J. Plasma Fusion Res. Vol.93, No.9 (2017) 412‐420

講座

超高強度レーザーとプラズマの相互作用に関する物理 -ナノチューブ加速器からメガテスラ磁場生成まで-

Physics on Interaction between Intense Laser and Plasma -from Nanotube Accelerator to Mega-Tesla Magnetic Field Generation-

1．超高強度レーザーによるプロトン加速

1. Proton Acceleration by Ultra-Intense Laser

村上匡且，田中基彦[1)]
MURAKAMI Masakatsu and TANAKA Motohiko[1)]
大阪大学レーザー科学研究所，[1)]中部大学大学院工学研究科

（原稿受付：2017年 7 月25日）

今回から三回シリーズとして超高強度レーザーとプラズマの相互作用というテーマで異なる 3 トピックにスポットを当てる．初回の本稿ではプラズマの強荷電分離現象とその結果としてのイオン加速を主題とする．続く第二回では「レーザー駆動イオンビーム生成とプロトン点火慣性核融合」というタイトルでエネルギー開発へとベクトルを向け，最終の第三回では「相対論領域におけるレーザーによる超高強磁場生成」と題し超高エネルギー密度下における複屈折現象からメガテスラ級磁場の生成といった幅広い素要素物理に触れることで新たな極限物理の展開を俯瞰する．

Keywords:
non-plasma approximation, two-fluid self-similar solution, relativistic molecular-dynamic simulation, nanotube accelerator, real electron-ion mass ratio

1.1 はじめに

高強度レーザー場によって原子から剥ぎ取られた電子は荷電分離を引き起こし，結果として生じる強力な電場によってダイナミックなプラズマ膨張が駆動される．従来，プラズマの膨張は準中性を仮定し流体方程式を適当な初期・境界条件の下で解くことにより近似的に記述されてきた．しかし，膨張するプラズマ先端部に見られる荷電分離を正確に扱うことで，初めて高エネルギーイオンのフロントの位置や最大エネルギー，さらには全体のエネルギースペクトルの定量評価が可能となる．加えて，各幾何形状におけるダイナミクスを定量的に扱うことにより，球状のクーロン爆発[1,2]と呼ばれるものから平板の TNSA (Target Normal Sheath Acceleration)[3]と呼ばれる加速方式まで一元的な議論が可能となる．本稿では，まず第1.2節で流体方程式とポアソン方程式を自己無撞着に成立させることでイオンの最大エネルギーやスペクトルを厳密に与える「静電シースによるイオン加速」理論モデルを紹介し，続く第1.3節では特に強い荷電分離を利用した「ナノチューブ加速器」[4]の分子動力学シミュレーションについて述べる．

1.2 静電シースによるイオン加速

固体表面に $10^{18}-10^{22}$ W/cm^{2}程度の高強度レーザーを照射すると物質表面が瞬時にプラズマ化し，数百 keV～数 MeV の温度を持つ電子が生成され，照射された付近の物質を加熱するとともに真空中にも一部が飛び出す．これによって電子とイオンが荷電分離を起こし強力な静電場が生成されるが，真空中電子の圧力勾配による膨張しようとする力とイオン側に引き戻される静電力が均衡し，デバイ長程度の厚みを持つ高温電子層がイオンの前面に形成され，これが静電シースと呼ばれるものである[5-7]．静電シースによってイオンと電子が一体となってプラズマ膨張が駆動されるのである．膨張プラズマの先端部に見られる高エネルギーイオンの挙動は上記のように荷電分離に直接

authors' e-mail: murakami-m@ile.osaka-u.ac.jp, mtanaka@isc.chubu.ac.jp

起因するにもかかわらず従来の多くの理論モデルでは準中性として近似的にしか扱われてこなかった．それゆえ，先端イオンの正確な位置とエネルギーといった情報が正確に定量評価できていなかった．例えばMora[8]によるシース電場によるイオン加速エネルギーに対する半解析モデルがしばしば引用されるところではあるが，結局，これも準中性という「思想」から抜けきれていない．

1.2.1 ポアソン方程式とカップルした電子・イオン2流体系の自己相似解

以下では，膨張プラズマをイオンと電子の二流体として扱い，従来の理論で無視されてきたポアソン方程式と連立させる．これによって初めて荷電分離によって駆動されるプラズマ膨張の自己無撞着な自己相似解を求めることができ，結果としてイオンの最大エネルギーを定量評価することが可能となる．本論から導かれる結論の一つは「加速イオンの最大エネルギーは単に電子温度だけでなくデバイ長によって規格化されるプラズマサイズにも大きく依存する」ことであり，このことは荷電分離を定量的に記述しない従来の理論では認識されていなかった点であることを強調しておきたい．

時間$t=0$において初期温度T_{e0}の電子が一様に分布している有限質量を持つプラズマの膨張運動について考える．簡単のためイオンは十分温度が低いものとし，電子温度は理想流体の熱力学に従い時間発展するものとする．このような一次元の二流体システムは次式により与えられる[7]：

$$\frac{\partial n_{i(e)}}{\partial t}+\frac{1}{r^{\nu-1}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{\nu-1}v_{i(e)}n_{i(e)}\right)=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial r}+\frac{Ze}{m_i}\frac{\partial \phi}{\partial r}=0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t}+v_e\frac{\partial v_e}{\partial r}+\frac{T_e}{m_e n_e}\frac{\partial n_e}{\partial r}-\frac{e}{m_e}\frac{\partial \phi}{\partial r}=0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{r^{\nu-1}}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{\nu-1}\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)=4\pi e\left(n_e-Zn_i\right). \tag{4}$$

ただし，$\nu=1,2,3$は各々，平板，円筒，球の各幾何形状に対応し，添字の"e"と"i"は各々電子とイオンを表す．(1)は両者の連続方程式，(2)はイオンの運動方程式，(3)は電子の運動方程式，(4)はポアソン方程式である．さらに，ϕ，e，Zは各々，静電ポテンシャル，電気素量，イオンの電離度を表す．空間的に一様な電子温度$T_e(t)$と電子密度$n_e(t,r)$との関係は，ポリトロピック指数γを使い$T_e(t)/T_{e0}=[n_e(t,0)/n_e(0,0)]^{\gamma-1}$という形式に表すことができる．

従来，膨張プラズマが自己相似解を持つのは系が準中性($n_e=Zn_i$)の場合のみというのが通念であったが[9]，上記の(1)-(4)からなるシステムによく知られた次のAnsatz（解の取り得る数学的形式・仮説）[10]を適用することにより荷電分離した二流体プラズマにおいても物理的に有意な自己相似解が存在することが初めて見出された[11]．

$$v_{i(e)}(t,r)=\dot{R}\xi, \qquad \xi=\frac{r}{R(t)}, \qquad \dot{R}\equiv\frac{dR}{dt}, \tag{5}$$

$$n_e(t,r)=n_{e0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{\nu}N_e(\xi), \qquad N_e(0)=1, \tag{6}$$

$$Zn_i(t,r)=n_{e0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{\nu}N_i(\xi), \qquad N_i(0)\neq 1. \tag{7}$$

(5)は，システム長≫初期サイズとなる程度に時間が十分経過した状態では速度プロファイルはTaylor-Sedov型[10]，すなわち線形で表されるという爆発・膨張といった諸現象において共通して成立する流体力学的要請を反映している．しかし，中性流体に対して成立するSedov解[10]とは異なり，(5)-(7)の形式からは一般には(1)-(4)の自己相似解は得られない．というのも，今考えている系にはデバイ長$\lambda_D(t)=\sqrt{T_e/4\pi n_e e^2}$とプラズマ半径$R(t)$という長さの次元をもつ2つの特性長が存在するためである．しかしこのことは，裏返せば$\lambda_D(t)$と$R(t)$とが次式の如くコヒーレントに時間発展すれば有意な解を持ち得ることを意味している：

$$\Lambda=\frac{R}{\lambda_D}=\frac{R_0}{\lambda_{D0}}=R_0\left(\frac{4\pi e^2 n_{e0}}{T_{e0}}\right)^{1/2}. \tag{8}$$

質量保存則$n_e(t,0)\propto[R(t)]^{-\nu}$を使うと上式は

$$T_e R^{\nu-2}=T_{e0}R_0^{\nu-2}=const \tag{9}$$

と書き換えられ，ポリトロピック関係$T_e(t)\propto[n_e(t,0)]^{\gamma-1}\propto[R(t)]^{-\nu(\gamma-1)}$を考慮すると(9)から系の熱力学的関係を定義するポリトロピック指数γと幾何形状を表すνとの間に

$$\gamma=2-\frac{2}{\nu} \tag{10}$$

という関係が成立する場合にのみ，今考えている系に解が存在することがわかる．一見すると，(10)には何の物理的含蓄もなく，むしろ人為的で限定的なものにさえ見えるが，下記のように物理的に有意な関係を示している．まず円筒幾何($\nu=2$)では$\gamma=1$となり，これは多くの解析モデルでお目にかかる等温膨張条件に他ならない．一方，球幾何($\nu=3$)においては　$\gamma=4/3$となるが，これは相対論的電子($T_e\gg m_e c^2$)の断熱係数に等しく，非常に興味深いケースである．ここで強調すべきことは，この解析モデルが単にこれら2つの特殊なケースに限らず，実際の実験にも対応する他の多様なγ値に対しても適応できる，という点である．

ここで得られた自己相似解が記述するイオンと電子流体について補足しておく．イオンは$0\le r\le R\xi_f$の領域で記述され，明瞭なシャープなエッジを座標ξ_fに持つ．物質と真空の境界においてシャープなプロファイルを持つという事実はイオンが十分低温であるという条件から得られる自然な帰結である．一方の電子は，イオン領域だけでなく真空中にも飛程を伸ばし無限の領域として$0\le\xi<\infty$で定義される．

(5)-(7)を通じて連続の方程式が任意の$R(t)$，$N_e(\xi)$，$N_i(\xi)$に対して自動的に満たされることは容易に確認され

る．次に，イオンの運動方程式(2)は次のように変数分離形に変形できる：

$$\frac{m_i R}{ZT_e}\frac{d^2R}{dt^2}=\frac{R^{\nu-1}}{c^2{}_{s0}R_0^{\nu-2}}\frac{d^2R}{dt^2}=-\frac{1}{\xi}\frac{d\Phi}{d\xi}=2. \tag{11}$$

ただし，時間依存 $T_e(t)$ を除去するために(9)を使うと共に，新たに境界条件 $\Phi(0)=0$ を持つ無次元ポテンシャル $\Phi(\xi)=e\phi/T_e$ を導入した．また $c_{s0}=(ZT_{e0}/m_i)^{1/2}$ は $t=0$ における音速を表す．上式の時間部分は直ちに積分でき次式が得られる．

$$\dot{R}(t)=\begin{cases}2c_{s0}^2 t/R_0, & \nu=1,\\ 2c_{s0}\sqrt{\ln[R(t)/R_0]}, & \nu=2,\\ 2c_{s0}\sqrt{1-R_0/R(t)}, & \nu=3,\end{cases} \tag{12}$$

電子の運動方程式(3)はすべての領域 $0\le\xi<\infty$ で成立する．(5)と(6)，さらに(11)の時間成分を使うと次式を得る．

$$N_e=\exp(\Phi-\mu_e\xi^2). \tag{13}$$

ここで $\mu_e=Zm_e/m_i\ll 1$ は電子・イオン間の質量／電荷比である．近似的に $\mu_e=0$ とすると馴染みのあるボルツマン関係式となる．このボルツマン関係式は，通常，電子流体の方程式を厳密に解くことなく，イオンの流体方程式系(1)，(2)，(4)を解くために導入されるのであるが，我々は以下の理由によりボルツマン関係式を使わない．

1.2.2 非平衡な系における熱統計力学

そもそもボルツマン関係式 $n_e(t,r)=n_e(t,0)\exp(e\phi/T_e)$ を動的システムに適用するということは，電子の質量を近似的にゼロだと仮定し，任意の時間において与えられるポテンシャル配位 $\phi=\phi(t,r)$ に対応した熱力学的平衡状態に瞬時に遷移することを意味している．しかしそうした平衡状態は，重力場の場合と同様[12]，平板幾何においては可能であっても，有限の電荷に対して記述される球対称系においては存在し得ない．このことは球対称プラズマ中心と無限遠との間のポテンシャルギャップが有限である $(\phi_\infty>-\infty)$ ことを思い起こせば容易に理解されよう．すなわち，座標原点で $\Phi(0)=0$, $N_e(0)=1$ とすると，無限遠では $N_e(\infty)=\exp(\Phi_\infty)>0$ となり，決して電子密度は 0 にならない．かくして，$\mu_e=0$ とする通常のボルツマン関係式を採用すると，球幾何 ($\nu=3$) における定常的な系に対しては物理的に有意な解が存在しないことがわかる．これまでの導出からもわかるように，イオンと電子が連動して膨張し，ポアソン方程式も自己無撞着に満たしつつ，時間発展可能な解が存在するためには，電子質量は有限である $(\mu_e>0)$，という事実をシステムに反映させる必要があり，その帰結として(13)が導かれるのである．

相似変数 ξ を使ってポアソン方程式を書き換えると次式となる．

$$\frac{1}{\xi^{\nu-1}}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{\nu-1}\frac{d\Phi}{d\xi}\right)=\begin{cases}\Lambda^2(N_e-N_i), & \xi\le\xi_f,\\ \Lambda^2\exp(\Phi-\mu_e\xi^2), & \xi>\xi_f,\end{cases} \tag{14}$$

(8)で定義したように $\Lambda=R/\lambda_D$ は今我々が考えている系で唯一の無次元変数であり，(9)が満たされる場合には Λ が膨張プロセスを通じて一定に保たれることが保証される．(11)，(13)，(14)からイオン存在領域 ($\xi\le\xi_f$) におけるすべての変数の振る舞いを得ることができる：

$$\Phi=-\xi^2, \tag{15}$$

$$N_e=\exp[-(1+\mu_e)\xi^2], \tag{16}$$

$$N_i=N_e+2\nu\Lambda^{-2}. \tag{17}$$

最後に残された課題はイオンフロントの座標 ξ_f の決定であり，そのためには次の3つの境界条件と供にシース領域 ($\xi>\xi_f$) において(14)を解かなければならない．

$$\phi(\xi_f)=-\xi_f^2,\ \frac{d\phi(\xi_f)}{d\xi}=-2\xi_f,\ \lim_{\xi\to\infty}\xi^{\nu-1}\frac{d\phi}{d\xi}=0. \tag{18}$$

こうして得られる微分方程式の解によって，ポテンシャル $\Phi(\xi)$ と座標 ξ_f を，系の固有値として初めて定量的に知ることができるのである．一般的には，この固有値問題は解析的には解けず数値的に解く以外にない．解析解は唯一 $\mu_e=0$ を仮定した場合の平板幾何 ($\nu=1$) において得られる：

$$N_e=\exp(\Phi)=2\Lambda^{-2}(xi-\xi_f+\xi_f^{-1})^{-2}, \tag{19}$$

$$\xi_f^2=W(\Lambda^2/2). \tag{20}$$

ここで $W(x)$ は $x=W\exp(W)$ の逆関数であり，ランベルトの W 関数[13]と呼ばれるものである．この W 関数は，$x\ll 1$ に対して $W(x)$，逆に $x\gg 1$ に対して $W(x)\approx\ln(x/\ln x)$ という漸近的振る舞いをする．上記の解析解の他，$\Lambda\gg 1$ または $\Lambda\ll 1$ であれば任意の ν に対し $\mu_e\ge 0$ であっても近似解析解が存在する．

実際，(18)の第2条件は，$\xi_f^2\gg 1$ の場合には $\xi=\xi_f$ 付近において電子密度 $N_e=\exp(\Phi-\mu_e\xi^2)$ が $\Delta\xi\simeq\xi_f^{-1}\ll\xi_f$ のスケールで降下することを示している．これは発散を計算する際 $\xi^{\nu-1}$ で表される曲率の効果が無視できる場合であり，$\mu_e\ll 1$ の場合，$\mu_e\xi^2$ に代わって $\mu_e\xi_f^2$ が使えることを意味する．この時，$\nu=1$，$\mu_e=0$ の場合の類推から

$$\xi_f^2\approx(1+\mu_e)^{-1}W[(1+\mu_e)\Lambda^2/2], \tag{21}$$

が得られるが，これは(20)と実質的に等価である．

上記とは逆の極限である $\Lambda\ll\mu_e^{1/2}$ ($\nu=1,2$) の場合，あるいは $\Lambda\ll\mu_e^{3/4}$ ($\nu=3$) の場合，$\xi>\xi_f$ において $\Phi=0$ とし，(14)を $0\le\xi<\infty$ の領域で積分することにより次式を得る．

$$\xi_f^2\approx\left[\frac{1}{4}\Gamma(\nu/2)\right]^{2/\nu}\frac{\Lambda^{4/\nu}}{\mu_e} \tag{22}$$

ただし $\Gamma(x)$ はガンマ関数である．最も興味深いのは球幾何において，$\Lambda\ll 1$ の極限で (22) は $\phi=-3\xi_f^2$ を使うことにより，より高い精度を持つ次式で与えられる．

$$\xi_f^2\approx\frac{1}{2}W\left(\frac{\pi^{1/3}}{2\mu_e}\Lambda^{4/3}\right). \tag{23}$$

さて $\Lambda\ll 1$ の極限では，(17)より $N_i=2\nu\Lambda^{-2}\gg N_e$ となり，ここで得られた自己相似解が一様な密度のイオン球による

クーロン爆発[1]を正確に再現することを強調しておきたい．**図1**は球幾何の下で得られた$\xi_f(\Lambda)$の数値解を示したものである．$m_i/Zm_e=\mu_e^{-1}$の2つの値は，2000がプロトン，10^5が（例えば）電離度$Z=4$の金イオンを想定したものである．先に導出した漸近解(21)と(23)がΛのほぼ全領域に渡って数値解をよく再現していることがわかる．

規格化された密度プロファイルN_i，N_eに加えポテンシャルΦと電場$E=-d\Phi/d\xi$を**図2**に示す（ただし$\nu=3$, $\mu_e^{-1}=2000$）．ここではイオンフロントが$\xi_f=5$であり，これは$\Lambda=1.74\times10^6$のケースに対応する．はっきりと$\Delta\xi\ll\xi_f$のスパンでN_eとEが$\xi>\xi_f$において急激に減少している様子が確認できる．

1.2.3 最大イオンエネルギーとエネルギースペクトル

次に静電場によって加速されるイオンのスペクトルについて考えよう．従来，プラズマの自由膨張によって得られるイオンのエネルギースペクトルを記述する最も一般的な方法は，荷電分離の効果を無視した上で中性プラズマとして近似される流体方程式を流体問題として解くというものであった．このことは，本稿で扱ってきた有限プラズマの場合であれば，温度が空間的に一定という仮定の下で準中性条件$n_e=Zn_i$を(1)～(7)の式に適用し流体方程式系を解くことになる．結果として得られる密度プロファイルは$N_e(\xi)=N_i(\xi)=\exp(-\xi^2)$で表されるガウシアン形であり無限遠方に伸びている．$t\to\infty$で漸近的に得られる速度場は$v_{i(e)}(t,\xi)=v_\infty\xi$，ただし，

$$v_\infty=\lim_{t\to\infty}\dot{R}=\begin{cases}2c_{s0}\sqrt{\ln(R/R_0)}, & \gamma=1,\\ 2c_{s0}/\sqrt{\nu(\gamma-1)}, & \gamma>1,\end{cases}\tag{24}$$

