのはトーラス性による磁場ミラー($\omega_t = (v_{dr}/r) > \omega_h$ の場合に $\omega_h + \omega_t = 0$ になりうるので、トーラス性の磁場ミラーが原因であると考えてもよい)ですから、速度空間におけるこのような粒子の存在領域は $(v_{||}/v)^2 < \epsilon_t$ であると考えられます。スーパーバナナ粒子がその周回軌道を描くのに要する時間 T_s と、その軌道の幅 Δ_{sb} を見積もってみましょう。ポロイダル方向と小半径方向の軌道方程式を反射点近傍で展開して見積もる方法が文献 [15] に紹介されていますが、ここではもう少し簡単に考えてみましょう。スーパーバナナ粒子の反射点の位置を (r_0, θ_0) とすると、 T_s は r_0 に対して Δ_{sb} だけずれ

る典型的な時間と考えられます。トラス性と比較してヘリカル性が強い ($\epsilon_h \gg \epsilon_t$)、この近似は $L = 2$ ヘリオトロンでは磁気軸付近では破れますが、規格化小半径 r/a で 0.2 - 0.3 より外側では有効です。場合には、ポロイダル方向の角周波数はヘリカル性によるものが支配的となり、およそ ω_h に比例すると考えられます。また、トロイダルドリフト (の小半径方向成分) を受け続けます。したがって、 δt の間に r 方向に δr 、 θ 方向に $\delta \theta$ だけ移動するとすると、それぞれ $\delta r \sim v_{dr} \delta t \sim (r_0 \omega_t) \delta t$ 、 $\delta \theta \sim \omega_h \delta t$ と表せます。 T_s の時間にこの粒子が移動する距離は、反射点の磁気面の小半径 r_0 程度であると考え、 $r_0 \sim \delta r \delta \theta$ の関係から ($\delta t \sim T_s$ として)、 $T_s \sim 1/\sqrt{\epsilon_h \epsilon_t} \omega_0$ を得ます。ここで、 $\omega_0 \equiv (v_{dr}/r)/\epsilon_t$ です。また、この T_s を用いて Δ_{sb} を見積ると、 $\Delta_{sb} \sim (r_0 \omega_t) T_s$ より、 $\Delta_{sb} \sim \sqrt{\epsilon_t/\epsilon_h} r_0$ となります。つまり、スーパーバナナ粒子の軌道の性質として、幅 $\Delta_{sb} \sim \sqrt{\epsilon_t/\epsilon_h} r_0$ 、その周回軌道の周期 T_s は $T_s \sim 1/\sqrt{\epsilon_h \epsilon_t} \omega_0$ となります。 Δ_{sb} は B には依存せず、 B を大きくしても小さくならないことが特徴です。

さて、これらの捕捉粒子はどのような拡散を引き起こすのでしょうか？それぞれの捕捉粒子の特征的周波数と ν_{eff} との比較の観点から衝突周波数領域を以下のように分類して粒子拡散を考えていくことにします。

- 4) $\nu_{eff} < 1/T_s$... スーパーバナナ粒子
- 5) $\omega_h < \nu_{eff} < \omega_1$... ヘリカル捕捉粒子
- 6) 4), 5) の中間領域

4) $\nu < \epsilon_t^{3/2} \epsilon_h^{1/2} \omega_0 \equiv \nu_{sb}$ の衝突周波数領域です。この領域では、スーパーバナナ粒子はその周期軌道を完結できます。速度空間においてスーパーバナナ粒子が存在する領域は $(v_{||}/v)^2 < \epsilon_t$ でしたから、 $\nu_{eff} = \nu/\epsilon_t$ となり、上記の ν の範囲を得ます。スーパーバナナ粒子による拡散係数は $D_{sb} = \epsilon_t^{1/2} \Delta_{sb}^2 \nu_{eff} = \epsilon_t^{1/2} (\epsilon_t/\epsilon_h) r^2 \nu/\epsilon_t = (\epsilon_t^{1/2}/\epsilon_h) r^2 \nu$ となり、 B を大きくしても小さくなりません。この拡散係数は衝突周波数に比例する特徴を持っています。

