

抵抗性 MHD 線形プラズマ応答および安定性解析コード RESTOK (RESponse and STability of TOKamak) の開発

Development of RESTOK (RESponse and STability of TOKamak) code for linear plasma response and stability analysis of resistive MHD

古川勝¹, 相羽信行², 山崎有仁¹
M. Furukawa¹, N. Aiba², A. Yamasaki¹

鳥取大学¹, 量研那珂²
Tottori University¹, QST Naka²

プラズマ回転や電気抵抗の効果を含めた、トカマクプラズマ用の MHD 安定性解析コード ERMHDT (Eigenvalue code for Resistive MagnetoHydroDynamics stability in Toroidal geometry) を開発してきた [1, 2]. この度、線形安定性に加えて線形プラズマ応答も計算できるようコードを拡張し、コード名を RESTOK (RESponse and STability of TOKamak) と変更した.

プラズマ中では、線形化した抵抗性 MHD 方程式を解く. ただし、誘導方程式を磁場について解くのではなく、ベクトルポテンシャルを使った Ohm 則を解く. 物理量はそれぞれの典型値を用いて規格化し、時間に関して Fourier 変換すると、方程式は

$$-i\omega\rho\tilde{\mathbf{u}} = -\rho(\mathbf{u}\cdot\nabla\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}\cdot\nabla\mathbf{u}) - \tilde{\rho}\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u} + \mathbf{J}\times(\nabla\times\tilde{\mathbf{A}}) + (\nabla\times\nabla\times\tilde{\mathbf{A}})\times\mathbf{B} - \frac{1}{2}\nabla\tilde{P}, \quad (1)$$

$$-i\omega\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{u}}\times\mathbf{B} + \mathbf{u}\times(\nabla\times\tilde{\mathbf{A}}) - \frac{\eta}{S}\tilde{\mathbf{J}}, \quad (2)$$

$$-i\omega\tilde{P} = -\mathbf{u}\cdot\nabla\tilde{P} - \tilde{\mathbf{u}}\cdot\nabla P - \Gamma\tilde{P}\nabla\cdot\mathbf{u} - \Gamma P\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}} \quad (3)$$

$$-i\omega\tilde{\rho} = -\mathbf{u}\cdot\nabla\tilde{\rho} - \tilde{\mathbf{u}}\cdot\nabla\rho - \tilde{\rho}\nabla\cdot\mathbf{u} - \rho\nabla\cdot\tilde{\mathbf{u}} \quad (4)$$

となる. ここで、 ρ は質量密度、 \mathbf{u} は流速、 \mathbf{A} はベクトルポテンシャル、 P は圧力、 \mathbf{B} は磁場、 \mathbf{J} は電流密度である. 摂動量には $\tilde{\cdot}$ を付けていて、平衡量には付けていない. 圧力は磁気圧の典型値で規格化してある. また、 ω は摂動の角周波数、 Γ は比熱比、 S は Lundquist 数である. 真空領域では、磁気スカラーポテンシャルを使って磁場を $\tilde{\mathbf{B}} = \nabla\chi$ と表し、

$$\nabla\cdot\nabla\chi = 0 \quad (5)$$

を解く. これらの方程式から弱形式を作り、プラズマ-真空境界では磁場の法線成分と全圧が連続となるよう自然境界条件を課す. ただし抵抗性 MHD の場合は磁場が 3 成分とも連続となるようにしている. また、完全導体壁では磁場の法線成分がゼロとなるよう自然境界条件を課す. プラズマ応答計算では、この壁上で磁場の法線成分を与え、境界値問題を解くことになる. ポロイダル方向とトロイダル方向には Fourier 級数展開、小半径方向は有限要素法を用いて離散化している. 有限要素基底は 3 次 Hermite 要素、3 次以下の Lagrange 要素を選べるようになっている.

図 1 に計算例を示す [3]. MHD 平衡は MEUDAS コード [4] を用いて計算した. アスペクト比 $A = 5$, 円形断面, 低ベータのトカマク平衡で, 安全係数 q は磁気軸上で $q_0 \simeq 1.36$, プラズマ端で $q_a \simeq 2.52$ で単調増加分布である. 壁上で与える摂動磁場はポロイダルモード数 m とトロイダルモード数 n が $(m, n) = (3, 1)$ を選び, プラズマ小半径の 1.2 倍の場所で磁気軸上のトロイダル磁場に対して 10^{-3} の大きさで与えた. 静的な摂動磁場を想定したが, 電気抵抗率をゼロとしたときの特異点を避けるために $\omega/\omega_A = -10^{-7}i$ とした (ω_A は Alfvén 周波数). 電気抵抗率は $S = 10^7$ とした. プラズマ中に $(m, n) = (3, 1)$ の共鳴面はないが, $q = 2$ 面が小半径 $s \simeq 0.9$ にあり, $(m, n) = (2, 1)$ 成分がプラズマ内部で増幅すると共に, $(m, n) = (3, 1)$ 成分も増幅している.

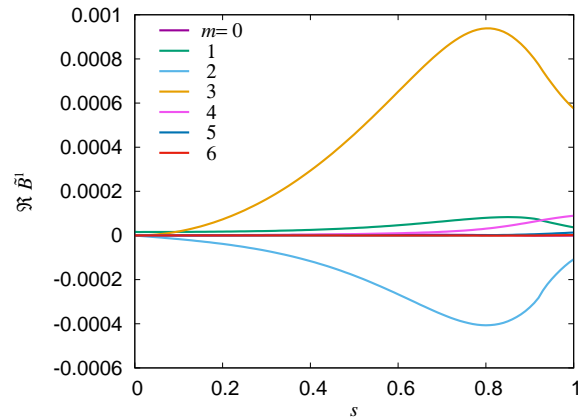


図 1: 摂動磁場の磁気面を横切る成分の半径方向分布 (実部). 横軸 $s := \sqrt{\psi/\psi_a}$ はポロイダル磁束 ψ で定義された規格化小半径.

References

- [1] M. Furukawa, N. Aiba, Plasma Conference 2017, 2017, 24P-04.
- [2] M. Furukawa, 3rd Asia-Pacific Conference on Plasma Physics, MF-P10 (Hefei, China, 2019).
- [3] 山崎有仁, 鳥取大学工学部 卒業論文 (2021 年 2 月).
- [4] M. Azumi et al., in Proc. 4th Int. Symp. on Comput. Methods Applied Sci. Engineering, Paris (North-Holland, Amsterdam, 1980), p. 335.