と表される．膨張の結果，大半のイオンが次式で与えられるオーダーの運動エネルギーを持つに至る．

$$\mathcal{E}_0=\frac{1}{2}m_i v_\infty^2\tag{25}$$

例えば$\nu=3$, $\gamma=4/3$の場合，$\mathcal{E}_0=2ZT_{e0}$である．上記の運動エネルギー$\mathcal{E}_0$は任意の$\gamma>1$に対し有限値を持つが，等温膨張（$\gamma=1$）の場合は時間tと共に単調増大してゆく．

恐らくここで最も興味深い疑問は「最大イオンエネルギーは特性値$\mathcal{E}_0$の一体何倍か」であろう．中性プラズマに対する解析解は指数関数的に減少するが，その高エネルギー端は限りなく遠方に伸びるため，まさにマクスウエル分布がそうであるように，最大エネルギーは無限大となる．ただこのことは系の総エネルギーが有限であることと矛盾しない．$\mathcal{E}_{i,\max}/\mathcal{E}_0$の有意な数値は，本稿で述べてきたイオンと電子をに流体近似として記述し荷電分離を考慮することで初めて得られる．我々の自己相似解は極めてシンプルな形式でその答えを与えてくれる：

$$\mathcal{E}_{i,\max}=\mathcal{E}_0\xi_f^2.\tag{26}$$

ここで規格化されたイオンフロントの座標ξ_fは，固有値問題(14)，(18)を数値的に解くことにより得られる．こうして，理論から得られる最も重要な結論：最大イオンエネルギーの増倍率ξ_f^2は，プラズマスケールΛを電子デバイ長で規格化した無次元量によって決定されるということであり(20)によって与えられる．近似式(20)は$\mu_e\ll1$及びΛが十分大きく，各幾何形状$\nu=1, 2, 3$のそれぞれに対し次の関係を満たす時に適用される；$\Lambda>\Lambda_*=0.1$, 5, 50．プラズマのスケールが無限に大きくなると（$\Lambda\to\infty$），加速因子ξ_f^2も無限大となり，中性プラズマモデルの結論と一致する．

加速イオンのエネルギースペクトルは(5)及び$t\to\infty$に対する$\mathcal{E}_i=\mathcal{E}_0\xi^2$より$\mathcal{N}_i(\xi)$の微分形式として次式で与えられる．

$$\frac{d\mathcal{N}_i}{d\mathcal{E}_i}=\frac{A}{\mathcal{E}_0}\left(\frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}_0}\right)^{\nu/2-1}\left\{\frac{2\nu}{\Lambda^2}+\exp\left[-(1+\mu_e)\frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}_0}\right]\right\}\tag{27}$$

ここで$A=(2\int_0^{\xi_f}N_i\xi^{\nu-1}d\xi)^{-1}$で与えられ，定義域$0\le\mathcal{E}_i\le\mathcal{E}_{i,\max}$での全積分が1となるよう$\mathcal{N}_i$が規格化されている．多くの応用において特に重要となる最大イオンエ

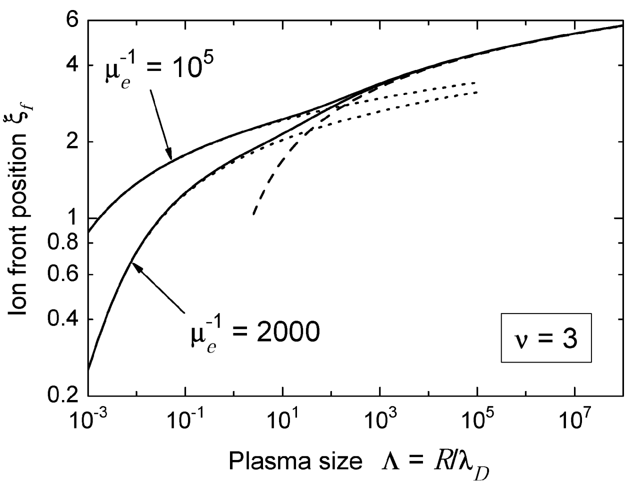

図1　球幾何($\nu=3$)の場合の規格化された膨張イオンフロントの座標ξ_fをプラズマの厚みΛの関数として表したもの（文献[11]より抜粋）．荷電分離の効果を正確に取り入れるためには電子とイオンの間の荷電質量比$\mu_e^{-1}=m_i/Zm_e$が重要な役割を演じる.図中，実線は数値計算結果，点線及び鎖線は解析解(21)，(23)を表す．

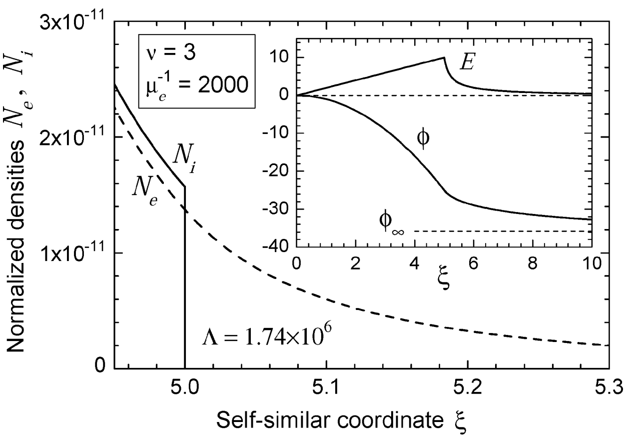

図2　イオンフロント周辺($\xi=\xi_f=5$)の規格化されたイオン密度N_i，電子密度N_e，電界ポテンシャルΦ，電場$E=-d\Phi/d\xi$（文献[11]より抜粋）．ただし球幾何($\nu=3$)およびプロトン($\mu_e^{-1}=2000$)を仮定．

ネルギー $\mathcal{E}_i \simeq \mathcal{E}_{i,\max}$ 付近に存在する総イオン数は，(20)，(27)，(26)より近似的に

$$\Delta\mathcal{N}_{i,f} \approx \mathcal{E}_{i,\max}\frac{d\mathcal{N}_i}{d\mathcal{E}_i}\bigg|_{\mathcal{E}_i=\mathcal{E}_{i,\max}} = \frac{2}{\Gamma(\nu/2)}\frac{\xi_f^{\nu+2}}{\Lambda^2}, \qquad (28)$$

として与えられる．

1.3 金イオンによる炭素ナノチューブ爆発過程の分子動力学

相対論による分子動力学法を用いて，実質量のプロトン，炭素，金，電子により炭素ナノチューブの数値シミュレーションを行う．そこではクーロン相互作用を基礎にして電磁場を解き，ニュートン運動方程式によって粒子運動を追跡する．高輝度のレーザー強度 10^{22} W/cm^2 において，正イオンはナノチューブの長軸方向に強く加速され，亜相対論領域に近づく．電子は正イオンから分離して光速度の90% で垂直方向に進行する．

1.3.1 炭素･金イオンのナノチューブ

最近，二重構造を持つナノメートル(nm)サイズのカーボンナノチューブに高強度レーザーを照射することで，準単色でＭｅＶオーダーのエネルギーを持った指向性のあるプロトンビームを生成できることが示された[4]（**図3**参照）．今後，レーザー強度を増すことで，加速プロトンのエネルギーが数10MeV の域にまで達するか否か，応用の観点からも興味深い．というのも，MeV～数十MeV の陽子線を使うことで，例えば陽子線トモグラフィーによる各種診断や，陽子線による癌治療といった産業応用･医療応用など，様々な近未来的応用が期待されているからである．

また，近年，クラスターコンピュータの演算速度の増大とMPIシミュレーション技法の発展に伴い，以前にも増して多様な物理化学過程が厳密かつ詳細に議論･評価されるようにもなってきた．筆者(田中)が関与する分野でも，マイクロ波･遠赤外線の加熱機構，DNA のナノ孔通過，電荷逆転と電気泳動法，ナノチューブ加速器などがあげられる

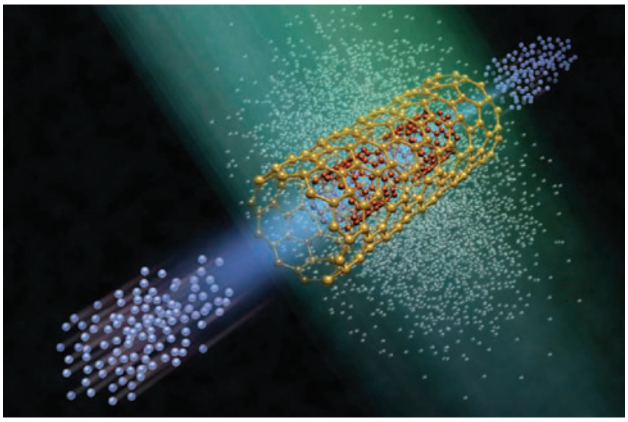

図3 ナノチューブ加速器（概念図）．超高強度レーザーに照射されたナノチューブから，瞬時に大半の電子（白点）が剥ぎ取られ，その結果，クーロン反発力により初期に内部に装填されていた水素原子（赤）はプロトンビーム（青）となってナノチューブ両端から射出される（参考文献[4]より抜粋）．

[1,4,14-20]．その最新の研究では，分子動力学法において実質量を取り扱うことが可能である．実際，スーパーコンピューター富士通FX100を使って，実際の質量比プロトン1，炭素12，金197，そして電子1/1836で，イオンビームの発展が議論できる．

ところで以前の研究[4]では，相対論的にプロトン，炭素，電子などの運動を追う静電波分子動力学を行った．しかし電子はプロトンの1/100 の質量を仮定しており，時間においてイオン間の分離は不十分であった．今回は，質量比を実際と同じ大きさにとり，印加する $E\times B$ ドリフト場に時間･座標依存性として $(\omega t - k_y y)$ を取り入れる．

まず炭素間の距離 1.421 Å を基本にして，2次元6員環ネットワークにより，数10 nm オーダーで炭素の円筒形を構築する．そこに金イオンを付加して，ナノチューブのイオン運動の発展を数値シミュレーションで調べよう．ここで金は独自のかたちを作らないが，質量数197を持ち，イオン価数20-70価をもったナノチューブ籠の随伴物として，その振舞いが注目される．

1.3.2 3次元の分子動力学

この研究では，ニュートン運動方程式で粒子の座標 $\vec{r}(t)$，速度 $\vec{v}(t)$ を解き，時間発展を追跡する．これにはより原理的な分子動力学を用いた[1,4]．その理由は，置かれている状況ではイオン密度が場所により大きく異なり，平均場であるプラズマ近似が成り立たないからである．

初期に炭素，金粒子を2次元表面である，約15 nm（直径，横）と30 nm（高さ，縦）の円筒形を構築する．その原点を含む内側に約12 nm（直径），27 nm（高さ）の円柱をとり，プロトン粒子を一様につめこむ．約43万個になる粒子のプロトン，炭素，金そして電子は初期温度をゼロとする．

イオン運動は3次元の無限空間で定義されていて，クーロン相互作用を高い精度で解く縦電場を用いる．その運動方程式の右辺は，

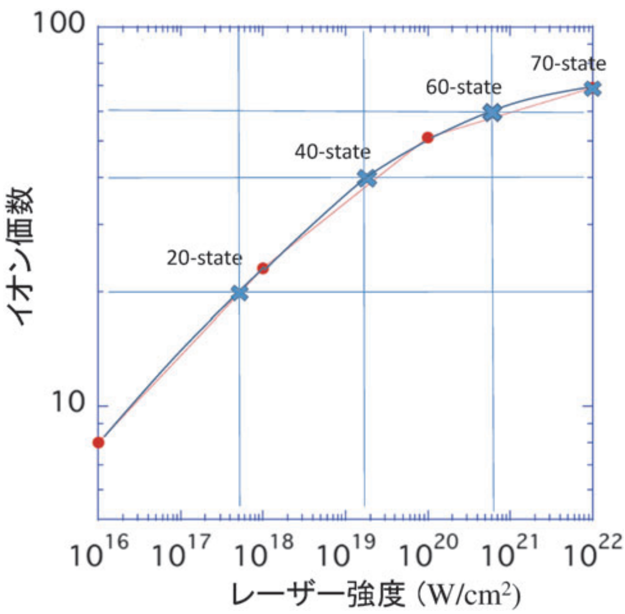

図4 レーザー強度と金のイオン価数．

$$F_{Coul}(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^{N} q_i q_j \vec{r}_{ij}/r_{ij}^3 \tag{29}$$

である．ここで，q_i は i 番目の粒子の電荷，$\vec{r}_i$ は粒子の座標であり，z 軸はナノチューブの長軸方向，x, y 軸は垂直方向である．粒子数は $i = 1, ..., N$ であり，$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ は粒子 i, j の距離で，すべてのイオン種の組み合わせについて和をとる．

これとあわせて，3 次元 Maxwell 方程式を解くことにする．横電場 $\vec{E}_T(\vec{r}, t)$ と磁場 $\vec{B}(\vec{r}, t)$ は有限領域のグリッド上で定義される．現実に使用可能な領域の大きさは資源から限りがあるが，ここでは正イオンと電子の双方が関わる電磁波相互作用について記述しよう．以下で述べるが，横電場 $\vec{E}_T$ と縦電場について，電流項に関してグリッド上で直交性を満たすように分離する（後述）．内部領域は中心を原点として，$M_x = 100$ セル，$M_y = M_z = 200$ セルのグリッド点とし，$500 \times 1000 \times 1000$ Å^3 とする．その外側領域では，ドリフト場 $(E_{z,0}, B_{x,0})(\vec{r}, t)$ のみ残して，それ以外の成分はゼロとする．

ここで運動量 $\vec{p}_i$，位置 $\vec{r}_i$，そして速度 $\vec{v}_i$ として，運動方程式をまとめると，

$$d\vec{p}_i/dt = \sum_{i=1}^{N} q_i q_j \vec{r}_{ij}/r_{ij}^3 + q_i [\vec{E}_T(\vec{r}, t) + (1/c)\vec{v}_{T,i} \times \vec{B}(\vec{r}, t)], \tag{30}$$

$$d\vec{r}_i/dt = \vec{v}_i, \qquad \vec{p}_i = m_i \vec{v}_i/\sqrt{1-(\vec{v}_i/c)^2} \tag{31}$$

である．ここで，d/dt は時間の全微分であり，(30)の右辺第 1 項は(29)であり，第 2 項の $\vec{E}_T$ と $\vec{B}$ は Maxwell 方程式で順次求めていく．

$$(1/c)\partial\vec{B}/\partial t = -\nabla \times \vec{E}_T \tag{32}$$

$$(1/c)\partial\vec{E}_T/\partial t = \nabla \times \vec{H} - (4\pi/c)\nabla \cdot \sum_i q_i \vec{v}_{T,i} S(\vec{r}). \tag{33}$$

ここで，$\partial/\partial t \cdot \nabla$ は時間・空間の偏微分，E_T，B は横電場と磁場，c は光速度であり，$S(\vec{r})$ は近くのグリッド点で求める粒子和を表す．

このとき，原点を中心とする有限空間におけるグリッド点において，電流を横電流項とそれと直交する縦電流項で分離する．すなわち，

$$\vec{j}_T = \vec{j} - (\vec{j} \cdot \vec{E}_L)/|\vec{E}_L| \tag{34}$$

を用いて，電流項 $\vec{j}$ から縦電場成分である第 2 項を引き去る．横電流項 $\vec{j}_T$ はアンペールの式(33)の $\vec{v}_T$ で現れ，そして左辺によって $\vec{E}_T$ が求められる．最終的に，電場 $\vec{E}$ は横電場 $\vec{E}_T$ と縦電場についてクーロン相互作用 $\vec{F}_{Coul}$ の和である．

与えた系を時間的にドライブするのは，y 方向の左側から原点にむかってスタートし光速で進行する，電場 $E_{z,0}$ および磁場 $B_{x,0}$ である．電場，磁場はそれぞれ sin，cos の関数形をもつ正弦波であり，これが波長 800 nm，周期 2.67×10^{-15} sec を基本とする：

$$E_{z,0}(\vec{r}, t) = E_0 \sin(\omega t - k_y y), \tag{35}$$

$$B_{x,0}(\vec{r}, t) = B_0 \cos(\omega t - k_y y) \tag{36}$$

ここで，振動数は $\omega = ck_y$，$E_0 = B_0$（CGS 系）であり，時間ステップとして $\Delta t = 5 \times 10^{-19}$ sec である．

● 粒子の個数，価数，クーラン拘束条件

用いる粒子の個数は，炭素は＋ 6 価で粒子数は約55,000個，金はイオン価として20価－70価の 1 つをもち約55,000個，プロトンは＋ 1 価で約10,000個である．それに対して，電子は－ 1 価で，その個数は全イオンの荷電中性条件で決める．個々の炭素は 6 員環の籠の位置で決まり，対となる金は炭素の外側で 2 Åのところに置く．プロトンは原点を中心にして，（横，縦）≈150×300Å^2（直径）内の位置を一様に占めるように置く．初期エネルギー（温度）はゼロとする．

金イオンの価数は，各ランのレーザー強度に応じてひとつの価数が決まる[21]．**図 4** において丸印が示すように，レーザー強度が 5×10^{17} W/cm^2 から 1×10^{22} W/cm^2 に応じて，それぞれ20価，40価，60価，70価の金イオンが対応する．ランの物理時間は，2.5×10^{-14} sec（femto sec，10^{-15} sec）を基本として，レーザー強度の大きさによってエネルギーがはやく変化するので，ランの長さを調節する．なお，レーザー強度 5×10^{17} W/cm^2 に対応して，電場は 1.46×10^{12}V/m であり，CGS系では 4.58×10^7 statV/cm である．

ところで，数値計算に用いるコードが電磁波にとって安定であるためには，長さ Δx と時間 Δt にクーラン条件が必要である．つまり，Δx と Δt の間には光速について不等号の関係式があり，

$$\Delta x/\Delta t > c. \tag{37}$$

いまの場合，拘束条件は $\Delta x/\Delta t$ が光速を超えること

$$\Delta x/\Delta t = 5 \times 10^{-8}\ \mathrm{cm}/5 \times 10^{-19}\ \mathrm{sec} = 1 \times 10^{11}\ \mathrm{cm/sec} > c, \tag{38}$$

が条件である．

● MPI 集団通信の和について

数値コードにおいて，2 粒子 i, j 間の粒子和 (29) を求めるときは，MPI 技法の集団通信である 2 重ループの和計算を用いている．これは全粒子 N について，まず部分のランク size 個に分割して，i_{start} をスタート値（ 1 から size へ）として $i = i_{start}, N, size$ を外ループ，i をもつ $j = i+1, N$ を内ループとして， 2 重ループの和が求められる．そこではランクが異なっていても計算が均等に働くように，size 個とびの和である Round robin 和がとられる（幼児玩具のコマドリの意味）．最後に，size個だけ生まれる部分和をすべての和に一致させるため，集団通信を用いて唯一の和（all-blackuce 和）を求める．

これは open MPI 法では広く用いられており，この数値コードでは普通のランで約10^4回計算される．しかしこの並列計算であるパラレル実行には約70%の時間が費やされており，この分子動力学では非常に重い計算である．

1.3.3 数値シミュレーション

4つのイオン種として，プロトン，炭素，金，そして電子を与えて，正イオンと電子の振舞いを分子動力学により追跡する．このとき，**表1**のように，レーザー強度は 5×10^{17} W/cm^{2}から1×10^{22} W/cm^{2}のうちの1つに選んでいる．