5) ヘリカル捕捉粒子に対しては、 $\nu_{eff} = \nu/\epsilon_h$ でしたから、 $\nu_{1/\nu} \equiv \epsilon_h^{3/2} \omega_0 < \nu < \epsilon_h^{3/2} v_T/(qR_0/M)$ の衝突周波数領域です。文献 15, 25 など、ヘリカル性が拡散係数に影響を及ぼし始める衝突周波数 $\nu_{eq} = \epsilon_h^{3/2} \nu_p$ が記されていますが、これは、この衝突周波数領域の上限 $\epsilon_h^{3/2} v_T/(qR_0/M)$ (M の因子の相違はあるものの) を表しています。この領域では、スーパーバナナ粒子はその周回軌道を描くことができず、ヘリカル捕捉粒子が拡散に寄与します。ヘ

リカル捕捉粒子の存在割合は $\sqrt{\epsilon_h}$ でしたので、拡散係数は $D_h = \epsilon_h^{1/2} \Delta_h^2 \nu_{eff} = \epsilon_h^{1/2} (v_{dr}/\nu_{eff})^2 \nu_{eff} = \epsilon_h^{3/2} \epsilon_t^2 \omega_0 (T/eB_0)/\nu$ となります (付録 3 式参照)。この拡散係数は ν に反比例しているのが特徴で、この領域は $1/\nu$ 領域と呼ばれています。2 節でも触れたように、衝突周波数は温度の $3/2$ 乗に反比例するので、温度が高くなると衝突周波数が小さくなり、それに従って D_h は増大することになります。一般に異常輸送による拡散が支配的ですが、このように新古典拡散が増大してくると、異常輸送のレベルに匹敵することも考えられます。したがって、この領域での新古典拡散の減少もヘリカル系磁場配位を考える上で重要な課題の一つとなっています。ヘリオトロン系配位における磁気軸の内側シフト [26, 27] もこのための方策のひとつです。

6) $\epsilon_t^{3/2} \epsilon_h^{1/2} \omega_0 < \nu < \epsilon_h^2 \omega_0$ の領域が残っていますが、ここでの拡散係数 D_{hp} は衝突周波数に依存しない性質を持っており、 D_h と D_{sb} を滑らかにつないでいます。

これらの拡散係数の衝突周波数依存性を Fig. 7 に示します。以上の 3 つの衝突周波数領域は、衝突周波数の小さいほうから順に、 ν (スーパーバナナ) 領域、ヘリカルプラトー領域、 $1/\nu$ 領域と呼ばれています。参考のため、 $R_0 = 3 \text{ m}$ 、 $a = 0.3 \text{ m}$ 、 $B = 1 \text{ T}$ 、 $\epsilon_h = 0.3$ 、 $\epsilon_t = 0.1$ (一般に $L = 2$ ヘリオトロンはアスペクト比が軸対称トラスより大きいので ϵ_t は小さくなります) の非軸対称トラスプラズマにおいて、 $T = 1 \text{ keV}$ の水素イオンを考えると、 $\omega_0 \sim 1.1 \times 10^4 [1/\text{s}]$ 、 $\nu_{sb} \sim 1.92 \times 10^4 [1/\text{s}]$ 、 $\nu_{1/\nu} \sim 1 \times 10^3 [1/\text{s}]$ となります。 $r_0 = a \text{ m}$ とすると $\Delta_{sb} = 1.73 \times 10^{-1} \text{ m}$ となり、 $\nu_{eff} = \nu_{1/\nu}/\epsilon_h$ として Δ_h の最大値を見積ると、 $\Delta_h \leq 1.0 \times 10^{-1} \text{ m}$ となります。また、 D_{hp} は $D_{hp} = 18.2 \text{ m}^2/\text{s}$ と見積もられます。

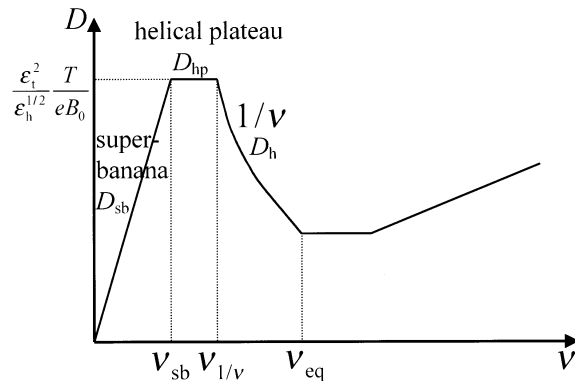


Fig. 7 The dependence of the diffusion coefficient on the collision frequency in a non-axisymmetric torus.

