S6-5

5 次元分布関数時系列データの低次元表現
Dimensionality reduction of the time series of 5D distribution function data

朝比　祐一 [1]
Yuuichi Asahi[1]

日本原子力研究開発機構 [1]
Japan Atomic Energy Agency[1]

1　本文

磁場閉じ込め核融合装置の炉心プラズマの閉じ込め性能は乱流輸送によって支配される。高温の炉心プラズマは無衝突性を有するため、非 Maxwell 的な速度分布を示す。そのため、乱流輸送の予測には、第一原理的シミュレーションであるジャイロ運動論的プラズマ乱流シミュレーションが実験、理論解析問わず幅広く利用されている。計算は空間 3 次元 (r, θ, φ)、速度 2 次元 $(v_{\parallel}, \mu)$、時間 1 次元 t の合計 6 次元空間内で行われ、膨大なシミュレーションデータが生成される。ここで、r は小半径方向、θ はポロイダル方向、φ はトロイダル方向、$(v_{\parallel}, \mu)$ はそれぞれ磁力線平行方向、垂直方向速度に対応する。このデータを解析する上では、主に以下の三つの困難が存在する:

1. データの高次元性による可視化の困難さ
2. データの大規模性によるデータ処理の困難さ
3. 非線形相互作用による乱流自体の解釈困難さ

本研究では、このような大規模、高次元、複雑データから物理的知見を得るために、データ駆動科学的手法により 6 次元データの解析を行う。特に、主成分分析（PCA）による次元削減技術を用い、低次元表現による可視化を可能にし、かつデータサイズを圧縮する。

本研究で用いる full-F ジャイロ運動論コード GT5D [1] は、分布と揺動の 5 次元分布関数 f の時間発展を自己無頓着に計算し、雪崩的な輸送現象を扱うことができる。従来研究では、この雪崩的輸送現象と流体モーメント量の 3 次元空間パターン形成の関連性が調べられてきた。例えば雪崩的輸送の起きている時に静電ポテンシャル内のコヒーレントなモード構造が見られることが指摘されている [2]。一方、大きく簡約化された 2 次元 (空間 1 次元、速度空間 1 次元) の運動論的シミュレーションでは、実空間・速度空間内でアイランドと呼ばれる閉じた構造が自発的に形成され、高エネルギー粒子輸送の前兆現象となっていることが示されている。本研究では、5 次元のシミュレーションにおける位相空間内の構造形成と雪崩的輸送の関連づけるため、主成分分析に基づく次元削減技術を利用した位相空間構造の抽出を行う [3]。

2　手法

分布関数 f の揺動部分の時系列データを m 行 n 列の行列 F で表す（$m \leq n$）。このデータに対して PCA を適用すると、

$$A = \left(F - \overline{F}\right) \sim U \Sigma V^T = \sum_{k=1}^{r} u'_k V_k^T$$

とかける。右辺はデータ $A = F - \overline{F}$ の特異値分解である（$\overline{F}$ は F の平均である）。U は左特異値行列（m 行、m 列）、V を右特異値行列（n 行、n 列）と呼ぶ。どちらも正規直交行列である。また、Σ は m 行 n 列の非負値対角行列であり、特異値行列と呼ばれている。Σ の対角成分 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_m (\geq 0)$ を特異値と呼ぶ。r は用いた主成分数、$u'_k = [\mathrm{U}\Sigma]_k$ を主成分 k の係数（$\mathrm{U}\Sigma$ の k 列目）、V_k を主成分 k の基底（V の k 列目）と呼ぶ。特異値の大きさは A に対する Frobenius norm の意味での寄与の大きさと対応する。特異値の小さな主成分について無視することで、A の近似、つまり圧縮表現が可能となる。

ここでは、6 次元データ F を $m = (N_t \times N_r \times N_\theta)$、$n = \left(N_\varphi \times N_{v_\parallel} \times N_w\right)$ の行列と解釈した。括弧内の次元については 1 次元データとして平坦化した。主成分分析の結果、可視化困難であった 5 次元時系列データを 2 次元係数 $(N_t \times N_r \times N_\theta)$ の時系列データと 3 次元基底データ $\left(N_\varphi \times N_{v_\parallel} \times N_w\right)$ の組み合わせとして表現できるようになる。Tucker 分解により 5 次元分布関数時系列データの圧縮を行った先行研究 [4] においても、速度空間を基底とする行列表現がデータ圧

縮効率が高いことが指摘されている。発表では、行列化のやり方によるデータ圧縮効率の違いについても論じる。

3　結果

図 1 は、$(N_t, N_r, N_\theta) \times \left(N_\varphi, N_{v_\parallel}, N_w\right)$ の行列を主成分分析した結果の右特異値ベクトル（以下基底と呼ぶ）を示し、図 2 は、左特異値ベクトル（厳密には左特異値ベクトルと特異値行列の積で、以下係数と呼ぶ）の雪崩フェイズにおける空間構造を示す。