(a)正イオン種の時間発展

まず**図5**で，5×10^{17} W/cm^2 のランを見てみよう．レーザー場は 800 nm の正弦波$(\omega t-k_y y)$(36)であり，正方向に向かってナノチューブの側面から照射されている．yz プロットで両先端部にあるのはプロトン（青），やや遅れて炭素（緑），金（黄）が追っている．電子（赤）は右側の yx, yz プロットにある遠方に多くみられるが，ごく一部は左側のyzプロットの原点付近にも存在する．イオンの速さはゼロから急速に成長して，プロトンは初期の位置からナノチューブの縦方向（z 軸）にむかって加速されていく．炭素，金イオンは走行するプロトンをガードするようにやや原点側にある．

一方，電子はプロトンに比べて質量が小さいため$(m_e=m_p/1836)$，$v_{te}\gg v_{t,ion}$ のために大きな空間を運動する．軌跡をみると，電子は横向き（y 軸）に開いていく扇形をしており，z, x 方向は原点 O について対称である．このレーザー強度では，運動する範囲が座標面 $y<0$ に限られている．軌跡の大きさは，時間を t (sec)として，$2.7/t\mu$ m/s である．

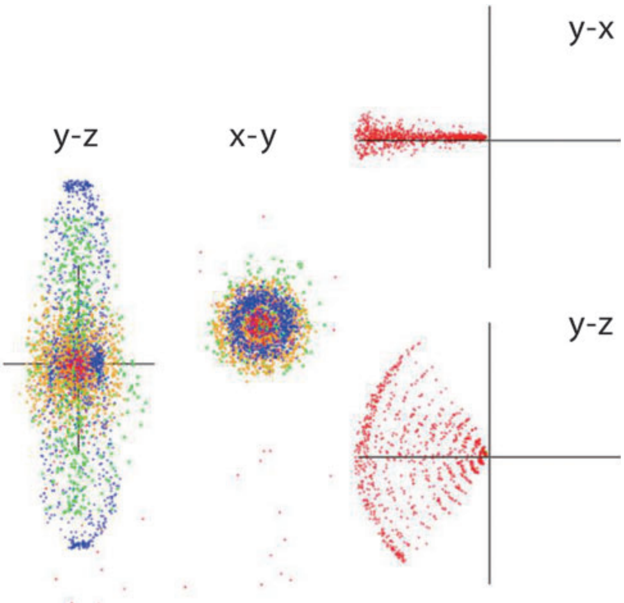

図5 レーザー強度 5×10^{17} W/cm^2（S1 ラン）における *yz,xy* プロット．（赤：電子，青：プロトン，緑：炭素，黄：金）および電子 *yx*，*yz* プロット．時間は 30 fs，縮尺は 8.8×10^{-6} cm（左，中），および 7.5×10^{-4} cm（右）．

表1 シリーズ名，レーザー強度，および結果で得られる炭素，金，プロトン，電子成分の運動エネルギー(MeV，平均値)．

シリーズ	レーザー強度W/cm^2	炭素	金	プロトン	電子
S1	5.0×10^{17}	0.16	0.42	0.042	1.18
S2	1.7×10^{19}	0.68	5.1	0.19	63.0
S3	6.0×10^{20}	1.1 − 1.4	19.4 − 20.6	0.32 − 0.45	2030
S4	1.0×10^{22}	1.3 − 7.6	23 − 59	0.7 − 3.1	3600

図6には，S1 ランの時刻 $t=30$ fs において，速度分布関数を示す．プロトンは，縦成分($V_\parallel$)をみると，中央のボルツマン分布があると同時に，$V_y<0$ 方向に裾が長く伸びて最後に切り立っている．その大きさは3×10^8 cm/s である．電子の分布では縦方向の裾がプロトンと同じであり，垂直方向では $-V_y$ 成分が大きく突起している．炭素，金イオンではわずかに $V_\parallel$ の裾が見えている．一方, S4で正イオンのプロトンでは，光速の約1割での運動がみられる．

粒子 s 種の運動エネルギーは，$\vec{p}_i$ を個々の運動量として，s 種の和をとって，$W_{kin,s}=\sum_{i=1}^{N_s}(\vec{p}_i^{\,2}/2m_i)$ である．ここで，N_s は s 種の個数である．1個あたりの平均運動エネルギーは，N_s で割って，$w_{kin,s}=\sum_{i=1}^{N_s}(\vec{p}_i^{\,2}/2m_i)/N_s$ である．

表1に，4つのランの最終時刻における運動エネルギーの値を示す．運動エネルギーの時間変化を見ていると，**図7**a）に示すようにS1-S3では単調に増加していき，金，炭素イオンはプロトンよりも成長に時間がかかる，電場エネルギー E_z^2 は遠方まで届くクーロン場の発達が原因である．正弦波の時は，電子の小さい成長はいつまでも増大していく．運動エネルギーの最大値は，各イオン種とも平均運動エネルギーのほぼ3倍である．注目すべきことは，炭素と金イオンは，プロトンよりも質量の大きさだけ運動エネルギーが大きく，ランS1では金0.31 MeV，炭素0.11 MeV，プロトン0.031 MeV である．ちなみに電子は広い自由空間を運動しており，最速値は1.2 MeV である．運動エネルギーは質量に比例しており，正イオンでは金イオンが第1番，炭素は第2番，プロトンは第3番の順である．

レーザー強度が増加して 1.7×10^{19} W/cm^2 のときでは，飽和が見えており，金5.1 MeV，炭素0.68 MeV，プロトン0.19 MeV である．エネルギーが比較的大きい 6×10^{20} W/cm^2（S3ラン）では収束しており，金13.7 MeV，炭素0.95 MeV，プロトン0.30 MeV である．

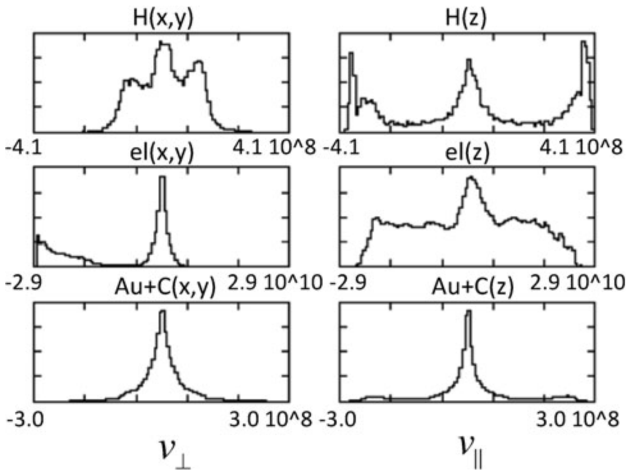

図6 レーザー強度 5×10^{17} W/cm^2（S1 ラン）における，（上から順に）プロトン，電子，炭素＋金の速度分布関数．時刻は 30 fs．左側は垂直方向(V_x, V_y)，右側は縦方向 $V_\parallel$，横軸は速度（cm/s）．

レーザー強度が 1×10^{22} W/cm^2（S4，**図 7** b）では，正イオンの各成分は周期と密接に関連した大きな脈動振動をしている．金イオンは約 20 MeV から 60 MeV のあいだで振動している．その振幅は時間をかけて，最終的にはその中間値に収束すると見られる．

金イオンの存在とは別に，炭素は約 1 MeV − 8 MeV で振動している．大きさは金イオンの 1 割程度だが，初期構造において安定した 6 員環の籠を保つため，必要なものである．なお，プロトンはその質量が金の約 1/200 倍であるので，エネルギー的に見ると小さいことがわかる．電子数は粒子数が多いので，全運動エネルギーで 10^{19} W/cm^{2}のラン以降ですでにエネルギーが凌駕している．

(b) 電子の時間発展

電子における幾何空間の分布を，**図 5**（S1 ラン）と**図 8**（S4 ラン）の右側の yx，yz プロットで見てみよう．レーザー強度 5×10^{17} W/cm^2 では，すでに**図 5** で見たように，時間的に 30 fs においてきれいな扇形に電子が広がっていた．このレーザー強度では電子の広がりは小さく，電子は領域 $y<0$ に局在した．

1.7×10^{19} W/cm^2 のレーザー強度では，電子は正イオンを大きく取り囲む渦巻き状に発展し，y 面において上下の両側をしめる．一方，6×10^{20} W/cm^{2}では，渦巻き状の軌跡は下側にきわめて偏っており，yz 面では第 3 象限の偏った半円状アーク状になる．

図 8 で見る S4 ラン 1×10^{22} W/cm^2 では，プロトン（青）は yz プロットにおいて外に出た「かぎ型」の振舞いをしている．右側の yx，yz プロットでは，電子（赤）は金（黄），炭素（緑）より完全に分離して，$y>0$ そして $z<0$ 方向に向かって $E\times B$ ドリフトで進行する．時間的には全体が短く，平均で電子は相対論的速さの90%の速度を持っている．

ただし正弦波がイオン群をドライブする場合，運動エネルギーは増大していく．とくに電子の場合，エネルギーは無限大を目指しているので，電子の値は参考にとどめる．

(c) 速度空間での分布

速度空間での分布を，**図 9** に S1，S4 ランにおいて，$(V_\parallel, V_x)$ で示す．はじめに 5×10^{17} W/cm^{2}のレーザー強度では，正イオンのプロトン（青），炭素（緑），金（黄）は両半面を占めている．実際速度空間では，分布は蝶々のように上下に広がっている．電子(赤)は中央部のもつボルツマン分布と同時に，左側に見られる $V_y<0$ をした傘の形を占めている．それに対して，1×10^{22} W/cm^{2}では，エネルギー

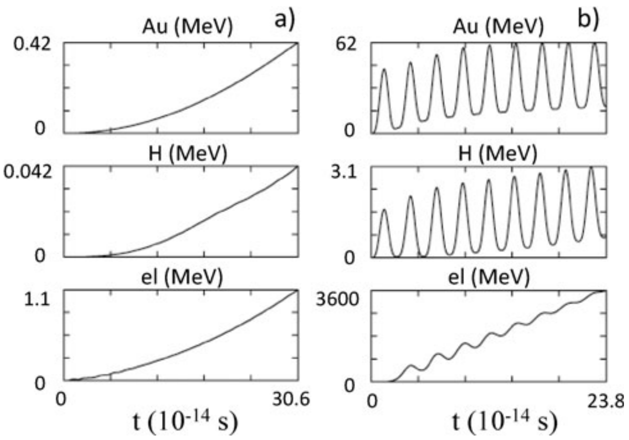

図 7　レーザー強度 a) 5×10^{17} W/cm^2 (S1 ラン)，および b) 1×10^{22} W/cm^2（S4 ラン）における運動エネルギーの比較．上から順に金，プロトン，電子．

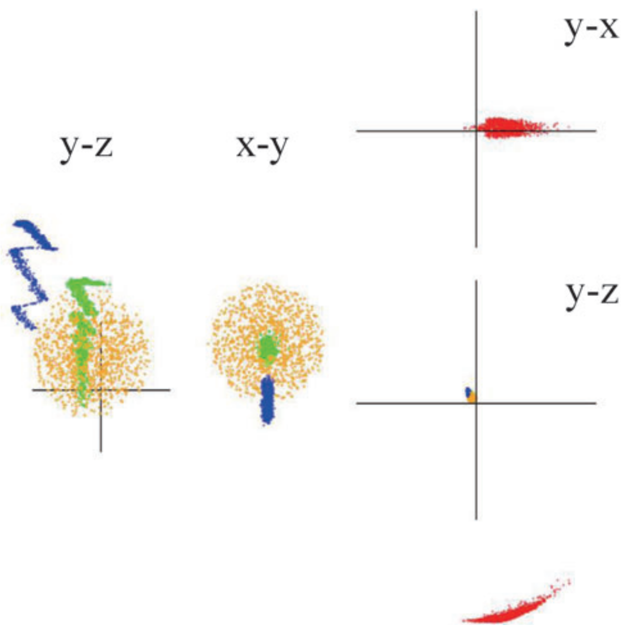

図 8　レーザー強度 1×10^{22} W/cm^2（S4 ラン）における yz，xy プロット．（赤：電子，青：プロトン，緑：炭素，黄：金），および電子 yx,yz プロット．時間は 23 fs，縮尺は 3.4×10^{-5} cm（左，中），および 3.5×10^{-4} cm（右）．

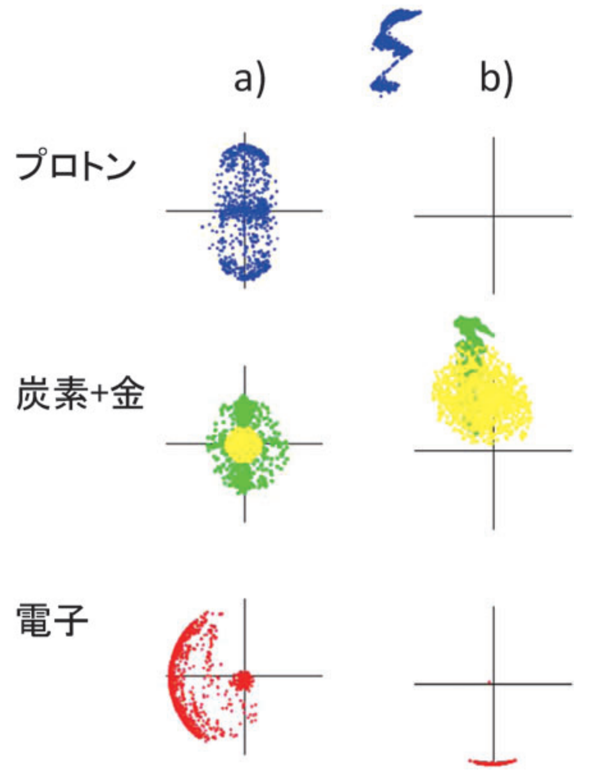

図 9　（上から順に）プロトン，炭素十金．電子の速度分布．レーザー強度と時刻は，a) 5×10^{17} W/cm^2,30 fs (S1 ラン)，および b) 1×10^{22} W/cm^2, 23 fs (S4 ラン)．縮尺スケールは，正イオンは　a)100倍，b) 50倍，および電子は全て 1.5 倍．

が過渡的に大きな脈動振動をしており，プロトン，炭素，金は大きく突き出した「くちばし」の形状をもつ．電子は完全に $V_{\parallel}<0$（下方向）に偏る．

1.3.4 まとめ

相対論の静電気力場を中心に，電磁波を含めた分子動力学によって，高輝度のナノチューブ加速器の数値シミュレーションを行った．$E\times B$ 場を時間的にドライブすると，正イオンはナノチューブの縦方向に強く加速され，亜相対論領域に近づいた．電子は強いレーザー場では正イオンを完全に離れて，光速度の90%でナノチューブの垂直方向に進んだ．参考として金イオンは，レーザー強度 10^{22} W/cm^2 において正弦波の場合は，約 20－60 MeV（脈動振動）の運動エネルギーに達した．

今後は，無限ソースである正弦波の $E\times B$ ドリフトから，有限時間で起きるパルス波のときの振舞いが知りたいところである．また，２重，３重の多重のナノチューブ籠や２次元の籠構造の振舞いも，実際にナノチューブのパフォーマンスを知るために大切だろう．３次元の相対論分子動力学の数値計算を，時間をかけて進めたい．

参 考 文 献

[1] M. Murakami and M. Tanaka, Phys. Plasmas **15**, 082702 (2008).
[2] M. Murakami and K. Mima, Phys. Plasmas **16**, 103108 (2009).
[3] S.C. Wilks *et al.,* Phys. Plasmas **8**, 542 (2001).
[4] M. Murakami and M. Tanaka, Appl. Phys. Lett. **102**, 163101 (2013).
[5] J.E. Crow *et al.,* J. Plasma Phys. **14**, 65 (1975).
[6] J. Denavit, Phys. Fluids **22**, 1384 (1979).
[7] C. Sack and H. Schamel, Phys. Rep. **156**, 311 (1987).
[8] P. Mora, Phys. Rev. Lett. **90**, 185002 (2003).
[9] A.V. Gurevich *et al.,* Eksp. Teor. Fiz. **49**, 647 (1965) [Sov. Phys. JETP **22**, 449 (1966)].
[10] L.I. Sedov, *Similarity and Dimensional Methods in Mechanics,* 10th ed. (CRC Press, Boca Raton, 1993).
[11] M. Murakami and M.M. Basko, Phys. Plasmas **13**, 012105 (2006).
[12] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Statistical Physics,* 2nd ed. (Pergamon, Oxford, 1968), Chap. 38.
[13] R.M. Corless *et al.,* Adv. Comput. Math. **5**, 329 (1996).
[14] M. Tanaka *et al.,* Proc. Global Congress on Microwave Energy Applications, pp.146-158 (ed. R.L.Schulz and D. C.Folz, 2013).
[15] M. Tanaka and M. Sato, J. Chem. Phys. **126**, 034509 (2007).
[16] M. Tanaka *et al.,* Phys. Rev. B. **79**, 104420 (2009).
[17] Y. Rabin and M. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **94**, 148103 (2005).
[18] M. Tanaka, Phys. Rev. E **68**, 061501 (2003).
[19] M. Tanaka and A. Yu. Grosberg, J. Chem. Phys. **115**, 567 (2001).
[20] M. Tanaka *et al.,* Phys. Rev. E**56**, 5798 (1997).
[21] P. Mulser and D. Bauer, *High Power Laser-Matter Interaction* (Springer, Heidelberg, 2010).