実際にはトカマクにおいても、有限個のトロイダルコイルによってトロイダル磁場を作っているために、コイルからの遠近によって B がトロイダル方向に変化します。この意味で、Fig. 3 (a)はこのような B の変化がない「理想的な」トカマクに対応したものです。Fig. 8 (a)に、この場合の B の等高線を示します。10本のトロイダルコイルがあることを想定しているので、等高線の細かな変動がトロイダル方向に10回現れています。ここで、捕捉粒子の軌道を調べてみます (Fig. 3 よりも長時間追跡)。Fig. 3 の捕捉粒子と同様に反射を受けながらトロイダル方向に移動していきませんが、ここではすべてトラス1周の領域に焼き直して示してあります。粒子エネルギーの考慮から、無衝突の場合には粒子の反射点の B は一定でした。トロイダルドリフトを受けながらポロイダル方向に進んでいって、ポロイダル角 θ_b で反射を受けるとしましょう。そして戻ってくるのですが、その過程で同じ B を探すと、 B のトロイダル方向変化によって、それはもはや $-\theta_b$ ではなく、違うポロイダル角になります。そこから再びトロイダルドリフトを受けながらポロイダル方向に進んでいく、ということを繰り返すのですが、これによってバナナ軌道の中心自身が Fig. 8 (b)に示されているように小半径方向にずれていきます。このような粒子の存在が、衝突周波数が小さい領域でヘリカル系トラスにおける $1/\nu$ 領域と同様の拡散係数の増大を引き起こします [28]。さらにこの粒子は、Fig. 8 (a)の内に示されているように、トロイダルコイルによる磁場ミラーに捕捉されるとトロイダルドリフトによって瞬く間にプラズマから逃げてしまいます。プラズマ加熱によって発生する高エネルギー粒子や、核融合反応によって発生するアルファ粒子に対してはこの拡散係数の増大は懸念すべき課題です。この課題を解決するために、強磁性体を利用してトロイダルコイルによる磁場変動を低減する方策が検討されています [29]。

2.3.3 径電場の効果 - 非軸対称トラスを例にとつて -

これまででは、トラス配位における粒子軌道の性質に基づいて新古典拡散を考えてきました。ここでは、粒子軌道、特にそのポロイダル方向の運動に影響を与える径電場 (小半径方向の電場) が存在する場合に、新古典拡散係数がどのように変化を受けるか考えてみます。軸対称、非軸対称トラスともに径電場の存在によって拡散係数は変化しますが、それが顕著に現れる非軸対称トラスを考えましょう。径方向電場を E_r と表すと、 $E \times B$ ドリフトによって粒子はポロイダル方向の角周波

