

## プラズマダイナミクスを支配する微分方程式の推論 Inferring of differential equations governing plasma dynamics

今寺 賢志<sup>1)</sup>, 永野 李央<sup>1)</sup>, 高須 亮磨<sup>1)</sup>  
IMADERA Kenji<sup>1)</sup>, NAGANO Rio<sup>1)</sup>, TAKASU Ryoma<sup>1)</sup>

1) 京都大学大学院 エネルギー科学研究科  
1) Graduate School of Energy Science, Kyoto University

磁場核融合プラズマにおける乱流輸送現象を理解し制御することは、プラズマの閉じ込め性能を向上させる上で重要な課題の1つである。しかしながら、そのダイナミクスは強い非線形性や非局所性を内在しており、包括的な理解は容易ではない。近年、ジャイロ運動論モデルによる第一原理シミュレーションによって乱流輸送現象の解析は着実に進展しているが、現象の因果関係を理解するために、あるいはより低コストのシミュレーションを実現するために、その物理モデリングを検討することは十分な意義がある[1]。

そこで本研究では、実験やシミュレーションで得られたデータを機械学習することで、2つの視点から物理モデリングを行う方法論を検討した。1つはPhysics Informed Neural Network (PINN) [2]を用いて、非線形性が強い現象を記述する微分方程式を推論し、少数自由度モデルを開発する方法である。本研究では、(1)教師データとの二乗誤差、(2)推論したい微分方程式の二乗誤差、の大きい方を損失関数として用いることで、教師データに従いつつ、推論したい微分方程式の係数の最適化を試みた。図1はLotka-Volterra (LV)方程式の数値解に30%のノイズを加えたものを教師データ(赤線)として、PINNが推論した解(青線)と、PINNが推論した係数でLV方程式を再度解いた数値解(緑線)を示している。これらの結果から、PINNがそのデータを支配する非線形常微分方程式を正確に推論できていることがわかる。本研究では更に、ローレンツ方程式のようにカオス性が強い非線形常微分方程式や、Burgers方程式やKdV方程式といった非線形偏微分方程式の推論も可能であることを実証した。

加えて本研究では、大域的な各点の温度勾配を説明変数、ある点での熱流束を目的変数としたNNを構築した後、Accumulated Local Effect (ALE)[3]と呼ばれるデータ駆動科学的統計手法を用いることで、新古典輸送、および乱流輸送

をそれぞれ非局所輸送モデルで評価した場合の熱輸送カーネルを見積もった。ALEとは、目的変数同士の相関が強い場合であっても、各目的変数と説明変数の間の線形関係を抽出することができる手法であり、本研究のように、相関が強い各半径位置の温度勾配を目的変数として用いた場合であっても、説明変数である特定の半径位置での熱流束との関係、つまり熱輸送カーネルを見積もることが可能である。この手法を用いて解析した結果、新古典熱輸送カーネルはデルタ関数的である一方、乱流熱輸送カーネルは有限幅を持っており、新古典輸送と比較して乱流輸送が非局所的であることを定量的に示した。加えて、温度勾配と乱流輸送の間には線形成長率の逆数程度の応答遅れが生じており、時間方向に対しても非局所性が重要であることを明らかにした。

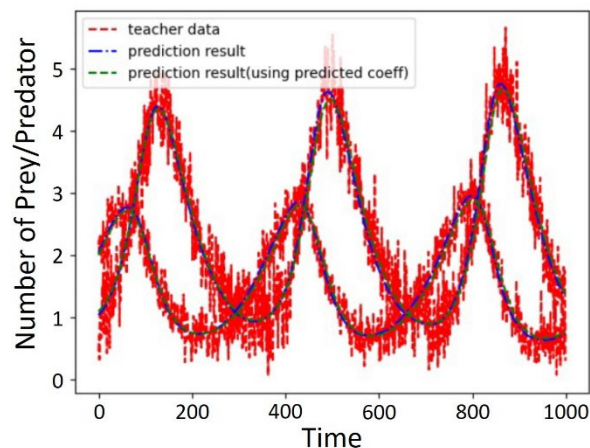


図1: LV方程式の数値解に30%のノイズを加えたものを教師データ(赤線)として、PINNが推論した解(青線)と、PINNが推論した係数でLV方程式を再度解いた数値解(緑線)。

- [1] 『磁場閉じ込め核融合プラズマにおけるデータ駆動的アプローチによる物理モデリング』, プラズマ・核融合学会誌 **97**, 64 (2021).
- [2] M. Raissi *et al.*, *J. Comput. Phys.* **378**, 686 (2019).
- [3] D. W. Apley *et al.*, *J. R. Stat. Soc. Series B* **82**, 1059 (2020).