むら かみ まさ かつ
村 上 匡 且

1988年大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程修了，工学博士．西独Max-Planck 量子光学研究所，レーザー技術総合研究所を経て現在大阪大学レーザー科学研究所教授．レーザー核融合，レーザーイオン加速など高エネルギー密度物理研究に従事．趣味はテニス，二胡演奏．

た なか もと ひこ
田 中 基 彦

1981年東京大学大学院理学研究科地球物理学博士課程修了，理学博士．アメリカ合衆国メリーランド州立大学，広島大学，核融合科学研究所，マサチューセッツ工科大学研究員を経て，中部大学大学院工学研究科，教授．マイクロ波・遠赤外線の加熱，DNA のナノ孔通過，電荷逆転と電気泳動法，レーザーのナノチューブ加速器，「自然世界の高分子」（翻訳，吉岡書店）の物理学理論．趣味は自然界の登山，Bach，Mozart などの音楽鑑賞．

J. Plasma Fusion Res. Vol.93, No.10 (2017) 491‐497

講座 超高強度レーザーとプラズマの相互作用に関する物理
-ナノチューブ加速器からメガテスラ磁場生成まで-

2．イオンビーム高速点火とプロトンビーム生成

2. Ion Driven Fast Ignition and Proton Beam Generation

HONRUBIA Javier，WENG Su-Ming[1)]，村 上 匡 且[2)]
HONRUBIA Javier, WENG Su-Ming[1)] and MURAKAMI Masakatsu[2)]
マドリッド工科大学，[1)]上海交通大学，[2)]大阪大学レーザー科学研究所

（原稿受付：2017年９月12日）

従来の加速器に比べレーザーイオン加速はエネルギー密度が高くシステムとして劇的にコンパクトになり得る一方，各種の実用的応用に十分応えられる性能を出せるか否か，がレーザーイオンビーム開発研究の今後の大きな要となる．本章では，レーザープロトンビーム核融合を念頭に，中空円錐ターゲット内部に設置された湾曲薄膜を使った静電場駆動プロトンビーム生成に関して解説する．次いで，静電場法とは別のプロトンビーム生成方式である穿孔（hole-boring）輻射圧加速に関する最近の研究を紹介する．

Keywords:
ion-driven fast ignitiaon, hole-boring, radiation pressure, proton acceleration, particle-in-cell simulation, cone

2.1　はじめに

高強度レーザーパルスと物質との相互作用を使った効率的なイオンビーム生成は，科学，医学，および産業における幅広い応用が見込まれることから，ここ20年の間に特に高い関心を集めている[1,2]．高周波電界によって駆動される従来の加速器とは対照的に，レーザー駆動イオン加速では数百 GV/m の大きな加速勾配を得ることができ，それゆえに従来の加速器に比べてレーザー駆動によるイオン加速は，コンパクトサイズ，短いバンチ時間，高粒子密度等の利点を持っている．これらの利点は，X 線撮影や放射線治療[3-5]，高エネルギー密度物理[6]，慣性閉じ込め核融合（Inertially Confinement Fusion: ICF）におけるイオン駆動高速点火[7] などに対し特に重要となってくる．

イオン駆動高速点火は，ICF の（電子駆動）高速点火の魅力的なバリエーションであり，低ドライバーエネルギーで高利得を達成し，将来の核融合炉に適したシンプルなターゲット構造を持っている[8]．しかし，点火のための短イオンパルスが最適なタイミングで圧縮された高密度燃料を十分な高温に急速加熱するためには，次のような特性を持つ高品質の高エネルギーフラックスのイオンビームを実現することが極めて重要となる．第１に，イオンビームがホットスポットに到着した時点で1.5 GJ/cm^{2}程度の高エネルギーフラックスを有していること[9]．第２に，大部分のイオンがホットスポット内部で効果的に減速するために，イオンビームが予備加熱された圧縮燃料の飛程域内（数 10 MeV／核子）におけるエネルギー拡散を十分低く抑える必要があること[10]（通常，$\Delta E/E \leq 20\%$）．第３に，工学的観点からレーザーからイオンへの高いエネルギー結合効率（≥10%）が要請されること[7]である．

本章では，イオン駆動高速点火核融合における圧縮主燃料加熱を目的としたプロトンビーム生成及びビームのターゲット中の輸送と相互作用[11]に主眼を置き，2.2節で静電場加速方式を，2.3節で穿孔輻射圧加速方式をそれぞれ粒子シミュレーションの結果を介して概説する．

2.2　静電シース加速によるプロトンビーム高速点火

静電シース加速（TNSA: Target Normal Sheath Acceleration）方式[12]は，過去15年間，多くの研究者によって広く研究されてきた．TSNA 方式によるイオン加速の厳密な数学的記述に関しては，本講座第１章［13］にて，ポアソン方程式と電子・イオンの二流体方程式系を連立させたセルフコンシステントなシステムとして紹介したが，これは荷電分離を伴う非中性プラズマの膨張を厳密に取り扱った解析モデルとしては初めてのものである．興味のある読者は同稿も参照されたい．TNSA 法による陽子加速の最初の実験的検証の後，レーザー駆動プロトンビームを使った慣性核融合カプセルの高速点火が提案され[7]，新しいタイプのターゲット設計[14,15]や照射スキーム[16,17]および炭素など中 Z イオンを使った理論設計[18,19]などの研究がそれに続いた．プロトン高速点火の主な利点の１つは，実験でも実証されているように，15%もの高いレーザーからプロトンへの変換効率である[20]．

標準的なイオン駆動高速点火の設計では，プロトンビームは TNSA 加速方式を用いて燃料カプセルに取り付けられた中空円錐内部で生成されるものと仮定されている．これまで実施されたプロトン高速点火計算のほとんどは，理想的にコリメートされたビームおよび最適ターゲット構成

authors’ e-mail: wengsuming@sjtu.edu.cn, murakami-m@ile.osaka-u.ac.jp

に基づいており，点火のためのレーザエネルギーを明らかに過小評価してきた．あるいは，プロトンが円錐先端に収束した後に与えられた発散角で飛散するという具合に[21]，円錐内での陽子加速と輸送を理想的に扱ってきた．

イオンビームの収束と発散はプロトン高速点火における最重要課題の一つである．最近の理論及び実験的研究により，イオンビームの発散は高速電子の熱膨張に依存し，双曲線状エンベロープを生じることがわかってきた．この結果を用いて，円錐ターゲット内で生成されるTNSAプロトンビームの収束効果による増幅を評価することで，必要とされる40 μmスポット径よりもずっと小さなスポット径となる約20 μmを予測した[14,19]．Bartal等によって報告された収束機構は，円錐内壁付近に電子によるシースが形成されることに基づいており，これは，円錐先端部にプロトンビームを収束させる静電界を生成する．

本節では，プロトンビームの生成と輸送，そしてコーン先端部との相互作用を，二次元PIC（Particle in Cell）シミュレーションを使って解説する．プロトンビームは，コンバータ用薄膜に集光された10^{20} W/cm^{2}および1 psのレーザーパルスによって駆動される．円錐は，高速点火に使用される標準円錐ターゲットを模した重水素-トリチウム（DT）低密度プラズマによって囲まれている．ビーム中和と発散に重要な役割を果たしているにもかかわらず，円錐先端部と周囲のDTプラズマは，中空円錐を使用した陽子加速の研究でこれまでほとんど考慮されていなかった．

均一なレーザービームが中空円錐の内側に配置された湾曲した水素薄膜（コンバーター）に照射されるものとする．円錐の壁は金であるが，高Z材料に見られるプロトンビーム散乱およびエネルギー損失を軽減するために先端部はカーボンから成っている[21]．円錐壁の金の初期平均電離度を$Z=18-20$，先端の炭素は完全電離（$Z=6$）が一定に保たれるものとする．円錐の先端および壁の電子密度は個体密度～$100n_c$に設定されている．ただし$n_c=1.1\times10^{21}$ cm^{-3}は波長1 μmのレーザーのカットオフ密度である．円錐開口半角は20°であり，電子密度が$10n_c$のDTプラズマに囲まれている．円錐壁および先端の厚さは，それぞれ5 μmおよび8 μmである．用いたターゲット配置を**図1**に示す．シミュレーションボックスのサイズは，x方向およびy方向にそれぞれ120 μmと90 μmであり，セルサイズは一辺0.0286 μmである．シミュレーションボックス内の粒子総数は7.5×10^8である．

ここではレーザーの波長1 μm，ピーク強度$I_{\max}=10^{20}$ W cm^{-2}のP偏光レーザーパルスがシミュレーションボックスの左側から入射している場合を考える．十分なイオンビームパフォーマンスを得るため，ここではスーパーガウシアン分布のレーザービーム波形：$I=I_{\max}\exp[-(y/\sigma)^4]\exp[-((t-t_0)/\tau)^2]$（ここでは$\sigma=30$ μm，$\tau=0.6$ ps，$t_0=0.6$ ps）を採用している[22]．また，粒子と電磁場に関してはy方向に周期境界条件を課している．

高速電子は薄膜近傍の低密度領域で生成され，その先端部はコーン壁および周囲のDTプラズマに向かってほぼ光速度で膨張する．レーザー強度がピークに達した時点（0.6 ps，10^{20} W cm^{-2}）における高速電子温度は4.5 MeVで，これはポンデラモーティブ比例則から得られる3.9 MeVに近い．TNSA機構によって相当量の電子が薄膜裏面から荷電分離されるが，**図2**に示すように，円錐壁および周囲のDTから薄膜に流入する電子によって，ターゲットサイズと同程度のスケールで見た電荷中性は維持される．結果として，先端に向かう円錐壁の表面電流によってB_z成分を持つ磁場が誘起される．**図2**のケースにおけるレーザーからプロトンへのエネルギー変換効率は約7 %であり，円錐先端部のすぐ後面となる$x=91$ μmでのプロトンの平均エネルギー3.3 MeVが得られている．

縦電場E_xは，薄膜の裏面を通って膨張する高速電子によって誘起される強い電荷分離によって生成されるもので，**図3**(a)及び(b)には，$t=0.5$ psにおいてレーザー周期で平均された縦電場E_xと横電場E_yの空間配位を示す．プロトンと高速電子は膨張先端部を除いてほぼ一体となって膨張するため，電荷および電流が中和される結果として円錐先端に向かう準中性プラズマジェットが形成される．以

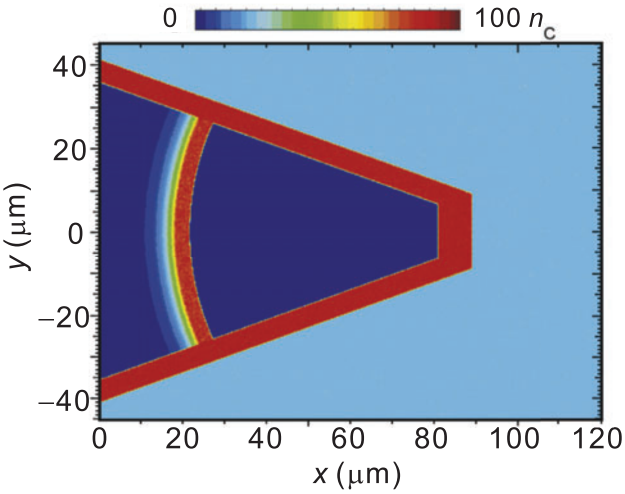

図1　粒子シミュレーションで設定したターゲット初期配位断面図（密度分布）．レーザー光は左方より入射し，円錐（コーン）中央に置かれた湾曲薄膜コンバーターで吸収・反射される．吸収されたレーザーエネルギーは，まず高速電子に変換され，その大部分は右側の円錐頭頂方向に飛散する．結果としてコンバーター薄膜裏面に強力な静電場が誘起され，この静電場によって薄膜内のプロトンが加速されビームとなって円錐頭頂部より右方に射出される．文献[8]より抜粋．

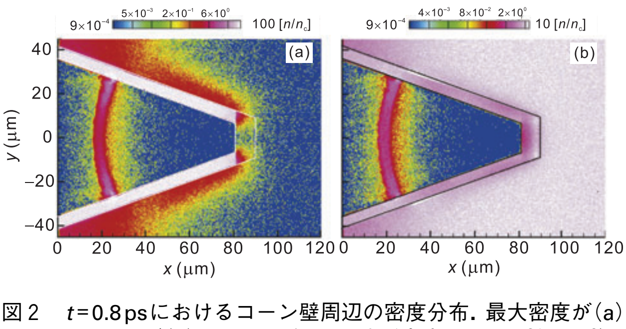

図2　$t=0.8$ psにおけるコーン壁周辺の密度分布．最大密度が(a) $100n_c$及び(b) $10n_c$の場合(n_cは遮断密度$\simeq10\times10^{21}$ cm^{-3})．文献[8]より抜粋．

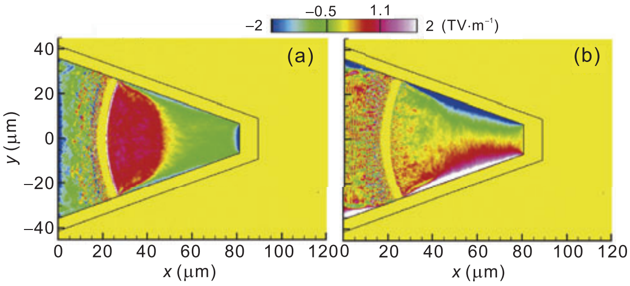

図3　$t = 0.5$ ps においてレーザー周期で平均された(a)縦電場 E_x と(b)横電場 E_y の空間配位．文献[8]より抜粋．

下で説明するように，コンバーター薄膜の裏面近くに最初に生成されたB_z磁場は，この準中性プラズマジェットと共に移動する．横電場 E_y は，縦電場 E_x 同様に円錐壁と真空との界面を通過する高速電子によって誘起されるが，これらの強力な電場によって実質的に加速されるのはプロトンである．というのも金イオンはプロトンよりも200倍近く重いため，金イオン自体の加速は十分に抑えられているためである．結果として，高速電子は円錐先端に向かう表面電流を誘起する E_y および B_z 場の協働効果により円錐壁内部に閉じ込められる．反対に E_y 電場は，加速されたプロトンを円錐軸に向かって駆動し，先端の小さな領域に収束させる．

衝突を考慮していない今回のようなPICシミュレーションに見られるレーザーからプロトンへの比較的低い変換効率（約7％）は，高速電子および壁電流の自由な流れによるコンバーター薄膜裏面のシース電子密度が直接の原因と言える[23]．TNSA 方式によるプロトンへの変換効率を向上させるために，円錐から来る電子流を減少させ，結果としてプロトン・電子間の荷電分離レベルをできるだけ維持すべく，コンバータ薄膜とコーン壁との間に絶縁材料を追加することなどが提案されている．

図4は，円錐壁の表面電流によって誘起されるB_z磁場の時間発展をプロットしたものである[24]．磁場の時間発展する振る舞いは，無衝突プラズマを仮定すると，次式により記述される．

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \qquad (1)$$

上記方程式から，膨張プラズマが円錐先端に到達しプラズマ流が滞留した時点でプラズマ速度 $\mathbf{v}$ はほぼゼロに低下する．これによりB_z場はそれ以上伝播しないことが説明できる．ここで，コーン先端付近に見られる B_z 増幅は(1)から導かれる磁束保存の必然的結果であるということ，さらに，このコーン先端近くの B_z 場の極性および強度は，プロトンの軌道を曲げ，ビームを再収束させるほどに強いレベルであることなどを強調しておきたい．また，適当なターゲットとレーザーパラメータを選ぶことで強力な B_z 場によって中空リング状プロトンビームを生成するという物理的にも非常に興味深いビーム形成も可能であり，大阪大学レーザー科学研究所の実験においても確認されていることも付記しておく．

コーン先端のB_z場は，プロトンビームの発散量だけでなく，プロトンビームの中和にも影響を及ぼす．プロトンに付随して飛散する電子の一部が B_z 場によって円錐先端に捕捉されるが，これを補う形で先端付近の DT プラズマから供給される電子がプロトンビームの中和化に寄与するのである．粒子シミュレーションで得られたプロトンビームのエネルギー密度を**図5**に示す．同図より，ビームの広がりとビームの空洞化が見て取れる．プロトンビームが円錐先端部の直径と同程度の領域に収束されているにもかかわらず，カーボン先端部のプラズマダイナミクスにより，B_z 場がさらに圧縮される（**図4**(d)）．その結果，上述のビームの空洞化およびその発散の実質的な上昇をもたらす．

本章では，コーンターゲットを用いたプロトンビームの生成と輸送を概観したが，今後，理論・実験の両面から，プロトンビームの指向性，変換効率，単色性などの重要指標に対して最適化を図る必要がある．

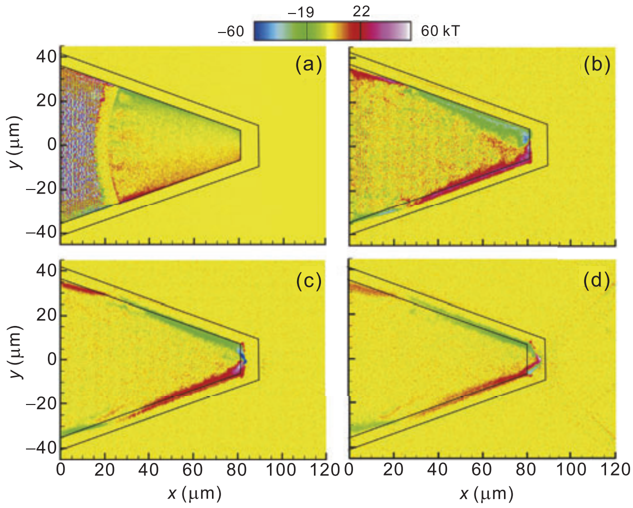

図4　各時間における B_z 磁場分布(a)0.5 ps，(b)1.5 ps，(c)2.5 ps，(d)3.5 ps．文献[8]より抜粋．

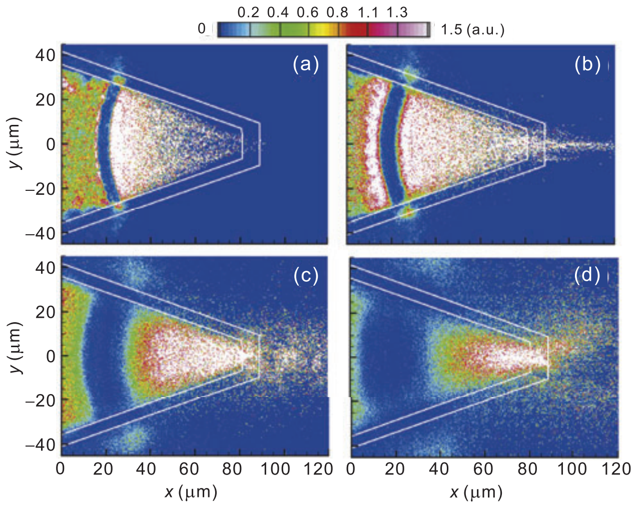

図5　各時間におけるプロトンのエネルギー密度分布(a)1.0 ps，(b)1.5 ps，(c)2.5 ps，(d)3.5 ps．先端部における磁場密度の上昇とともにプロトンビームの発散が増幅され，結果としてコーン外部領域においてビームの空洞化が見られる．文献[8]より抜粋．

2.3　穿孔輻射圧加速によるプロトンビーム生成

前節では，TNSA 方式に基づいたプロトン加速をベースにしたイオン駆動核融合を想定したが，過去20年近くにわたり，その他にも以下のようなレーザーイオン加速方式が提案されてきた：再加熱加速（break-out-afterburner: BOA）[25]，無衝突静電衝撃波加速（collisionless electrostatic shock acceleration: CSA）[26-28]，クーロン爆発加速（Coulomb explosion: CEA）[29, 30]，輻射圧加速（radiation pressure acceleration: RPA）[31, 32].

歴史的に見ると TNSA 方式が最も長く研究されており，現在までのところ実験的に確認された最高のプロトンエネルギーは 85 MeV となっている[33]．ただ，同方式においてはエネルギースペクトルが準指数関数的に減衰するのが常で，将来的応用を考えるとまだまだ十分とは言えない．そうした中で提案されたのが，高効率で準単色のイオンビーム生成を売りとする RPA 方式である[31, 32]．同方式では，高強度の円偏光レーザーのポンデラモーティブ力によって個体ターゲット中の電子が一様に前方に駆動され，その結果として非常に強力で指向性の強い静電場が生成され，これによってイオン加速が起こる．個体ターゲットの厚みに依存して RPA 方式には 2 通りのモードが有る．ナノメートルのオーダーの極薄ターゲットの場合，イオンに先行してレーザーパルスによって駆動される電子雲が「帆」となって，静電場によりイオンが引っ張られる形で全体が一体となって連続的に加速される．この加速方式を使えばイオンは GeV エネルギー領域まで加速されることが理論的には期待されている[34-37]．他方，ターゲットが比較的厚い場合，穿孔現象を伴うイオンの加速が起こる[38-40]．従来，この穿孔方式はレーザー核融合における点火の一方式である高速点火の加熱機構として，高密度に圧縮された主燃料のコアに超短パルスレーザーのエネルギーを効果的に伝搬するために提案されたのであるが[9, 41]，近年，円偏光パルスを使った穿孔過程で高速イオンが高効率で生成されることがわかってきた[38-40].