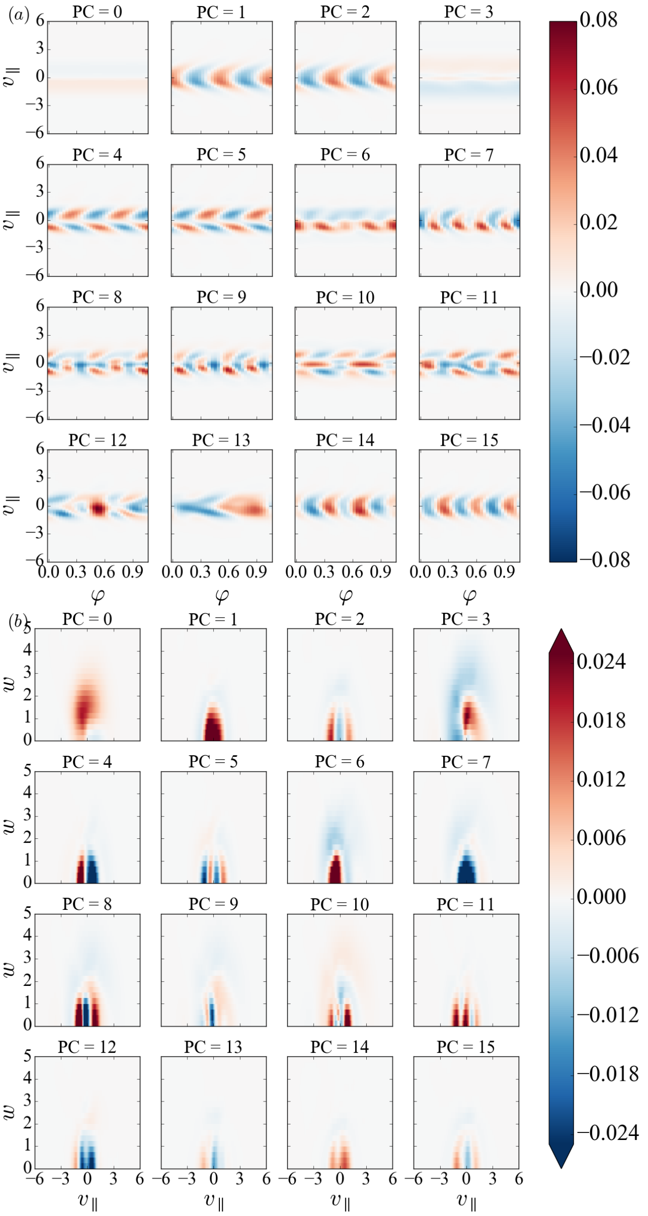

Fig. 1: 第 16 主成分までの位相空間基底の断面図。(a)$w = 0.12$ における $\left(\varphi, v_\parallel\right)$ 断面図と (b)$\varphi = 0$ における $\left(v_\parallel, w\right)$ 断面図。

図 2 において、第 0 主成分は磁場強度分布、第 3 主成分は対流セルと呼ばれる構造であることがわかる。第 1、第 2 主成分は、$n = 12$ のバルーニングモードと対応している。これは流体モーメントのコヒーレント構造が雪崩的輸送フェイズに卓越しているのと対応している。本研究で用いた手法では空間構造対応する速度空間構造に関する情報も得られるが、図 1(b) 第 2 主成分に見られるようにそれは Landau 共鳴に対応する構造であることが新たに明らかになった。発表では、各主成分の熱輸送への寄与を示し、どのような空間、位相空間構造が雪崩的熱輸送と関連しているか示す。

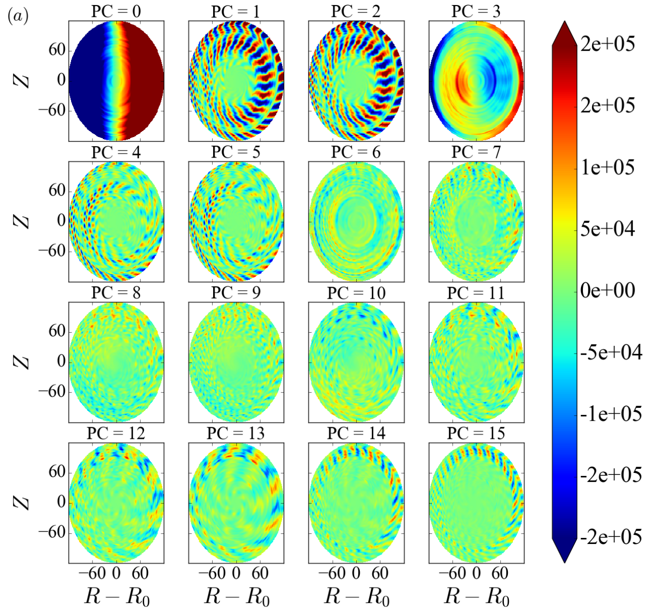

Fig. 2: 第 16 主成分までの雪崩フェイズにおける空間係数（ポロイダル断面）。

References

[1] Y. Idomura et al, “Conservative global gyrokinetic toroidal full-f five-dimensional vlasov simulation,” Computer Physics Communications 179, 391 – 403 (2008).

[2] W. Wang et al, “Statistical study for ITG turbulent transport in flux-driven tokamak plasmas based on global gyro-kinetic simulation,” Nuclear Fusion 60, 066010 (2020).

[3] Y. Asahi et al, "Compressing the time series of five dimensional distribution function data from gyrokinetic simulation using Principal component analysis", submitted to Physics of Plasmas.

[4] Hatch D R, del-Castillo-Negrete D and Terry P W 2012, J. Comput. Phys. 231 4234