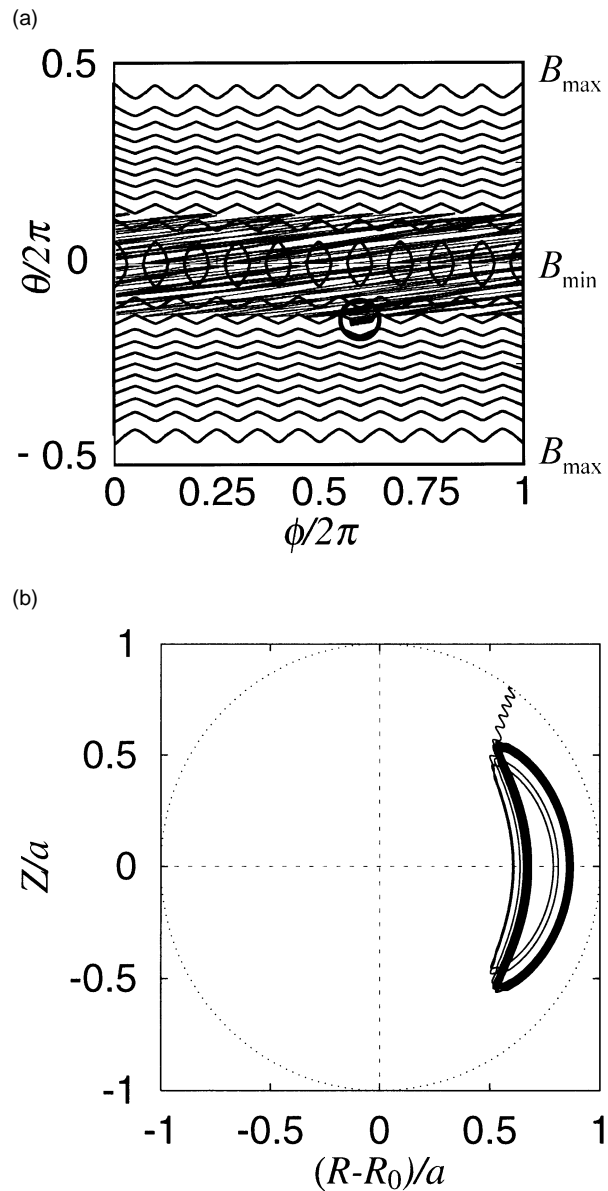


Fig. 8 (a) Projection of guiding center trajectory of a banana particle on (ϕ, θ) plane with contour of B at the initial surface in the presence of a local magnetic mirror induced by toroidal coils in a tokamak. The trapping in a local magnetic mirror can be seen in the trajectory to result in a spontaneous loss of a particle. (b) Projection of trajectory shown in (a) on a poloidal cross section to illustrate radially fluctuating bounce points and the spontaneous loss after being trapped in a local magnetic mirror.

数 $\omega_E = E_r / Br$ を得ます $E \times B$ ドリフトは軌道に沿って常に同じ方向を向いています。以下では、 $\omega_E \gg \omega_h$ の場合を考えます。この場合、ヘリカル捕捉粒子はスーパーバナナにならずに $(\omega_E + \omega_h + \omega_i \neq 0)$ ポロイダル方向に周回することができるようになります。この意味で、2.3.2節

の5)のような考え方が可能ですが、今考えている状況では、 ω_h^{-1} よりも短い ω_E^{-1} によるずれを考える必要があります。以下では、 ω_E と実効衝突周波数との大小関係にしたがって、拡散係数を見積もっていきます。

ヘリカル捕捉粒子の捕捉・非捕捉の遷移に関する実効衝突周波数は $\nu_{\text{eff}} \sim \nu/\epsilon_h$ でした。この ν_{eff} よりも ω_E が小さい($\nu > \epsilon_h \omega_E$)場合をまず考えましょう。ヘリカル捕捉粒子が、角周波数 ω_E の軌道を描く前に衝突を受けて非捕捉粒子となる場合には、 Δ_h を見積もったときと同様の考慮によって、元々の磁気面(点の円)からのずれは $\Delta_{E1} \sim v_{\text{dr}}/\nu_{\text{eff}}$ となります。したがって、この衝突周波数領域では拡散係数の表式は、5)の場合とまったく同様になります。ただし、この表式が有効である衝突周波数領域が、5)の領域の下限である $\epsilon_h^2 \omega_0 = \epsilon_h \omega_h$ より大きくなっています($\omega_E > \omega_h$ の場合)。径電場の存在によって $1/\nu$ 領域の下限衝突周波数が大きくなり、径電場が存在しない場合に比べて最大拡散係数が ω_h/ω_E 倍に抑えられていることとなります。

逆に $\nu < \epsilon_h \omega_E$ の場合はどうなるのでしょうか?この場合にはヘリカル捕捉粒子は角周波数 ω_E の軌道を描けません。 $\omega_E > \omega_h$ の状況を考えているので、この軌道に対する実効衝突周波数として、この軌道がぎりぎりその周回軌道を描ける状況(Fig. 6(a)の $\theta \sim 0$ で衝突を受けるような状況)、つまり、 $\nu_{\text{eff}} \sim \omega_E$ を考えましょう。このような軌道の磁気面からのずれは $\Delta_{E2} \sim v_{\text{dr}}/\omega_E$ 、この拡散に寄与する粒子の割合 F は、 $\nu_{\text{eff}} \sim \omega_E \sim \nu/F^2$ より、 $F \sim \sqrt{\nu/\omega_E}$ と見積もられるので、この領域での拡散係数 D_E は、 $D_E \sim F \nu_{\text{eff}} \Delta_{E2}^2 \sim \epsilon_t^2 (\nu/\omega_E)^{1/2} (T/eEr)(T/eB_0)$ (付録4式参照)と求まります。この拡散係数は衝突周波数の1/2乗に比例しているので、この領域は $\sqrt{\nu}$ 領域と呼ばれています。