穿孔RPA方式は他のイオン加速方式に比べると，イオンビーム高速点火だけでなく重イオンビーム核融合においてさえも，高エネルギー束のイオンビームの生成に対して高いポテンシャルを有している[7, 21, 42-44]．通常の静電場を利用した方式では，イオンは荷電分離が生じている数ミクロン程度の薄い空間を通して加速される．つまり，その狭い空間に存在する特定のイオンのみが加速される．例えば TNSA では，ターゲット裏面にあるイオンが加速されるが，穿孔 RPA では，ターゲットの厚み方向の連なった各層ごとの加速を受けることになり，結果として一体型加速が実現される[45]．そうした全体に渡る一様加速は，レーザーパルスとターゲットの時間空間的厚みが十分あれば，理論的上限はない．

穿孔RPAの原理は，**図 6** に示すように 1 次元の準定常ピストンモデルを使って説明することができる[31]．これは PIC（Particle-in-cell）コードを使った粒子シミュレーションによって得られたものである．ここでのレーザー条件としてはピーク強度 $I_0 = 2.74\times10^{20}$ W/cm^2 ($a \equiv |eE/\omega m_e c| = 10$)

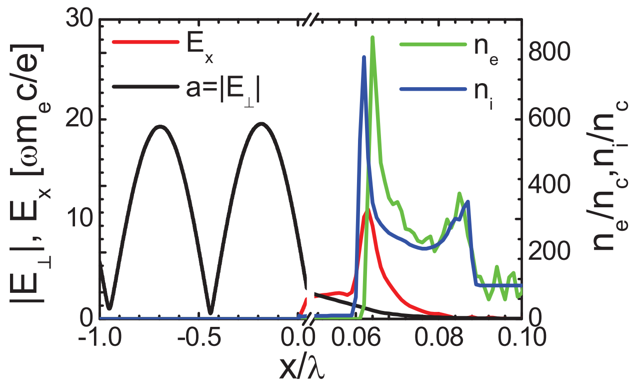

図 6　円偏光レーザーパルスを使った PIC シミュレーションから得られた $t = 5\,T_0$（T_0 はレーザー周期）における電子（緑）・イオン（青）の密度分布と電界強度分布．

が使われている．まず，レーザーパルスによるポンデラモーティブ力（黒）によって電子（緑）が右方に押し出され，これに誘起される x 軸方向に生じる強電場（赤）によってイオン（青）が右方に加速される．結果として，電子とイオンの間に荷電分離が起きている様子が見られる．この荷電分離層では非常に強い縦電界（赤）が励起されイオン加速に直接的役割を果たす．一方，レーザーパルスは完全反射され，横方向電界（黒）の振幅から反射パルスと入射パルスの重ね合わせによる定在波が形成されていることがわかる．$t = 0$ において電子数密度 n_e を均一（$n_e = 100 n_c$）だと仮定し，左方から入射したレーザーパルスは $x = 0$ に到達している．

簡単のため，まず時間的に一定の照射強度 I を持つ円偏光レーザーと低温で一様なプラズマとの相互作用について考える．レーザーエネルギーがプラズマに吸収される特性面（レーザー／プラズマ界面）の穿孔スピードもほぼ一定と考えられ，これを v_b とする．この v_b と同じ速度で一緒に動く系から見たレーザーパルスによってプラズマ穿孔表面に与えられる輻射圧 P_L は次式により与えられる[40].

$$P_L = \frac{2I}{c}\cdot\frac{1-v_b/c}{1+v_b/c}, \tag{2}$$

ただし，ここでは相対論的ドップラーシフトが考慮され完全なレーザー反射を仮定している．一方，このレーザー／プラズマ界面と共に動く座標系から見ると，イオンは $-v_b$ の速度でレーザー／プラズマ界面に向かって移動し反射される．反射が弾性的であるとするとイオンによってレーザープラズマ表面にかかる圧力 P_i は，

$$P_i = 2\gamma_b^2 v_b^2 \sum_i m_i n_i, \tag{3}$$

と表せる．ただし，$\gamma_b = 1/\sqrt{1-v_b^2/c^2}$ はローレンツ因子であり，m_i 及び n_i は第 i 番目のイオン種のイオンの質量と数密度を表す．記号 $\sum_i$ は全てのイオン種に対して総和を取ることを意味する．運動量束のバランス条件 $P_L = P_i$ より次式を得る．

$$(\Theta-1)\beta_b^2 - 2\Theta\beta_b + \Theta = 0, \tag{4}$$

ただし $\beta_b = v_b/c$ であり，

$$\Theta \equiv \frac{I}{\rho c^3} = \frac{a^2 m_e n_c}{\sum_i m_i n_i} \quad (5)$$

は，いわゆるピストン変数，ρ はプラズマの質量密度，$n_c = m_e \varepsilon_0 \omega^2/e^2$ はカットオフ密度である．ここで，$a \equiv |eE/\omega m_e c|$ はレーザーの規格化されたベクトルポテンシャルであり，円偏光に対しては $a = (I/m_e n_c c^3)^{1/2} = (I\lambda^2/2.74\times10^{18}\ \mathrm{W\,cm^{-2}\,\mu m^2})^{1/2}$ で与えられる．（4）を解くと，光速で規格化した穿孔速度 v_b は

$$\beta_b = \frac{v_b}{c} = \frac{\sqrt{\Theta}}{1+\sqrt{\Theta}}. \quad (6)$$

となる．

結局，実験室系におけるレーザー伝搬方向（x 軸）の運動量 $p_{i,x}$ と運動エネルギー ε_i は各々，次のように求められる．

$$\frac{p_{i,x}}{m_i c} = \frac{2\sqrt{\Theta}(1+\sqrt{\Theta})}{1+2\sqrt{\Theta}}, \quad (7)$$

$$\frac{\varepsilon_i}{m_i c^2} = \frac{2\Theta}{1+2\sqrt{\Theta}}. \quad (8)$$

これらの解析的モデルの妥当性は，円偏光が厚めのターゲットに適用された場合のイオン密度 n_i の時間発展を示した**図 7**（a）に見ることができる．パルスの立ち上がりのフェーズを除けば，プラズマと真空領域に明瞭な境界が見て取れる．ほぼ一定を保ったその勾配は $v_b = 0.023c$ の伝搬速度に対応し，これは（6）から得られる値 $v_b = 0.0228$ に非常に近い．**図 7**（b）でも**図 7**（a）と同様の振る舞いが確認されるように，プラズマと真空の境界における荷電分離が結果として強力な x 軸方向の静電場を誘起するのである．

ところで**図 7**（a）にプラズマと真空との境界に端を発する筋状のパターンが見られるが，これは高イオン密度領域に対応している．換言すると，イオンは荷電分離の結果強い静電場を持つこの境界層で反射・加速しているのである．さらに重要な点は，これらのイオンが定常なフラックスとしてではなくバンチ（塊）されたイオン群として境界層から放射されているということである．イオンは荷電分離層を塊となって飛び出すため，**図 8** にも見られるように位相ダイアグラムの中で肋骨様の構造を持つ．同構造は，これまでにも報告されており，穿孔RPAの典型的現象として捉えることができる．また，**図 8** において x 軸方向のイオンの運動量が（7）で予測した通り $p_{i,x} \simeq 0.046 m_i c$ 付近に分布していることが確認できる．ここでの運動量のばらつきはレーザー進行方向の電場の振動に起因している．

ピーク電界値 $E_{x,\max}$ の時間的振動はより明瞭に**図 9** に現れている．まず**図 9**（a）ではレーザー強度を変化させた場合を，次いで**図 9**（b）ではプラズマ密度を変化させた場合を示している．この結果から，レーザー強度の増加と共に $E_{x,\max}$ も増加するが，同時に電界強度のピーク値の変動も大きくなることがわかる．

殆どの場合，電界強度のピーク値は“ノコギリの歯状”に変動し，**図 8** に見たような肋骨様の構造を持つ．しかし，

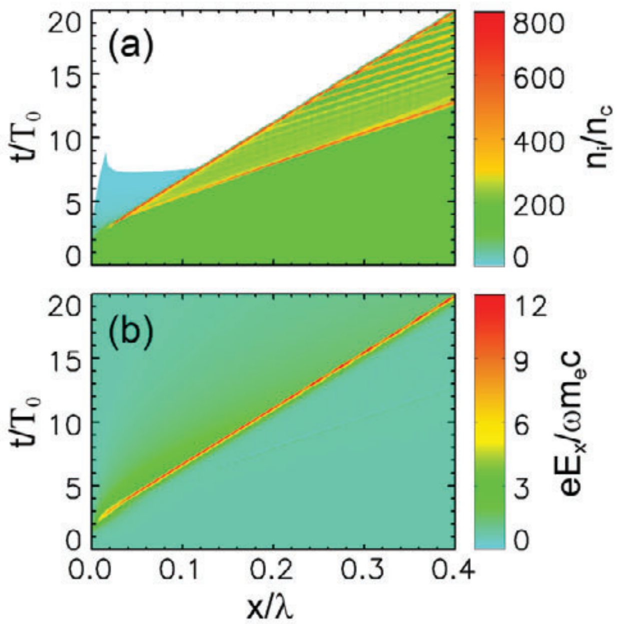

図 7　(a) 円偏光が厚目のターゲットに適用された場合のイオン密度 n_i の時間発展．(b) x 軸方向の電場の時間発展．レーザーおよびターゲットパラメータは図 6 に同じ．

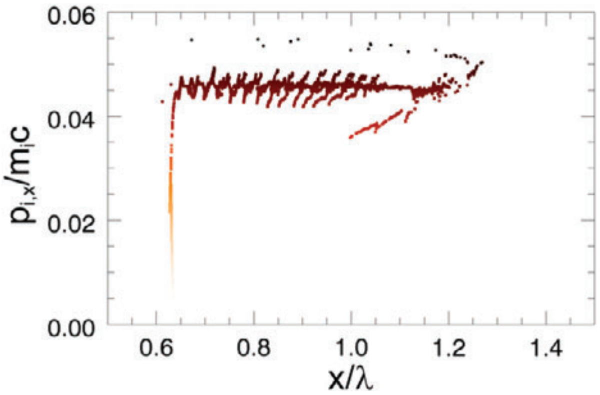

図 8　円偏光レーザーを使った PIC シミュレーションにより得られた $t = 30\ T_0$ における加速イオンの位相空間分布．レーザーおよびターゲットパラメーターは図 6 に同じ．

$a = 100$ に対応するような高強度レーザーと $n_e = 10$ 程度の低密度プラズマの組み合わせの場合には，電界ピークの振動に対するこうした規則的な振る舞いは見られない．この場合，相対論的透明性 [40] が重要な役割を果たし，不完全穿孔 RPA [41] ともいうべき加速モードに対応する．このモードにおいては，加速イオンの運動エネルギーは著しく上昇するが，その一方で上記の電界強度の大きな揺らぎのためにイオンエネルギーの単色性は著しく損なわれることになる．一次元 PIC シミュレーションから，不完全穿孔 RPA モードと従来の穿孔 RPA モードとの境界に対し次のスケーリング

$$n_b = 0.618(1+2a^2)^{0.314} n_c, \quad (9)$$

が，特に電子-プロトンプラズマに対して成立することがわかっている [41]．

（6）及び（8）に従うと，穿孔RPAモードにおけるイオン

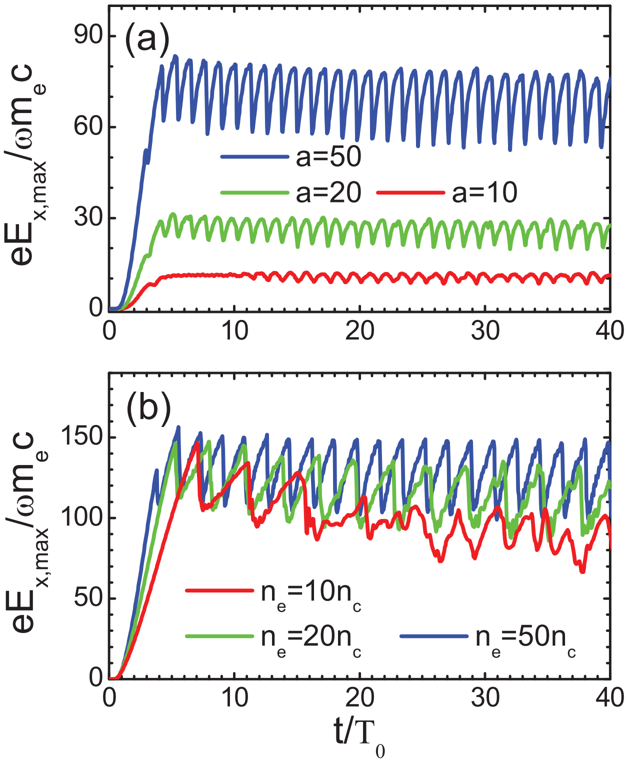

図 9　電界ピーク値 $E_{x,\max}$ の時間発展(a)電子密度が $n_e = 100$ であるプラズマと異なるレーザー強度（$a = 10, 20, 50$）の円偏光が相互作用した場合(b)強度（$a = 100$）のレーザーと異なる密度（$n_e = 10, 20, 50$）のプラズマが相互作用した場合．そのほかのパラメータは図 6 に同じ．

の運動エネルギーはレーザー強度の増加あるいはターゲット密度の低下に比例して増幅されることがわかる．この比例則は**図10**の結果からも確認することができる．ただその場合，同時に単色性が損なわれることを改めて付記しておく．以上の様に，穿孔 RPA 加速方式においてのみならず一般的なイオン加速方式全般に言えることとして，一般的にイオンエネルギーの増大はビーム品質の劣化を伴うのである．

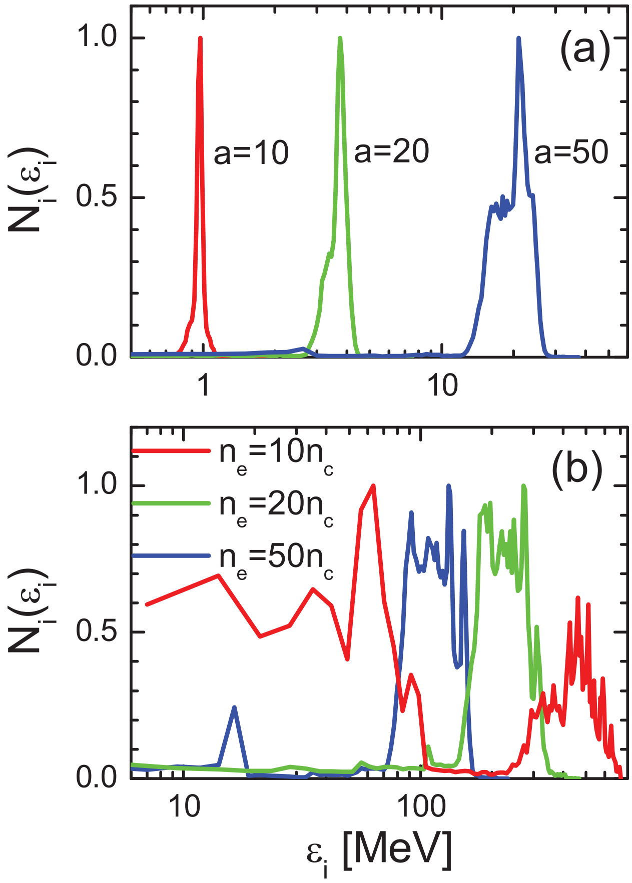

図10　円偏光レーザーを使った PIC シミュレーションにより得られた $t = 30\ T_0$ における加速イオンの位相空間分布．レーザーおよびターゲットパラメーターは図 6 に同じ．

参 考 文 献

[1] H. Daido *et al.*, Rep. Prog. Phys. **75**, 056401 (2012).
[2] A. Macchi *et al.*, Rev. Mod. Phys. **85**, 751 (2013).
[3] M. Borghesi *et al.*, Phys. Plasmas **9**, 2214 (2002).
[4] S.S. Bulanov *et al.*, Med. Phys. **35**, 1770 (2008).
[5] J.S. Loeffler and M. Durane, Nat. Rev. Clin. Oncol. **10**, 411 (2013).
[6] P.K. Patel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 125004 (2003).
[7] M. Roth *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 436 (2001).
[8] M. Tabak *et al.*, Phys. Plasmas **1**, 1626 (1994).
[9] S. Pfalzner, *An Introduction to Inertial Confinement Fusion* (Taylor & Francis Group, New York, 2006).
[10] N.N. Naumova *et al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, 025002 (2009).
[11] J. Honrubia *et al.*, Matter and Radiation at Extremes **2**, 28 (2017).
[12] R.A.Snavely *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2495 (2000).
[13] 村上匡且，田中基彦：プラズマ・核融合学会誌 **93**, 412 (2017).
[14] S. Atzeni *et al.*, Nucl. Fusion **42**, L1 (2002).
[15] M. Temporal *et al.*, Phys. Plasmas **9**, 3098 (2002).
[16] M. Temporal, Phys. Plasmas **13**, 122704 (2006).
[17] J.J. Honrubia *et al.*, Laser Part. Beams **32**, 419 (2014).
[18] J.C. Fernandez *et al.*, Nucl. Fusion **49**, 065004 (2009).
[19] J.J. Honrubia *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 102701 (2009).
[20] C.M. Brenner *et al.*, App. Phys. Lett. **104**, 081123 (2014).
[21] J.J. Honrubia and M. Murakami, Phys. Plasmas **22**, 012703 (2015).
[22] M.E. Foord *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 056702 (2012).
[23] B. Qiao *et al.*, Phys. Rev. E **87**, 013108 (2013).
[24] D.B. Zou *et al.*, Phys. Plasmas **22**, 063103 (2015).
[25] L. Yin *et al.*, Laser Part. Beams **24**, 291(2006).
[26] C.A.J. Palmer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 014801 (2011).
[27] D. Haberberger *et al.*, Nature Phys. **8**, 95 (2012).
[28] M. Liu *et al.*, Phys. Plasmas **23**, 113103 (2016).
[29] K. Nishihara *et al.*, Nucl. Instr. Meth. A **464**, 98 (2001).
[30] M. Murakami and M. Tanaka, Appl. Phys. Lett. **102**, 163101 (2013).
[31] T. Esirkepov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 175003 (2004).
[32] T. Schlegel *et al.*, Phys. Plasmas **16**, 083103 (2009).
[33] F. Wagner *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 205002 (2016).
[34] A.P.L. Robinson *et al.*, New. J. Phys. **10**, 013021 (2008).
[35] X.Q. Yan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 135003 (2008);
[36] M. Chen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 024801 (2009).
[37] T.P.Yu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 065002 (2010).
[38] S.C. Wilks *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1383 (1992).
[39] J. Denavit, Phys. Rev. Lett. **69**, 3052 (1992).
[40] A.P.L. Robinson *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **51**,

024004 (2009).
[41] R. Kodama *et al.,* Phys. Rev. Lett. **77**, 4906 (1996).
[42] S. Atzeni and J. Meyerter-Vehn, *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter* (Clarendon Press, Oxford, 2004).
[43] H. Hora *et al.,* Phys. Plasmas **14**, 072701 (2007).
[44] S.M. Weng *et al.,* Phys. Plasmas **21**, 012705 (2014).
[45] S.M. Weng *et al.,* Sci. Rep. **6**, 22150 (2016).