この2つの領域の拡散係数の衝突周波数依存性について、径電場が存在しない場合(点線)との比較をFig. 9に示します。

このように、径電場の存在によるポロイダル角周波数の促進(磁気面からずれずに磁気面上を動かこうとする傾向の促進)による磁気面からのずれの減少によって、ヘリカル捕捉粒子が引き起こすヘリカル系特有の新古典拡散が抑制されることが示されました。しかし、最大拡散係数抑制の割合 $\omega_h/\omega_E \propto T/(BE_r)$ を見ると、より高温の粒子群に対しては、より大きな径電場が必要となり、例えば、加熱の結果生じる高エネルギー粒子に対してはこのような減少が起こりにくいと予測されます。したがって、磁場構造の観点からこの低衝突周波数領域にお

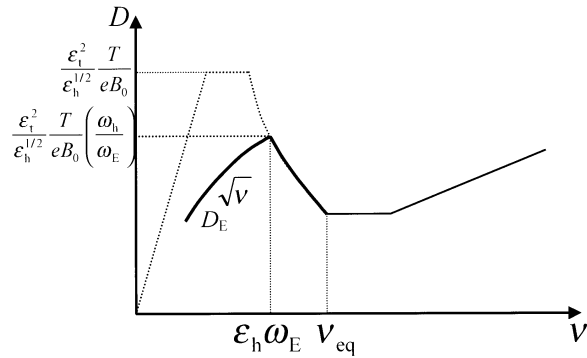


Fig. 9 The dependence of the diffusion coefficient on the collision frequency in a non-axisymmetric torus in the presence of E_r sub size 6 down 10 r . The case without E_r is also shown by dotted line.

ける新古典拡散の増大を防ぐための検討が必要です。このような検討において注意すべき点は、無衝突の粒子軌道がプラズマから逃げないということと、新古典拡散が減少するという事は、必ずしも1対1の対応ではないということです。無衝突の粒子軌道の閉じ込み方(例えば、磁気面から大きくずれるような軌道を描いて閉じ込まっている)によっては、無衝突軌道はプラズマから逃げないけれども、衝突性の新古典拡散は大きいという場合もあります。

3. プートストラップ電流

プラズマの拡散によって磁力線方向にBS電流が流れることが新古典理論に基づいて予測され、1節で述べたように、その予測によく一致する実験結果が得られています。ここでは、軌道の考慮に基づいて、軸対称トーラスにおけるBS電流生成の機構について説明します。衝突周波数が ν_p より小さい領域では、電子はバナナ軌道を描きます。Fig. 10のように、バナナ電子同士がある点で衝突するとしましょう。バナナ電子軌道は、トロイダルドリフトを受けながら運動しています。したがって、常にその軌道の内側と外側では運動の向きが逆(1節参照)なので、密度勾配があると、この衝突点において磁力線方向の正味の運動量が生じます。この衝突点近傍での密度勾配によるバナナ軌道を描く粒子数の差は、バナナ軌道の幅 Δ_b を用いて $(dn_t/dr)\Delta_b$ と書けます。ここで n_t はバナナ電子の密度です。熱速度 v_T のバナナ粒子では $v_{\parallel} \sim v_T \epsilon_t^{1/2}$ なので、この衝突点において $j_b = (ev_{\parallel})(-dn_t/dr)\Delta_b = -\epsilon_t^{3/2} (1/B_{\theta})(dP/dr)$ (付録5式参照)で与えられる電流密度が発生します。ここで、 $n_t = \epsilon_t^{1/2} n_e$ 、 P はプラズマ圧力を表しています。この衝突

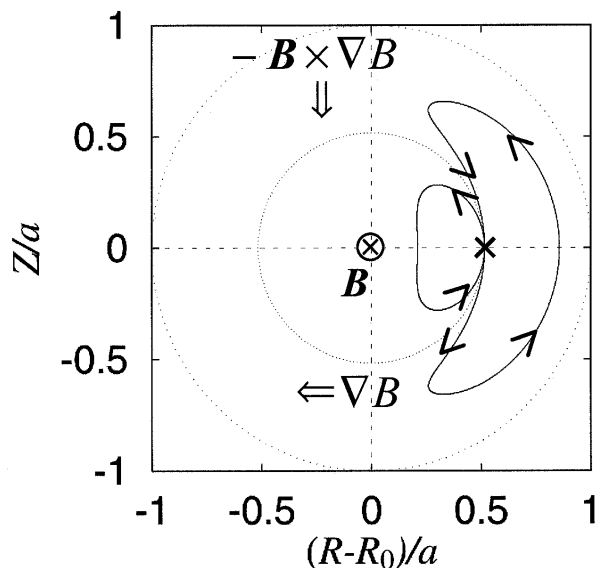


Fig. 10 Conceptual picture for the bootstrap current. The poloidal projection of guiding center trajectories of colliding banana electrons are shown. The directions of B , ∇B and $-B \times \nabla B$ (for electrons) are also illustrated.

点において、周回（非捕捉）電子がバナナ電子と衝突して、この運動量を磁力線方向に運びます（輸送します）。このときの周回電子とバナナ電子との衝突時間は実効衝突周波数 (ν_{ee}/ϵ_t) で決まります。周回電子は、電子・電子の粘性によって運動量を得ますが、トーラスを周回するうちにイオンと衝突して電子・イオンの摩擦によってその一部を失います。バナナ電子の衝突によって発生する余剰の運動量の時間変化 ($\nu_{ee}/\epsilon_t)m_e [j_b/(-en_e)]$ (電子・電子間の粘性力に対応) と、イオンとの摩擦による運動量損失率 $\nu_{ei}m_e u_{||}$ (電子・イオン間の摩擦力に対応、ここで $u_{||}$ は周回電子の磁力線に平行方向の速度) とのつりあいを考えると、 $J_{BS} \sim -en_e u_{||} \propto -\epsilon_t^{1/2} (1/B_\theta) (dP/dr)$ (付録(6)式参照) で表される圧力駆動(圧力勾配 dP/dr が駆動する)電流が得られます。これがBS電流です。周回電子が、バナナ電子の余剰の運動量を得ること、イオンとの衝突によってその一部を損失すること、この2つの現象のつりあいの結果として現れるのです。粘性力、摩擦力は磁場構造や粒子軌道に強く依存するので、非軸対称トーラスではその評価が複雑になります。文献[18]に流体的描写として、非軸対称トーラス(軸対称トーラスも含めて)における粘性力と摩擦力の評価に関する系統的な説明がなされていますので、参考にしてください。

4. 終わりに

本章では、粒子軌道の性質とそれに基づく新古典拡散現象、また電流生成の例としてブートストラップ電流についての直感的説明に力点を置いた説明を試みました。新古典輸送理論は、クーロン衝突項を伴ったドリフト運動論的方程式に基づく解析法や、ボルツマン方程式のモーメント方程式から導かれるフラックス-摩擦関係式(Flux-Friction Relations)に基づく解析法などによって体系化されています。この章ではこれらについては一切触れませんでした。したがって、例えば、新古典輸送理論の前提となっている仮定(粒子のラーモア半径 ミラー磁場の特性長(連結距離)、衝突周波数 サイクロトロン周波数)が明示されていませんが、粒子軌道に基づいて拡散を考える背景にはこの仮定が成立していることを注意しておきます。運動量の拡散、エネルギーの拡散(いわゆる熱拡散)についても触れませんでした。衝突の際の運動量、エネルギーのやりとりによるこれらの物理量の空間的広がり(拡散)を考慮することによって評価することができます。また、プラズマ粘性や摩擦の評価、それらとプラズマ流速との関連などの非常に重要な事柄についても触れることができませんでした。これらについては、1節であげたように優れたレビューがあるのでそれらを参考にしてください。このように、新古典輸送理論の系統的な記述は本章ではできませんでしたが、読者の皆さんが新古典輸送理論を少しでも身近に感じていただければ、本章の目的は果たせたと考えています。