Javier HONRUBIA

1984年マドリッド工科大学博士後期課程修了（原子力工学），理学博士．同大学原子力工学部門助教・准教授を経て，2011年よりマドリッド工科大学応用物理物理部門教授．専門は，慣性核融合物理，プラズマ輻射流体物理，電子並びにイオン駆動高速点火等の理論シミュレーション．

WENG Su-Ming（翁蘇明）

2009年，中国科学アカデミー（物理学研究所，北京）博士後期課程修了，理学博士．独アレクサンダー・フォン・フンボルト財団研究員，日本学術振興会・外国人特別研究員を経て現在上海交通大学レーザープラズマ研究所特待研究員．研究対象は，相対論レーザープラズマ相互作用，プラズマ光学，実験室宇宙物理など．趣味はジョギング，山歩き，水泳．

村上匡且（むら かみ まさ かつ）

1988年，大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻博士後期課程修了，工学博士．西独Max-Planck 量子光学研究所，レーザー技術総合研究所を経て現在大阪大学レーザー科学研究所教授．レーザー核融合，レーザーイオン加速など高エネルギー密度物理研究に従事．趣味はテニス，二胡演奏．

J. Plasma Fusion Res. Vol.93, No.11 (2017) 535‐544

講座 超高強度レーザーとプラズマの相互作用に関する物理
-ナノチューブ加速器からメガテスラ磁場生成まで-

3．レーザープラズマ中の相対論的効果
ー複屈折とメガテスラ磁場生成ー

3. Relativistic Effects in Laser Plasmas
-Plasma Birefringence and Generation of Mega-Tesla Magnetic Field-

AREFIEV Alexey[1)]，STARK David J.[2)]，TONCIAN Toma[3)]，村 上 匡 且[4)]
AREFIEV Alexey[1)], STARK David J.[2)], TONCIAN Toma[3)] and MURAKAMI Masakatsu[4)]
[1)]米カリフォルニア大学サンディエゴ校，[2)]米ロスアラモス国立研究所，
[3)]独ヘルムホルツ放射物理研究所，[4)]大阪大学レーザー科学研究所

（原稿受付：2017年10月 3 日）

「相対論的透明性」と呼ばれる物理現象は，高強度レーザーとプラズマとの相互作用に対する近年の当該領域の研究の中でもパラダイムシフトとも言うべき極めて興味深いものである．超高強度レーザーの照射によりプラズマ中の電子温度が急速に相対論領域（≥500 keV）にまで上昇すると，たとえ非相対論領域においてレーザーが完全反射されるほどの高密度のプラズマでも，レーザー光はプラズマの奥深く浸透することが可能となり，この特性は「相対論的透明性」と呼ばれる．本章では，相対論的透明性が顕著に見られる２つの集団現象にスポットを当てることにより，レーザーと物質との相互作用において同特性が演じる重要な役割を俯瞰する．第一の現象は，相対論領域におけるプラズマ中で見られる複屈折である．この相対論的複屈折では超高強度レーザー照射によってプラズマが非等方性を持ち，結果としてその光学特性がレーザーの偏光に強く依存する．第二の現象は，高密度プラズマと超高強度レーザーとの（極小幅を持つ境界面ではなく奥行きを持った有限空間に分布する）体積的相互作用により誘起される超高強度の準静磁場の生成である．このような相対論的高エネルギー密度領域ではMeVオーダーのγ線も生成可能であり，今後，基礎・応用物理の分野で研究のあり方を大きく変え得るポテンシャルを有している．

Keywords:
relativistic transparency, laser-matter interaction, megatesta magnetic field, plasma birefringence

3.1　はじめに

非常に強力な光は物質とどのように相互作用するのか－実は今日においてもこの問いには十分答えきれておらず未解明物理は多い．昨今，レーザープラズマ研究が以前にも増して広がりを見せているのは，このように同研究が基本的物理現象でありながら未解明であるが故である．過去十有余年の短い間に人類はかつて経験したこともないほどの強力な光を作り出せるようになり，それと共に関連研究のあり方自体も大きな変遷を遂げた．今日では，LFEX（Laser for Fast Ignition Experiments，阪大レーザー研），オメガEP（米ロチェスター大），テキサスペタワット（米テキサス大）など多くの高出力レーザー施設において，世界の研究者達が集いレーザーと物質との相互作用という基礎物理に対する活発な国際的共同研究が推進されている．一方で，計算科学においてもソフト・ハード双方の進歩には目を見張るものがあり，かつては長大なCPU時間を要し到底不可能とされていた３次元シミュレーションも可能となってきた．本章では，プラズマ中で起こる複屈折とメガテスラ磁場生成という相対論領域において見られる特に興味深い２つの現象にスポットを当て，実験・理論の研究活動を通じて明らかになってきたレーザープラズマ相互作用の物理を展望する．

超高強度レーザーと物質との相互作用の物理が解明されてくると，それらが多くの有益な応用につながることもわかってきた．それらの中にはエネルギー生成を目的とするレーザー核融合などよく知られたものからその他の様々な応用をめざした研究が世界規模で展開されている．強力なレーザーパルスを用いることで電子，イオン，中性子，陽電子といった各種粒子や放射線（光子）ビームを生成することもできる．これらのビームは，癌治療，時間分解材料試験[1]，超高速イメージング，燃料電池開発，微量成分検出など様々な用途に使用される[2]．

超高強度レーザー照射下のレーザープラズマ相互作用を介して起こるパラダイムシフトとも言うべき現象の一つがいわゆる相対論的透明性（relativistic transparancy）である．レーザー照射により個体は瞬時にプラズマ化し，電子は急速に加熱される．電子の持つエネルギーが相対論領域に近づくとプラズマの光学特性が大きく変わる．たとえ非

authors' e-mail: aarefiev@eng.ucsd.edu, stark.davidj@gmail.com, tomatoncian@gmail.com, murakami-m@ile.osaka-u.ac.jp

相対論領域においてレーザーが完全反射されるほどの高密度のプラズマでも，レーザー光はプラズマの奥深くへ浸透可能，つまり「透明」となるのである．光と物質との相互作用におけるこの質的変化は，レーザープラズマの系全体の振る舞いに対する劇的な変化をもたらす．

まず第一の現象は，非等方な熱特性を持つプラズマが入射レーザーの偏光に依存するようになり，その結果としてプラズマ中に誘起される複屈折現象である[3]（第2章）．最近，直線偏光を持つ相対論的強度（$\geq 10^{18}$ W cm^{-2}）のレーザーにより加熱された非等方光学特性を持つプラズマ中において，伝搬するレーザーの偏向方向が回転することが初めて実験的に観測された[4]．こうして，相対論的プラズマ中の分散特性の解明が進む中で，デバイスとしてのプラズマ応用[4-7]やイオン加速への応用[8]も議論されるようになってきている．第二の現象は，体積的相互作用により誘起される超高強度の準静磁場の生成であり（第3章），その磁場強度は中性子星のそれにも匹敵するほどであり[9,10]，当然のことながらこれまで実験室レベルで達成されてきたいかなる磁場強度をも遥かに凌ぐ．

このパラメータ領域のプラズマ物理研究を通じて，MeVクラスの指向性を持ったガンマ線生成[11]の研究も近い将来可能となるはずであり，同時に基礎から応用にまたがる幅広い研究展開が期待される[12]．一方，メガテスラ級の磁場生成が予見されるようになったことで，高密度プラズマ中を伝搬する光の偏光制御[13]やプラズマプロファイル制御によるhosing不安定性の抑制[14]，さらには収束放射光の生成[15]といった様々な応用の可能性が議論されるようにもなっている．

3.2 相対論的透明性に伴う複屈折現象

高強度レーザーの照射がプラズマの光学特性に質的変化をもたらすことは前章でも触れた．本章では，相対論的な高エネルギー電子の振る舞いによって，伝搬する光にとって不透明であったプラズマが単に透明になるだけでなく，複屈折特性（方向によって異なる分散関係を持つ）をも発現することについて述べる．相対論的透明性自体は良く知られた現象であるが，プラズマ中の光学特性が光の偏光性に依存し，その結果として複屈折特性を持つに至るという事実はつい最近知られるようになった現象である[3]．

まず非相対論プラズマ中を伝搬する光の振る舞いを再確認しておこう．今，プラズマ中の電子密度をn_e，電子温度をT_eとすると，電磁波に対する分散関係は次式により与えられる[16]．

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2\left(1 + \frac{T_e}{m_e c^2}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)k^2, \tag{1}$$

ただしωとkは各々伝搬する波の角周波数と波数であり，

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} \tag{2}$$

はプラズマ振動数，cは光速，m_eとeは各々電子の質量と電荷である．（1）より直ちに（$\omega < \omega_p$に対しkは虚解を持つことから），プラズマ中の電磁波は

$$n_* \equiv \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2} \tag{3}$$

で定義される遮断密度以下の電子密度を持つプラズマ中しか伝搬できないことがわかる．（3）に見るように遮断密度は電子温度を含まない．換言すると非相対論領域においては電子加熱と透明性とは相関がない．

しかし電子が相対論領域にまで加熱されると，電子の運動量pと速度vとの間に成立する関係が非相対論領域で成立する$p = m_e v$から$p = \gamma m_e v$に取って代わる．ただし$\gamma = \sqrt{1 + p^2/m_e^2 c^2}$は相対論（ローレンツ）因子であり，電子速度が光速に近づくにつれて電子質量を実効的に増加させる役割を果たす．つまり（3）に従うと遮断密度は相対論領域ではγ倍だけ実効的に増え，

$$n_{crit} \approx \gamma n_*, \tag{4}$$

と表せる．したがって電子密度が$n_* < n_e < n_{crit} \approx \gamma n_*$を満たすようなプラズマとレーザーの組み合わせを考えると，プラズマが非相対論領域においてレーザー光にとって不透明であっても，電子のエネルギーが相対論領域（$\sim \gamma m_e c^2$）にまで加熱されると透明になり浸透できるようになるのである．

この透明性は，電子が“重く”なり，その結果プラズマ中を伝搬する電磁波（レーザー）によって誘導される電流の生成効率が相対的に低下することによる．この現象自体は一般にも良く知られているのであるが，その一方で，相対論領域において伝搬する電磁波がいかにして電子電流を駆動しているのか，これまであまり議論されてこなかった．その重要性を示す一例として，小振幅の電磁波に対する応答として相対論的電子の速度がどう変化するのかを見てみよう．**図1**に2つのケースを例として示す．$\mathbf{E}$と$\mathbf{p}_0$が互いに平行である場合（ケースA），運動量変位Δpと電子速度変位Δvの各々の絶対値の間には次の関係が成立する．

$$\frac{\Delta v}{c} \approx \frac{1}{\gamma^2}\frac{\Delta p}{p_0} \tag{5}$$

ただし$\gamma = \sqrt{1 + p_0^2/m_e^2 c^2}$である．他方，$\mathbf{E}$と$\mathbf{p}_0$が直交して

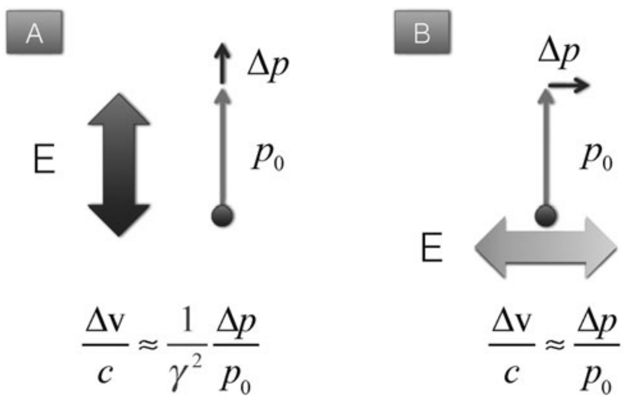

図1 電場Eによって誘起される速度の変化はEと電子の運動量p_0の成す角度に強く依存する．

いる場合（ケースB）は次のようになる．

$$\frac{\Delta v}{c}\approx\frac{\Delta p}{p_0} \tag{6}$$

明らかに，速度の変化$\Delta\mathbf{v}$は，$\mathbf{E}$と$\mathbf{p}_0$が平行の場合には，双方が直交する場合に比べて大きく抑制されることになる．これは，電子の速度がもともと光速に近いために（たとえ運動量やエネルギーが比較的大きくても）その方向における速度自身の変化は十分微小に抑えられるからである．

上記のことから相対論領域では$\mathbf{E}$と$\mathbf{p}_0$の互いの方向のなす角度が電子電流に大きく影響することがわかる．しかし，もし電子運動量の分布が等方的だとすると，微視的レベルにおいて個々の電子の持つ非等方性があったとしても，巨視的レベルにおいては全ての電子の総和を通して相殺されることになる．逆に，運動量分布が非等方的であれば，微視的レベルの非等方性が巨視的レベルにおいても残存し，結果としてプラズマ中を伝搬する電磁波に対する複屈折応答が発現可能となることを意味している．

非等方性を持つ相対論的プラズマの光学特性を定量的に見るため，まず摂動を受けていない均一な非等方プラズマが低強度の電磁波で照射された簡単なケースに対して分散関係を求めてみよう．線形化された電子の輸送方程式をフーリエ変換して次式を得る：

$$i(k_\mu v_\mu-\omega)f-|e|\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right)\cdot\frac{\partial F}{\partial\mathbf{p}}=0, \tag{7}$$

ただしfは電場$\mathbf{E}$および磁場$\mathbf{B}$により誘導された電子の分布関数Fの摂動を表す．ωは角周波数，$\mathbf{k}$は波数，vとpは電子の速度と運動量である．電子電流の定義は次式で与えられる．

$$j_\alpha\equiv-\int|e|v_\alpha f d^3p. \tag{8}$$

また

$$\mathbf{B}=\frac{c}{\omega}\mathbf{k}\times\mathbf{E} \tag{9}$$

より次式を得る．

$$j_\alpha=\int\frac{ie^2v_\alpha E_\beta}{k_\mu v_\mu-\omega}\left[\delta_{s\beta}\left(1-\frac{k_\mu v_\mu}{\omega}\right)+\frac{k_s v_\beta}{\omega}\right]\frac{\partial F}{\partial p}d^3p. \tag{10}$$

一般の誘電応答テンソルの表式は次式で与えられる．

$$\varepsilon_{\alpha\beta}=\delta_{\alpha\beta}+\frac{4\pi e^2}{\omega^2}\int\frac{\partial F}{\partial p_\beta}v_\alpha d^3p-\frac{4\pi e^2}{\omega^2}\int\frac{v_\alpha v_\beta k_s}{k_\mu v_\mu-\omega}\frac{\partial F}{\partial p_s}d^3p. \tag{11}$$

相対論的効果によって誘起される複屈折の典型例として，次式で与えられるような互いに対抗して流れている相対論的二流体を考える．

$$F=\frac{1}{2}[n_0\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0)+n_0\delta(\mathbf{p}+\mathbf{p}_0)]. \tag{12}$$

ただし$\mathbf{p}_0=m_e\mathbf{u}/\sqrt{1-u^2/c^2}$は速度$\mathbf{u}$を持つ電子の運動量である．対応する誘電応答テンソルは(11)から次のように導ける．

$$\varepsilon_{\alpha\beta}=\delta_{\alpha\beta}\left(1-\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{u_\alpha u_\beta}{c^2}\frac{\omega^2-k^2c^2}{(k_\mu u_\mu-\omega)^2}+\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{k_\mu u_\mu(k_\alpha u_\beta+k_\beta u_\alpha)}{(k_\mu u_\mu-\omega)(k_\mu u_{mu+}\omega)}. \tag{13}$$

もしこの対抗流が非相対論的であれば，簡単化された表式が(13)に$\gamma=1$を代入することにより直ちに得られる．

ここでの問題を簡単化して，波の伝搬方向$\mathbf{k}$が対抗流の向き$\mathbf{u}$と直交（$\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}=0$）であり，また一般性を失うことなく$\mathbf{k}=k\mathbf{e}_x$と$\mathbf{u}=u\mathbf{e}_y$となるように$x$-$y$平面上にあるものと仮定する（$\mathbf{e}_x$と$\mathbf{e}_y$は各々$x$軸と$y$軸方向の単位ベクトル）．分散関係は定石通り，

$$\det\left[\frac{k_\alpha k_\beta c^2}{\omega^2}-\frac{k^2c^2}{\omega^2}+\varepsilon_{\alpha\beta}\right]=0 \tag{14}$$

から得られる．ただし$\det[\cdots]$は行列式を求める演算を表している．(13)で与えられる誘電応答テンソル$\varepsilon_{\alpha\beta}$を代入すると(14)から次式が導かれる．

$$\left[1-\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right]\left[1-\frac{1}{\gamma^3}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\left(1+\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{u^2}{c^2}\right)\frac{k^2c^2}{\omega^2}\right]\times\left[1-\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{k^2c^2}{\omega^2}\right]=0. \tag{15}$$

これより直ちに次の3つの分散関係が得られる．

$$\omega^2=\omega_p^2/\gamma, \tag{16}$$

$$\omega^2=\omega_p^2/\gamma^3+k^2c^2\left(1+\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{u^2}{c^2}\right), \tag{17}$$

$$\omega^2=\omega_p^2/\gamma+k^2c^2. \tag{18}$$

これらに対応する偏光ベクトルは各々次のような電磁場成分を持つ．

$$\mathbf{E}=E\mathbf{e}_x,\quad \mathbf{B}=0, \tag{19}$$

$$\mathbf{E}=E\mathbf{e}_y,\quad \mathbf{B}=E\frac{kc}{\omega}\mathbf{e}_z, \tag{20}$$

$$\mathbf{E}=E\mathbf{e}_z,\quad \mathbf{B}=-E\frac{kc}{\omega}\mathbf{e}_y, \tag{21}$$

こうして得られた3つの分散関係は互いに異なり，特に（17）と（18）からも類推できるように，方向によって劇的に異なった遮断密度を持つことになる：

$$n_{\mathrm{crit}}^{(y)}=\gamma^3 n_*, \tag{22}$$

$$n_{\mathrm{crit}}^{(z)}=\gamma n_*, \tag{23}$$

ここで上付きの添え字は電場の偏光方向を表す．(22)と(23)は相対論因子がγである相対論的電子を持つプラズマ

中における複屈折の程度に対する上限と考えることができる．

本節の始めでも議論したように，伝搬する電磁波の電場と対抗流が平行である場合には電子電流が抑制され，その結果，(22)に与えられるように電場と電子の流れが直交する場合に比べて遮断密度が著しく高くなるのである．こうして，対抗電子流中を伝搬する電磁波がその進行方向と直交する方向に電場成分を持つと，方向によって異なる遮断密度，位相速度，群速度を持ち，したがって複屈折特性が発現するのである．上記の対抗して流れる 2 電子流は解析は比較的容易であるが，一般に電子分布は瞬時に変化するため極めて不安定であり，レーザーパルスなどを使ってプラズマの持つ非等方性を定量的に検証するのは現実的には容易ではない．

電子分布が比較的短時間に変化する中でも複屈折特性が残存するのか否かを含め，非等方性を持つプラズマ中を伝搬する電磁波の振る舞いを一層明確にするため，一次元相対論コード EPOCH[17]コードを使った PIC（Particle-in-cell）シミュレーションを行った．シミュレーションでは，$n_{\mathrm{e}}=0.4n_*$ の電子密度を持つ 50 μm 厚の一様なプラズマを設定し，レーザー波長 1 μm，ピーク電界強度 $E_0=10^{11}$ V/m，時間幅 150 fs を持つ円偏光レーザーで照射した．計算に際し，1 波長あたり100メッシュを充て，1 メッシュに2000電子および2000イオンを配した．イオンにはプラズマ膨張を避けるため不動条件を課した．これにより電子密度はほぼ一定に保たれるため，プラズマの光学特性の変化は電子運動量分布の変化にのみ帰着せしめることができる．

最初のシミュレーションでは，プラズマは冷たく電子の運動量分布は等方的であるとした．**図 2** (a)は，レーザーパルスがプラズマ中を伝搬する際の偏光の分布をプロットしたものである．点群は PIC シミュレーションで用いた各グリッド上におけるピーク強度時の電場を表し，それらの中でも最大振幅を持つ点群は，入射電場に対応する円周上（実線）に分布していることがわかる．次に，プラズマが y 軸に沿って流れる対抗二電子流から成るものと仮定した場合を考え，$u=0.3c$ および $p_0\approx0.31m_{\mathrm{e}}c$ の下で(12)を使って得られた電場強度の分布を**図 2** (b)に表す．この対抗する二電子流体の運動量分布は短時間の間に激しく変動し，その後，比較的穏やかな時間発展を見せるようになった100 fsの時間付近でレーザーを照射した．**図 2** (a)とは対照的に偏光分布が円から楕円に変形しているが，これは y および z 方向における位相速度に違いがあるためである．また，プラズマ中において最大の電場強度が入射レーザーの電場強度（実線の円周）を上回る箇所も出てきているのがわかる．したがって以上のことから，対抗二電子流は極めて不安定であるも，そこから誘起される非等方性は 150 fs のパルス幅（全幅は 300 fs）のレーザーを使って検知し得るほど比較的長い間，存続することがわかる．