謝辞

本章をまとめるにあたり、核融合科学研究所理論・データ解析研究系の先生方との議論が大変参考になりました。京都大学エネルギー科学研究科の若谷誠宏先生からも貴重なコメントをいただきました。また、参考文献に挙げた中で特に[18,19]が大変参考になりました。本章は、第1章にもありましたように、「講座」本来の趣旨を踏まえて、これまでの「新古典輸送理論」に関する講座[18]の著者の先生方よりも初学者に近い人に執筆依頼するという方針のもと、この大役を私が仰せつかりました。執筆に当たっては、森田 繁先生・相良明男先生(核融合研)はじめ、企画立案時のプラズマ・核融合学会編集委員会の先生方からも数多くのコメントと継続的な激励をいただきました。このように本章は実に多くの先生方のご協力をいただきながら準備されました。この場をお借りして感謝申し上げます。

5. 付録

ここでは、いくつかの式の導出過程について記しておきます。

$$(1) \Delta_u \sim v_{dr} \tau_u \sim \frac{m [v_{\parallel}^2 + (1/2)v_{\perp}^2]}{eR_0 B_0} \frac{qR_0}{v_{\parallel}} \\ = \frac{m}{eB_0} \left[\frac{v_{\parallel}^2 + (1/2)v_{\perp}^2}{v_{\parallel}} \right] q \sim \frac{mv_T}{eB_0} q = \rho q.$$

$$(2) \Delta_b \sim v_{dr} \tau_b = \frac{\Delta_u}{\sqrt{\varepsilon_t}} = \frac{\rho q}{\sqrt{\varepsilon_t}}.$$

$$(3) D_h = \varepsilon_h^{1/2} \left(\frac{v_{dr}}{\nu_{eff}} \right)^2 \nu_{eff} = \frac{\varepsilon_h^{1/2} v_{dr}^2}{\nu_{eff}} = \varepsilon_h^{1/2} \frac{1}{(\nu/\varepsilon_h)} \frac{T}{eR_0 B_0} (r\varepsilon_t \omega_0) \\ = \varepsilon_h^{1/2} \frac{\varepsilon_h}{\nu} \frac{T}{eR_0 B_0} (r\varepsilon_t \omega_0) = \varepsilon_h^{3/2} \frac{T}{eB_0} \frac{r}{R_0} = \frac{\varepsilon_t \omega_0}{\nu} \\ = \varepsilon_h^{3/2} \varepsilon_t^2 \frac{T}{eB_0} \frac{\omega_0}{\nu} \quad \text{with } \frac{r}{R_0} = \varepsilon_t.$$

$$(4) D_E = \sqrt{\frac{\nu}{\omega_E}} \omega_E \left(\frac{v_{dr}}{\omega_E} \right)^2 = \sqrt{\frac{\nu}{\omega_E}} \frac{1}{\omega_E} \left(\frac{T}{eB_0 R_0} \right)^2 \\ = \sqrt{\frac{\nu}{\omega_E}} \frac{1}{E_r / Br} \frac{T}{eB_0 R_0} \frac{T}{eB_0 R_0} = \sqrt{\frac{\nu}{\omega_E}} \frac{r}{eE_r R_0} \frac{T}{eB_0 R_0} \\ = \sqrt{\frac{\nu}{\omega_E}} \frac{1}{eE_r} \left(\frac{r}{R_0} \right) \frac{T}{eB_0} \left(\frac{r}{R_0} \frac{1}{r} \right) \\ = \varepsilon_t^2 \left(\frac{\nu}{\omega_E} \right)^2 \frac{1}{eE_r r} \frac{T}{eB_0}.$$

$$(5) j_b = (ev_{\parallel}) \left(-\frac{dn_t}{dr} \right) \Delta_b = (ev_{\parallel} \sqrt{\varepsilon_t}) \left(-\frac{d(\sqrt{\varepsilon_t} n)}{dr} \right) \rho_{\theta} \sqrt{\varepsilon_t} \\ = -\varepsilon_t^{3/2} e \rho_{\theta} \frac{dn}{dr} v_T = -\varepsilon_t^{3/2} e \frac{m_e v_T}{eB_{\theta}} v_T \frac{dn}{dr} \\ = -\varepsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_{\theta}} 2 \left(\frac{m_e v_T^2}{2} \right) \frac{dn}{dr} = -\varepsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_{\theta}} \frac{d(2nT)}{dr} \\ = -\varepsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_{\theta}} \frac{dP}{dr}.$$

$$(6) J_{BS} \sim -en_e u_{\parallel} = -en_e \left(\frac{1}{m_e \nu_{ei}} \frac{\nu_{ee} m_e \dot{j}_b}{\varepsilon_t - en_e} \right) \\ = \frac{\nu_{ee}}{\nu_{ei}} \frac{1}{\varepsilon_t} \left(-\varepsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_{\theta}} \frac{dP}{dr} \right) \propto -\varepsilon_t^{1/2} \frac{1}{B_{\theta}} \frac{dP}{dr}.$$

参考文献

- [1] D. Pfirsch and A. Schlüter, Report MPI/PA/7/62, Max-Planck Institut (1962).
 [2] A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev, Sov. Phys. JETP 22, 233 (1968).

- [3] R.J. Bickerton, J.W. Conner and J.B. Taylor, Nature Phys. Sci. 229, 110 (1971).
 [4] K.C. Shaing and J.D. Callen, Phys. Fluids 26, 3315 (1983).
 [5] N. Nakajima and M. Okamoto, J. Phys. Soc. Jpn 61, 833 (1992).
 [6] J.L. Treffert, J.L. Shohet and H.L. Berk, Phys. Rev. Lett. 53, 2409 (1984).
 [7] M. Kikuchi, M. Azumi, S. Tsuji, K. Tani and H. Kubo, Nucl. Fusion 30, 343 (1990).
 [8] H. Yamada *et al.*, Nucl. Fusion 34, 641 (1994).
 [9] K. Ushigusa and JT-60U Team, *Fusion Energy Conf. 1996* (Proc. 16th Fusion Energy Conf., Montreal, 1996), IAEA, Vienna (1997) Vol.1, p.37.
 [10] K.Y. Wakatabe *et al.*, Nucl. Fusion 35, 335 (1995).
 [11] K.C. Shaing *et al.*, Phys. Fluids B 1, 1663 (1989).
 [12] S. Sakakibara *et al.*, *Proc. 10th Intl. Toki Conf.*, (J. Plasma and Fusion Res. SERIES 3) (in press).
 [13] B.B. Kadomtsev and O.P. Pogutse, Nucl. Fusion 11, 67 (1971).
 [14] F.L. Hinton and R.D. Hazeltine, Rev. Mod. Phys. 48, 239 (1976).
 [15] 宮本健郎：核融合のためのプラズマ物理（岩波書店，1976）。
 [16] S.P. Hirshman and D.J. Sigmar, Nucl. Fusion 21, 1079 (1981).
 [17] R. Balescu, *Transport Processes in Plasmas* (North-Holland, Amsterdam, 1988) Vol.2.
 [18] 中島徳嘉, 佐貫平二, 岡本正雄, 藤原正巳：プラズマ・核融合学会誌 66, 631 (1991).
 [19] 岡本正雄：第34回プラズマ若手夏の学校テキスト(プラズマ・核融合学会)：講義「軌道・衝突・輸送」(1995).
 [20] K.C. Shaing, M. Wakatani, M. Yokoyama and C.T. Hsu, Phys. Plasmas 3, 965 (1996).
 [21] J. Wesson, *Tokamaks (second edition)* (Clarendon Press, Oxford, 1997).
 [22] A. Iiyoshi *et al.*, Fusion Technol. 17, 169 (1990).
 [23] K. Nishimura *et al.*, Fusion Technol. 17, 86 (1990).
 [24] K. Uo *et al.*, *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1980* (Proc. 8th Int. Conf. Brussels, 1980), IAEA, Vienna (1981) Vol.1, p.217.
 [25] M. Wakatani, *Stellarator and Heliotron Devices* (Oxford University Press, New York, 1998).
 [26] Y. Ogawa *et al.*, Nucl. Fusion 32, 119 (1992).
 [27] S. Okamura *et al.*, Nucl. Fusion 39, 1337 (1999).
 [28] K. Tani and H. Kishimoto, Nucl. Fusion 22, 1108 (1982).
 [29] H. Kawashima *et al.*, J. Plasma Fusion Res. 76, 585 (2000).