上記の結果は一見すると，一般的に相対論的プラズマ流が持つ複屈折性は本質的に安定ではないかと考えてしまうのであるが，実はそうではない．いまある特定方向に流れ

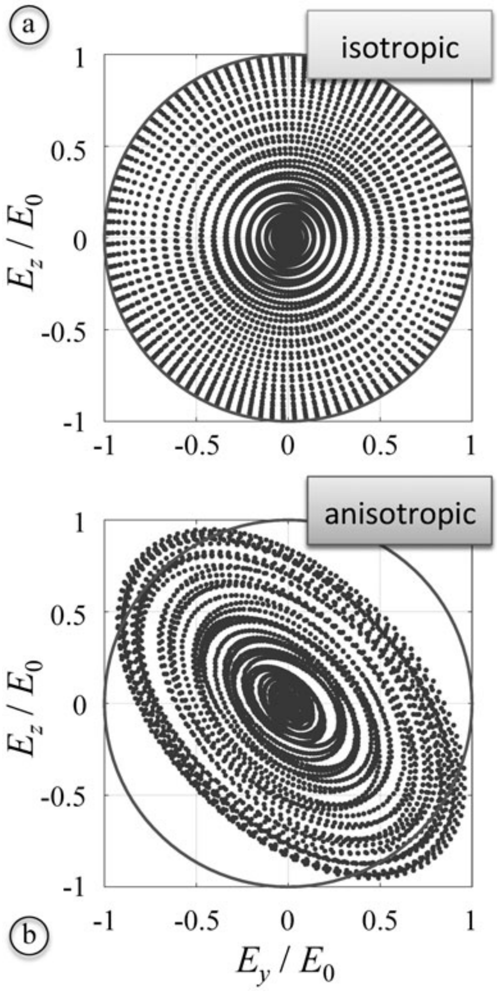

図 2 初期ピーク電界振幅 E_0 を持つレーザーパルスの偏光分布．電子運動量分布が(a)等方(b)非等方の場合．実線は入射レーザーのピーク振幅を表す．

ている電子流を考えてみる．その流れと共に動く系から見ると，もはや流れは存在せず，電子の流れがなければ複屈折も無い．また，等速で移動する全ての慣性系は等価であることを思い起こせば，異なる偏光を持つ 2 つの電磁波がプラズマ中を同じ方向に伝搬すれば，任意の 2 つの異なる慣性系から観察される位相速度と群速度は等しくなるはずである．つまりプラズマの持つ光学特性は偏光には依存しないという結論に帰結する．同様の結論は標準的な摂動解析からも得られるので**付録 A** を参照されたい．ここでの重要な結論は「相対論領域における複屈折現象成立の要件は電子運動量分布の非等方性であるが，たとえその非等方性が小さくとも劇的な変化をもたらし得る」ということである．

さて，ここで考えている一次元の PIC シミュレーションにおいては，初期の電子運動量分布は次のガウシアン様の非等方分布で表すものとする．

$$F=\frac{n}{N(\alpha,\beta)}\exp\left(-\alpha\sqrt{1+\frac{p_z^2+\beta(p_x^2+p_y^2)}{m_{\mathrm{e}}c^2}}\right). \tag{24}$$

ただし

$$N(\alpha,\beta)=\int \exp\left(-\alpha\sqrt{1+\frac{p_z^2+\beta(p_x^2+p_y^2)}{m_e c^2}}\right)\frac{d^3p}{m_e^3c^3} \quad (25)$$

は規格化定数である．$1/\alpha$ は m_ec^2 で規格化された実効温度であり，$\beta(\neq 1)$ は非等方性の程度を調整するための因子である．ここでは $\alpha=2$ および $\beta=0.1$ を仮定しており，したがって x および y 方向が z 方向よりも“高温”ということになる．**図 3** (b)はランダムにサンプリングした電子の (p_y, p_z) 運動量空間へのプロットを示したものであり，予想通り z 方向に比べて y 軸方向に運動量の広がりが確認される．

(24)で与えられる初期電子運動量分布を持つプラズマが，x 軸に沿って伝搬する線偏光レーザーパルスにより照射されるものとする．ここでのレーザー条件として，パルス幅 250 ps，波長 1 μm とし，レーザー電場がレーザー伝搬方向に垂直な y-z 平面に対し45°の角度を成し，$E_{y.\max}=E_{z.\max}=E_0=4.5\times10^{11}$ V/m であるとしよう．**図 3** に見られる入射パルスのノイズは，プラズマ内の電子分布が時間発展する過程で生じた電磁波に起因するものである．150 μm 厚でピーク値 $3.1n_*$ のプラズマの電子密度分布は電場と併せて**図 3** (a)に示した．使用したセル数は 184/μm，さらにセル当たり200個の電子と100個のイオンがマクロ粒子として配分されている．イオンはここでも「不動」とした．

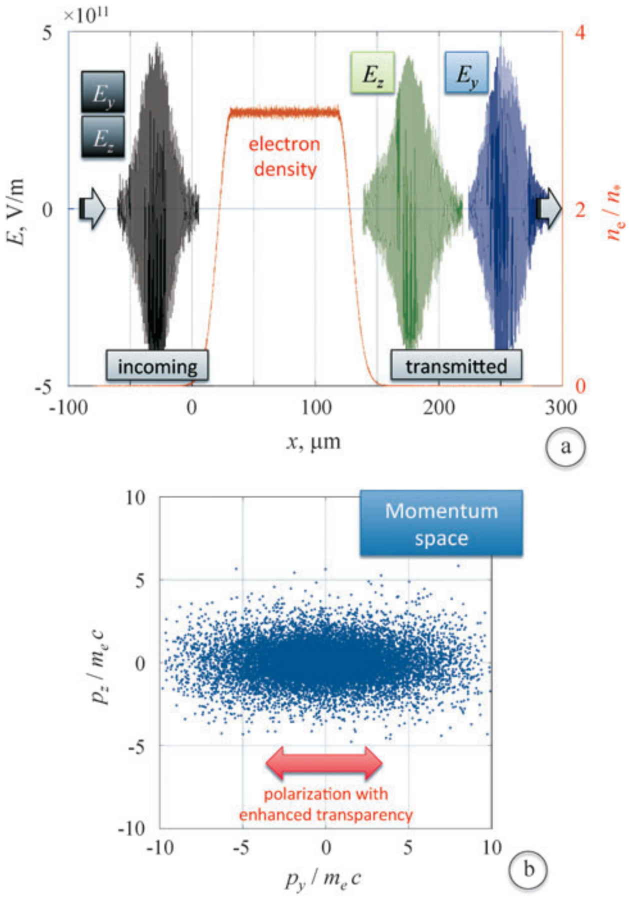

図 3 (a)非等方プラズマ中の複屈折効果によるレーザーパルスの分裂 (b)レーザー伝搬方向に垂直な yz 平面における電子の運動量分布．

プラズマ中を伝搬するレーザーパルスの電場プロファイルを**図 3** (a)に示す．入射時に単一であったパルスは伝搬に伴い 2 つのパルスに分裂しているのがわかる．早い伝搬速度を持つ右方のパルスは y 軸方向に偏光し，一方，左の遅い方のパルスは z 軸方向に偏光している．これは，入射レーザーの y 軸方向の偏光成分に対してプラズマはより高い透明性を持ち，したがって z 軸方向の偏光成分より速い群速度を持つからである．その結果，パルスの分裂が起こる．一つ前の例では，この分裂現象が観測されるほどには伝搬距離は必ずしも十分なものではなかったが，二成分の位相速度の違いによって楕円形のパルス形状が派生したことを改めて確認しておきたい（**図 2** 参照）．

3.3 レーザー生成メガテスラ磁場によるガンマ線放射の増幅

相対論的プラズマ中に見られる複屈折現象に加え，今後多くの応用が期待されるもう一つの集団現象がある．急速な電子加熱の結果発現する相対論的透明性は，本来ならそのプラズマ中を伝搬し得ない高密度プラズマ中のレーザーパルス伝搬を可能とする．その結果，レーザーは遮断密度以上のプラズマと相互作用をし，高強度の電流を駆動するに至るのである．さらに，この電流はレーザーパルス自身の振動成分に比べると準静的で且つメガテスラ級の超高強磁場を生成する．本章では，この超高強磁場がいかにして生成されるかについて解説する．

まずは，均一な電子密度 n_e のプラズマを出力 P のレーザーで照射する場合，どのようなレーザー条件の下で最高強度の準静磁場が作れるかを簡単な理論モデルを使って考えてみよう．いま我々がレーザーに関して最適化しようとしているパラメータは，レーザースポット半径 R およびレーザー電場 E_0（照射強度）の 2 つである．このレーザースポット半径は簡単のため，プラズマ中を伝搬するレーザーチャンネルの半径と等しいとし，この長く伸びたレーザーチャンネルを以下では”フィラメント”と呼ぶこともある．R と E_0 は次式によって関係づけられている．

$$\mathcal{P}\approx\left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 a_0^2\mathcal{P}_* \quad (26)$$

ただし

$$a_0\equiv\frac{|e|E_0}{m_e\omega c} \quad (27)$$

は規格化されたレーザー電場振幅，λ と ω は各々レーザーの波長と角周波数であり，

$$\mathcal{P}_*\equiv\frac{m_e^2c^5}{e^2}\approx 8.7\times10^9\ \mathrm{W} \quad (28)$$

は電子の質量と電荷に加え光速という 3 つの基本物理定数のみから成るパワーの次元を持った特性定数であり，以下の議論においてはレーザーパワーの規格化に使われる．この 9 ギガワットというパワーは，電子の静止エネルギー m_ec^2 ~500 keV や古典電子半径

$r_e = e^2/m_e c^2 \sim 2.8\times10^{-13}$ cm などと同様，電子に付随する定数として非常に興味深い数字である．

レーザーがプラズマ中を伝搬する過程で，進行方向に沿った電流が駆動され，その結果として電流周りの周回磁場を生成する．前節で議論したPICシミュレーション[18,19]では，レーザー駆動により生じた電流に対して二次的に生じる還流（return current）は主としてレーザービームの周辺に分布する．本節での各種物理量の評価をよりシンプルに行うため以下の２点を仮定する：(1)レーザー進行方向のレーザーパルス内電流 j は還流により補償されない(2)結果としての電流および周回磁場の特性半径が R に等しい．この場合，最大電流密度は

$$|j| \approx |e| n_e c \tag{29}$$

で与えられ，周回磁場強度は次式で与えられる：

$$B \approx \frac{m_e \omega c}{|e|} \frac{r}{\lambda} \frac{n_e}{n_*} \tag{30}$$

ただし r はレーザー中心軸からの距離を表す．

プラズマ中を伝搬するレーザーは，その一部を単位時間当たりの電子運動エネルギー W_K と磁場エネルギー W_B に準定常的に供給しつつ，安定して伝搬すると考えると，系の満たすべきパワーバランスは次式により与えられる：

$$\int_0^R [W_B + W_K] 2\pi r \mathrm{d}r \ll \frac{\mathcal{P}}{c} \tag{31}$$

ただし，レーザー軸の周回方向に誘起される磁場成分のエネルギー密度 W_B は

$$W_B \approx \frac{B^2}{8\pi} \tag{32}$$

で与えられ，レーザー電磁場により駆動される電子の運動エネルギー密度は

$$W_K \approx \gamma_* m_e c^2 n_e \tag{33}$$

で与えられる．(33)中の γ_* はこれら加熱電子が持つ代表的な相対論因子であり，a_0 が１より十分大きい時には $\gamma_* \approx a_0$ と近似することができる．電子がレーザーにより駆動されることで生じる軸方向の準静的電流とはまた別のエネルギー因子が絡む場合には(33)は適宜修正を要する．

W_B と W_K の間のエネルギー分配比は現実には色々な値を取り得るが，以下のように２つの特徴的なエネルギー分配比に対する系の振る舞いを明らかにしておくことは，相対論的透明性ならびに磁場フィラメント構造といった物理の本質を理解する上で有用である．まず(31)において電子加熱が主たる寄与をしている場合（$W_K \gg W_B$），(26)と(33)を使って，プラズマ中のレーザーパルスは次の条件を満たす場合にのみ安定して伝搬可能であることがわかる：

$$n_e/n_* \ll \gamma_* \approx a_0. \tag{34}$$

上記の条件は，電子エネルギーについての考察から導出した(４)に類似したものであることを付記しておく．翻って考えると，このことは，相対論的透明性という物性を電子エネルギーを介して別の表現，つまり，”レーザーパルスの持つエネルギー密度よりも電子のエネルギー密度が低いと相対論的透明性が発現する”によって表せることを示している．

次に，(31)において磁場エネルギー生成が主たる寄与をしている場合（$W_K \ll W_B$），次の条件を満たす場合にのみプラズマ中のレーザーパルスが，(30)で与えられる磁場を生成しつつも，安定して伝搬が可能となる：

$$\left(\frac{R}{\lambda}\right)^4 \left(\frac{n_e}{n_*}\right)^2 \ll \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_*}. \tag{35}$$

ただし，上式の導出に際しては(28)を使い，$\omega/c \sim \lambda^{-1}$ とした．(35)の条件のもとで，磁場フィラメントの最大半径 R に関して次のスケーリングが得られる：

$$\left(\frac{R}{\lambda}\right)_{\max} \sim \left(\frac{n_*}{n_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_*}\right)^{1/4}. \tag{36}$$

(36)を満たす磁場フィラメントに対し，(26)を使うとレーザーピーク強度 $\mathcal{P}$ とプラズマ密度 n_e は次の関係を満たすことがわかる：

$$a_0 \sim \left(\frac{n_e}{n_*}\right)^{1/2} \left(\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_*}\right)^{1/4}. \tag{37}$$

ただし，磁場フィラメントの半径に対する最適化を図る際，プラズマ密度は固定されているものとした．

以上でプラズマ中のレーザー伝搬により生成される電流と磁場を最適化する準備ができた．(30)，(36)，(37)を使うと次式に示すように最大の誘導磁場強度がレーザー自身の強度とほぼ同程度になることがわかる：

$$B_{\max} \sim \frac{m_e \omega c}{|e|} a_0 = E_0. \tag{38}$$

レーザーの電場と磁場は本質的に等価であり，したがって，最大の磁場フィラメントの磁場強度がレーザーパルス自身の持つ磁場強度と同程度になる，という上記の結果は他のパラメータとは無関係に成立し自然なこととして捉えられる．固定されたレーザーパワーに対して，レーザー照射強度は(26)で示したように照射半径から決めることができ，フォーカスを絞ることでその強度は増大する．必然的に，最大磁場強度は $R \sim \lambda$，つまり照射スポットサイズがレーザー波長程度になった時に得られることになる．ただ，それ以上絞っても($R \leq \lambda$)回折限界を越えるため，さらに電界強度を上げることはできない．

磁場フィラメントを保持するための総電流は次式で与えられる：

$$\mathcal{I} \approx \int_0^R |j| 2\pi r \mathrm{d}r, \tag{39}$$

ここで(29)の電子電流密度 j を使うと

$$\mathcal{I} \approx I_A \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \frac{n_e}{n_*} \tag{40}$$

となる．上式において

$$\mathcal{I}_{\mathrm{A}} \equiv m_{\mathrm{e}} c^3 / |e| \approx 17\,\mathrm{kA} \tag{41}$$

は古典的アルフェン電流と呼ばれるものである．磁場フィラメント半径の最大値に対する条件(36)から，レーザーに駆動されフィラメント中を流れる電子電流の最大値が求まる：

$$\mathcal{I} \ll \mathcal{I}_{\max} \approx I_{\mathrm{A}} \sqrt{\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_*}}. \tag{42}$$

したがって，ここで得られる重要な結論は「プラズマ中を流れ得る電流の最大値はレーザーの総出力のみによって決まる」ということである．

これまで述べてきたように相対論領域における磁場フィラメント問題では，プラズマ中を伝搬するレーザーパルスが電子を駆動し，電流が流れ，これがエネルギー輸送チャンネルとしての役割を果たし，磁気的エネルギー場が電流経路の内部（フィラメント）および外部の双方に生成される．その結果，相対論領域においてはもっぱら磁場エネルギーは電子の運動エネルギーを大きく凌駕することになる．実際，電子密度が $a_0 n_*$ よりも十分低く，且つ $R \sim R_{\max}$ となるような系では，エネルギーバランスを記述する(31)において電子の運動エネルギーの割合は極少化する一方で磁場エネルギーは極大化する．これとは対照的に，プラズマ中の電子ビームの輸送といったより馴染みの深い問題では，電流を構成する電子の運動エネルギーは誘導磁場のエネルギーよりもずっと大きくなるのが常である．これがいわゆるアルフェン極限電流（Alfvénic current limit）と呼ばれる電流の最大値：$\mathcal{I} \leq \gamma_{\mathrm{c}} I_{\mathrm{A}}$ を規定することになるのである．ただし γ_{c} は電流電子の相対論因子である．ところでこの条件は，今我々が考えている問題に対する拘束条件とはならない．つまり，(42)で与えられる電流を生成しているところの電子は，$\gamma_{\mathrm{c}} \approx \sqrt{\mathcal{P}/\mathcal{P}_*}$ よりもずっと小さな相対論因子を持ち得る．結局，プラズマへのエネルギー注入という観点から言うと，相対論領域においては非相対論領域とは全く異質であり，それが故に前者では類を見ないほどに超高強度の磁場を生成し得るのである．

近年，超高強度レーザーの性能向上は目覚ましく，例えばアップグレードが終わったばかりのテキサス・ペタワットレーザーを使えばオンターゲット照射強度 $10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$，エネルギー 100 J，あるいはそれ以上のパフォーマンスのショットが可能である．そこで以下のシミュレーションでは，同レーザー装置を想定し，照射強度を 10^{21}〜$10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$ のスパンで振って，超高強度磁場生成の可能性を探索した．シミュレーションには 2 次元 PIC コード EPOCH[17]を使った．

(34)と(35)は各パラメータを設定する際の上限値を与えてくれる．さてここで後々便利なので(26)により与えられる $\mathcal{P}$ を使い(36)を a_0 を陽に含むよう書き換えておこう（ただし $R/\lambda \ll a_0 n_*/n_{\mathrm{e}}$ を仮定）．ここでは波長 $\lambda = 1\,\mu\mathrm{m}$ とし，レーザー強度の幅は規格化された表現 a_0 を使っておおよそ $60 \leq a_0 \leq 190$ を想定している．これに対応する磁場強度の幅は 0.6 − 2.0 MT（メガテスラ）と予想される．プラズマ中のレーザー伝搬が妨げられないよう，すべての照射強度で条件(34)を満たすよう $n_{\mathrm{e}} \approx 10 n_*$ と設定する．さらに，$R/\lambda \ll a_0 n_*/n_{\mathrm{e}}$ も十分満たすために，レーザーはスポット直径 2.2 μm のサイズに集光されるものとする．シミュレーションの結果，期待通り，入射レーザーは遮断密度よりずっと高い電子密度を持つ均一プラズマの奥深く伝搬し，高強度の磁場が生成されることを確認した．しかし同時に，レーザー伝搬と共に進路が本来の軸から逸れていく傾向があることも確認され，その意味で不安定であることもわかった[11]．

上記の結果を踏まえ，レーザー伝搬とその結果として生成される高強度磁場を安定化させるため，シンプルな構造のターゲットを使った 2 次元シミュレーションについて考えてみる[11]．ここでは $n_{\mathrm{e}} = 100 n_*$，そして長く引き伸ばされたフィラメント様の円筒チャンネル内部のみが $n_{\mathrm{e}} = 10 n_*$ の電子密度を保っているものとする．これによって，上記のシミュレーションで見たフィラメントの不安定性を避けると同時に，そのチャンネルがレーザーに対して安定した光学的導波管としての役割を果たす．また，円筒チャンネルの半径はレーザーのエネルギー結合効率が最大になるよう 0.9 μm にセットされている．また，$5 \times 10^{21}\,\mathrm{W/cm^2}$〜$5 \times 10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$ の範囲で振られたレーザー強度が本シミュレーションにおける唯一の自由パラメータである．レーザーパラメータは，波長 1 μm，パルス幅100 fs，集光直径2.2 μm，直線偏光のガウシアンパルスであり，ターゲット長はレーザー伝搬方向（x 軸方向）に 90 μm にとり，計算領域としては $105 \times 10\,\mu\mathrm{m}^2$（したがって 10500×1000 メッシュ），さらに 1 セル当たり20電子，10炭素イオンを配した．

図 4 は，3 つの異なるレーザー照射強度（5×10^{21}，1×10^{22}，$3 \times 10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$）に対して $t = 300$ fs における磁場 B_z 成分を x-y 平面上にプロットしたものである．ただし，レーザー自身の磁場は z 軸（紙面に垂直）方向に平行である．したがって**図 4** にはレーザーの振動磁場と準静的誘導生成磁場の双方の和としての強度がプロットされていることになるが，両者は容易に分離して評価することができる．というのもレーザーが持つ振動磁場は x 軸に沿って小刻みな周期構造を持つが，他方の誘導磁場はレーザーパルス長に対応するずっと大きなスケールで変化するからである．予想通り，メガテスラ級の強度を持つこれら誘導磁場は円筒チャンネルの外側に向かって強くなる分布をしている．ここで，両者の磁場成分が同じカラースケールで可視化でき，そして見分けられるという事実から，レーザー磁場と誘導磁場が同等の強度を持つ，ということを改めて強調しておく．**図 4** の 3 つのスナップショットは全て同時刻（$t = 300$ fs）のものでありながら，高い照射強度ほどレーザーはプラズマの奥深く浸透している．これは次のように解釈できる．まず，相対論的透明効果により，プラズマの遮断密度が高くなると伝搬するレーザーの群速度も高くなる．遮断密度はレーザー強度と共に高くなるため

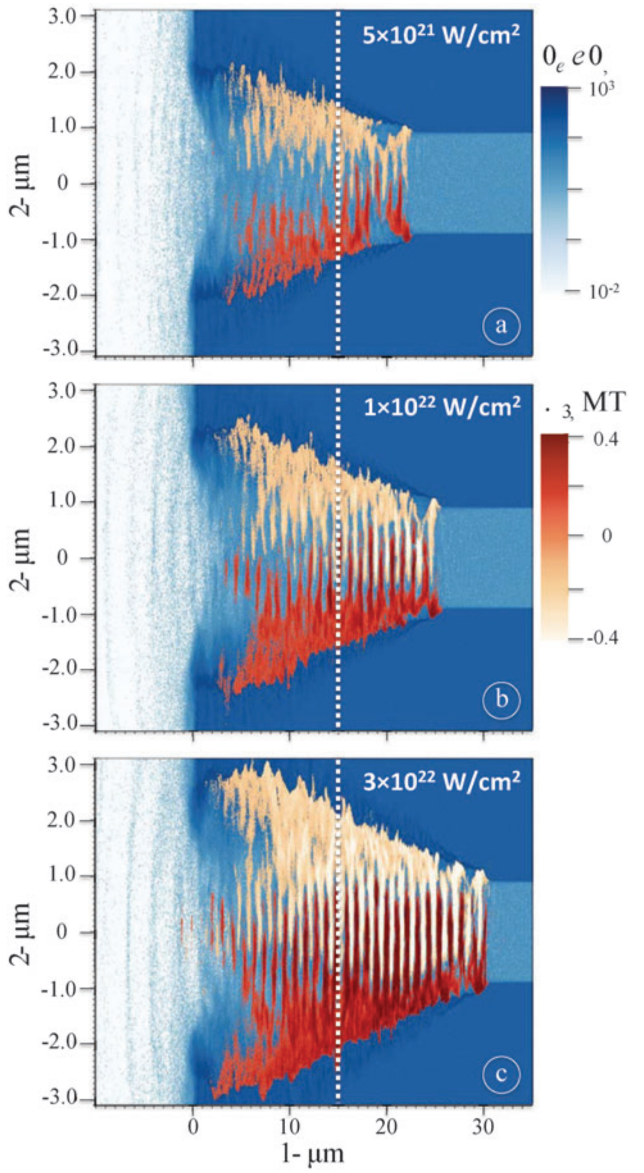

図4　3つの異なる照射強度に対する磁場生成シミュレーションのスナップショット(a)5 × 10^{21} W/cm^2，(b)1 × 10^{22} W/cm^2，(c)5×10^{22} W/cm^2.

[(4)参照]，結局，レーザーが高強度になるほど速く伝搬するのである．こうして，レーザーの強度と浸透距離（伝搬速度）との正の相関性は，まさに相対論的透明性を特徴付けるものであることが確認できた．

次に，レーザー伝搬方向に垂直な面における誘導磁場の振る舞いについて見てみよう．今，16 μm≤ x ≤17 μm（図の白点線部分）の範囲で B_z に関する空間平均を取る．こうすることによって振動成分を除去し誘導磁場成分を抽出できる．というのは，レーザー自身が持っている振動磁場の空間スケールが 1 μm 程度であり，この空間幅で平均を取ることは時間的に振動する場を時間平均する操作と実質的に等価だからである．こうして得られた磁場強度から場のエネルギーを計算することができる．**図5**は，レーザーエネルギーから場のエネルギーへの変換効率をピーク照射強度の関数としてプロットしたものである．同図より，たとえレーザー強度が 6 倍程度変化しても各曲線の勾配は大きく変わらないことがわかる．このことは，(29)でも仮定したように，電流は基本的には電子密度のみの関数で表されるということを意味している．さらに，レーザー伝搬により引き起こされる横方向のポンデラモーティブ力はプラズマチャンネルの壁を膨張させる方向に働き，その結果チャンネル半径が増大する．この半径増大によって生成磁場の最大値も増強されることが**図5**からわかる．このことは，(30)に予測された $B_z \propto r$ という比例関係にも符合する．

今回のシミュレーションでは，3つのケースの各々の入射レーザーの自己振動磁場のピーク値が0.6 MT（メガテスラ）から 1.6 MT へと増加するのに伴って，誘導磁場の最大値は $B_z \approx$0.2 MT（メガテスラ）から $B_z \approx$0.4 MT に増加している．これら3つのケースでは，いずれも，入射レーザー磁場に対する誘導磁場の強度は比較的高い．つまり，現状ではほぼ最高のレーザー照射強度である 10^{22} W/cm^2 よりも低いレーザー照射強度においてさえも，相対論的透明性を利用したメガテスラ磁場の生成が十分可能である，ということである．

こうして生成される超高強磁場に期待される応用の一つはレーザー伝搬方向への電子加速であろう．この電子加速によって高エネルギー光が放射される．その放射強度を上げようとする場合，複数のレーザービームを用いた対抗照射系になることが予想される[20, 21]．本章で紹介したシミュレーションに関して言うと，単一のレーザーパルスのみでも誘導磁場による光の放射強度増幅が確認されている[11]．

図6は，レーザーエネルギーからフォトンエネルギーへの変換効率を，入射レーザー強度の関数としてプロットしたものである．ただしフォトンの放射に関しては，放射されたフォトンエネルギーが 1，10，あるいは 20 MeV 以上のいずれか，というカウントの仕方で EPOCH 内でセルフコンシステントに計算し[22]3本の曲線で示してある．例えば MeV オーダー以上へのフォトンに対するエネルギー変換効率が数%という高い数値は，これまでいかなる前例もない．同図において変換効率はレーザー照射強度と共に漸近的に上昇を続けており明確な上限閾値は見えていない．加えて，誘導磁場の振幅の変化に比べるとフォトンへのエネルギー変換効率の変化は，レーザー照射強度の関数とし

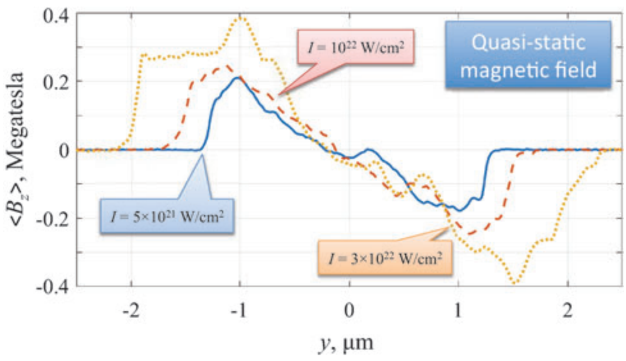

図5　各レーザー照射強度の下でのプラズマフィラメント内部の準静磁場の空間プロファイル．図4の白点線の場所に対応．

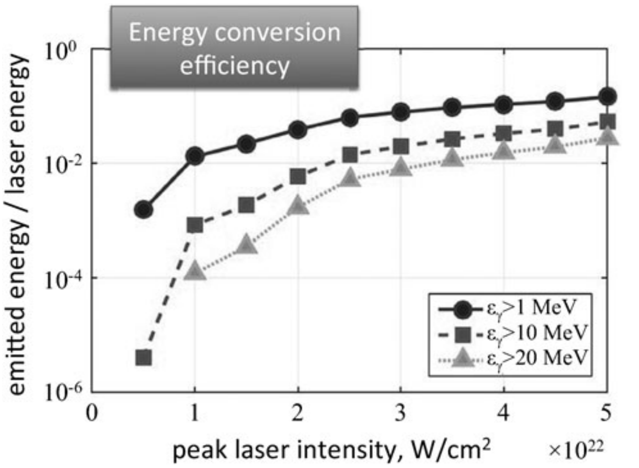

図6　異なる３つの場のエネルギー（1，10，20 MeV）下限を媒介変数とした場合の，レーザーエネルギーから場のエネルギーへの変換効率．

てずっと速く変化していることがわかる．これは，放射される光は磁場強度だけでなく電子の相対論的γ因子にも依存しているからである．つまり，レーザーにより駆動される電子の特性的γ値が照射強度と共に急速に増大することに起因しているのである．その厳密な比例則を確定するには参考文献[19,23]に準ずる解析を行う必要がある．

3.4　まとめ

本章では，いわゆる相対論的透明性から生じる２つの代表的な集団現象について解説した．まず初めに相対論領域においてプラズマが複屈折特性を発現することを示し，これが電子運動量分布の非等方性に起因することを明らかにした．この相対論的複屈折現象は，偏光の変化やパルスの分裂といった容易に観測可能な特徴を持っている．

もう一つの代表例として，相対論的透明性に起因する超高強磁場生成について紹介した．超高強度レーザーを使えば，古典的な遮断密度よりもずっと高い電子密度を持つプラズマ中でもレーザーが伝搬し，体積的に電子と相互作用することなどを述べた．プラズマ中を伝搬するレーザーは進行方向の高強度の電子電流を駆動し，結果としてレーザーパルスチャンネル周辺に比較的緩やかに立ち上がるメガテスラ級の準静的磁場を生成することをPICシミュレーションによって例示した．このパラメータ領域においては，たとえシングルパルスのみでも数MeVオーダーのフォトンも比較的高効率で生成されることを示した．

本章で例示したシミュレーションではレーザーパルスが安定して高密度プラズマ中を伝搬するよう細長いレーザー導波管構造を持つターゲットを用いた．さらに低密度フォーム，マイクロチューブ[24]，クラスター媒質[25]など，バリエーションのあるターゲット構造を導入することで相対論的透明性による超高強度の磁場生成やフォトン放射といったパフォーマンスを一層向上させることが可能と思われる．

付録A.　相対論的プラズマ流体の分散関係

冷たいプラズマの流れを考えよう．

$$F = n_0\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0), \tag{43}$$

ここで　$\mathbf{p}_0 = m_e\mathbf{u}/\sqrt{1-u^2/c^2}$ は速度$\mathbf{u}$に付随した電子運動量である．これに対応する誘電応答テンソルは（11）より直ちに次式で与えられる：

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\left(1-\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)+\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{u_\alpha u_\beta}{c^2}\frac{\omega^2-k^2c^2}{(k_\mu u_\mu-\omega)^2} + \frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\frac{k_\alpha u_\beta + k_\beta u_\alpha}{k_\mu u_\mu-\omega}. \tag{44}$$

(44)を使うと$\mathbf{u}$および任意の波数ベクトル$\mathbf{k}$に対する分散関係が得られる．ここでは，波の伝搬方向がプラズマの流れに垂直な場合を考えよう．一般性を失うことなく，$\mathbf{k}$および$\mathbf{u}$が各々$\mathbf{k} = k\,\mathbf{e}_x$，$\mathbf{u} = u\,\mathbf{e}_y$と表され$x$-$y$平面上にあるものとする．(14)からプラズマ中を伝搬する波の分散関係は次式を満たさねばならない：

$$\left[1-\frac{1}{\gamma^3}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right]\left[1-\frac{1}{\gamma}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{k^2c^2}{\omega^2}\right]^2 = 0. \tag{45}$$

ただし，$\gamma=(1-u^2/c^2)^{-1/2}$である．(45)は直ちに次のように書き下せる：

$$\omega^2 = \omega_p^2/\gamma^3, \tag{46}$$
$$\omega^2 = \omega_p^2/\gamma + k^2c^2. \tag{47}$$

y軸に沿って速度が$-u$で動いている座標系から見ると，今考えている冷たいプラズマの流れは，よく知られた流れのない冷たいプラズマ中の波動伝搬の問題に帰着する．そのようなプラズマ中の３つのモードは，プラズマ波（$\tilde{\omega}^2 = \tilde{\omega}_p^2$）と２つの電磁波（$\tilde{\omega}^2 = \tilde{\omega}_p^2 + \tilde{k}^2c^2$）．ただしチルダは流れのない系から見た物理量を意味する．ローレンツ変換を使うと，$\tilde{\omega} = \gamma\omega$ および $\tilde{\omega}_p^2 = \omega_p^2/\gamma$ を得る．

これで流れのないプラズマ中の波と(46)および(47)により記述されるモードとの関係を構築する準備ができた．(46)によって与えられるモードはプラズマ波に対応する．流れがある場合は，プラズマ波は横方向の電場の振動も含んでいる．分散関係が(47)で与えられるモードは電磁波に対応する（ただし$\tilde{\omega}^2-\tilde{k}^2c^2 = \omega^2-k^2c^2$）．流れに沿った方向に電場成分を持つモードは縦方向の振動電場も含んでいる．

明らかに，流れのある冷たいプラズマ中では電磁波に対しての複屈折現象は存在しない．両方のモードが同じ分散関係を持っており，このことは双方の群速度並びに位相速度が全く同じであることを意味している．

参考文献

［1］B. Dromey *et al.*, Nature Communications **7**, 10642 (2016).
［2］I. Pomerantz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **113**, 184801 (2014).
［3］D.J. Stark *et al.*, Phys. Rev. Lett. **115**, 025002 (2015).
［4］B. Gonzalez-Izquierdo *et al.*, Nat. Physics **12**, 505 (2016).
［5］G. Lehmann and K. H. Spatschek, Phys. Rev. Lett. **116**,

225002 (2016).
[6] R.A. Lopez *et al.,* Astrophys. J. **832**, 36 (2016).
[7] D. Turnbull *et al.,* Phys. Rev. Lett. **118**, 015001 (2017).
[8] V.Y. Bychenkov *et al.,* Plasma Phys. Control. Fusion **58**, 034022 (2016).
[9] D. Lai, Rev. Modern Phys. **73**, 629 (2001).
[10] K. Gourgouliatos and A. Cumming, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **438**, 1618 (2014).
[11] D.J. Stark *et al.,* Phys. Rev. Lett. **116**, 185003 (2016).
[12] X. Ribeyre *et al.,* Phys. Rev. E **93**, 013201 (2016).
[13] G. Ma *et al.,* Phys. Rev. E **93**, 053209 (2016).
[14] T.W. Huang *et al.,* Phys. Rev. E **95**, 043207 (2017).
[15] T.W. Huang *et al.,* Appl. Phys. Lett. **110**, 021102 (2017).
[16] V.L. Ginzburg, *The propagation of electromagnetic waves in plasmas* (Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1964).
[17] T.D. Arber *et al.,* Plasma Physi. Controll. Fusion **57**, 113001 (2015).
[18] A.V. Arefiev *et al.,* J. Plasma Phys. **81**, 475810404 (2015).
[19] A.V. Arefiev *et al.,* Phys. Plasmas **23**, 056704 (2016).
[20] T.G. Blackburn *et al.,* Phys. Rev. Lett. **112**, 015001 (2014).
[21] M. Vranic *et al.,* Phys. Rev. Lett. **113**, 134801 (2014).
[22] C. Ridgers *et al.,* J. Computational Phys. **260**, 273 (2014).
[23] V. Khudik *et al.,* Phys. Plasmas **23**, 103108 (2016).
[24] L.L. Ji *et al.,* Scientific Reports **6**, 23256 (2016).
[25] N. Iwata *et al.,* Phys. Plasmas **23**, 063115 (2016).

アレフィエフ アレクセイ
AREFIEV Alexey

1998年ロシア・ノボシビルスク州立大学理学部物理学科修了，2002年米国テキサス州立大学物理学科博士課程修了，理学博士．2003年，米国物理学会プラズマ部門「M.N．ローゼンブルース最優秀博士学生賞」受賞．テキサス大学・核融合研究所研究員，同大学・高エネルギー密度科学研究センター理論部門・副部門長などを経て，2017年よりカリフォルニア大学サンディエゴ校（UCSD）宇宙工学部門助教．専門は，超高強度レーザーと物質の相互作用，高エネルギー密度物理等に関する理論シミュレーション研究．

トンチャン トーマ
TONCIAN Toma

2004年，独ハインリッヒ・ハイネ大学修士課程修了，2008年同大学博士課程修了，理学博士．独デュッセルドルフ・レーザー科学研究所，米テキサス大学・高エネルギー密度科学センターを経て，現在 HiBEF*（独）レーザー部門上席研究員．研究内容は超短超高強度レーザーによる相対論的粒子加速とその応用に関する実験シミュレーション解析．趣味はクラシックギター．

* HiBEF: Helmholtz International Beamline for Extreme Fields at the European XFEL（欧州 X 線自由電子レーザー施設／ヘルムホルツ財団）

シュタルク デビッド
STARK David J.

2016年，米国テキサス大学物理学科博士課程修了，理学博士．現在，ロスアラモス国立研究所ポスドク研究員．研究領域は，短パルスレーザー／プラズマ相互作用とその応用．趣味はテニスと読書．

むら かみ まさ かつ
村 上 匡 且

1988年，大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程修了，工学博士．西独 Max-Planck 量子光学研究所，レーザー技術総合研究所を経て現在大阪大学レーザー科学研究所教授．レーザー核融合，レーザーイオン加速など高エネルギー密度物理研究に従事．趣味はテニス，二胡演奏．