3P82

球状トーラスにおける2流体平衡から1流体平衡への遷移挙動
Transition Behavior from Two- to Single-fluid Equilibrium in Spherical Torus

神吉隆司[1)]，永田正義[2)]
Takashi KANKI[1)], Masayoshi NAGATA[2)]

[1)]海上保安大，[2)]兵庫県立大院工
[1)]Japan Coast Guard Academy, [2)]University of Hyogo

2流体平衡から1流体平衡への遷移の問題はこれらの関係を理解する上で重要であり，最近，解決されている[1,2]．本研究ではこれらとは別の方法で1流体のBernoulliの式と運動方程式を導出する．先ず次の3つを仮定する．①イオン面変数$Y=\psi+\varepsilon Ru_{i\phi}$で，2流体パラメータの極限$\varepsilon\to 0$によって，$Y\to\psi$を得る．②1流体モデルでは電場に関する項は比較的大きいため，2流体モデルで$O(\varepsilon)$あっても，保持される．③1流体のOhmの法則では電子圧力及びホール効果は無視される．断熱過程におけるエンタルピーの関係式$\nabla h_e=\nabla p_e/n+T_e\nabla s_e$より，$\nabla h_e=0$が得られ，電子流体のBernoulliの式，$h_e-V_E=H_e(\psi)$（$V_E$は静電ポテンシャル．）から$H_e'(\psi)=-V_E'(\psi)$が成立する．電子流体の運動方程式は

$$R^2\nabla\cdot\left[\frac{\nabla\psi}{R^2}\right]=\frac{R}{\varepsilon}\left[B_\phi\Phi_e'(\psi)-nu_{i\phi}\right]-nR^2\left[H_e'(\psi)-T_eS_e'(\psi)\right]\tag{1}$$

で記述される[3]．$H_e'(\psi)=-V_E'(\psi)$を用いて，$u_{i\phi}$について解き，$u_{i\phi}$をu_ϕに置き換える．nearby-fluidsモデル[3], $\Phi_i(\psi)=\Phi_e(\psi)+\varepsilon K(\psi)$において$\varepsilon\to 0$によって，$\Phi_i(\psi)\to\Phi_e(\psi)$となり，$\Phi_e(\psi)$を$\Phi(\psi)$に置き換えると

$$u_\phi=\left(\Phi'(\psi)/n\right)B_\phi+\varepsilon RV_E'(\psi)\tag{2}$$

を得る．また，軸対称な流速と磁場はそれぞれ$\boldsymbol{u}=\left(\nabla\Phi(\psi)/n\right)\times\nabla\phi+Ru_\phi\nabla\phi, \boldsymbol{B}=\nabla\psi\times\nabla\phi+RB_\phi\nabla\phi$で表されるため，ポロイダル流速$\boldsymbol{u}_p$は

$$\boldsymbol{u}_p=\left(\nabla\Phi(\psi)/n\right)\times\nabla\phi=\left(\Phi'(\psi)/n\right)\boldsymbol{B}_p\tag{3}$$

となる．ここで，円柱座標系(R,ϕ,Z)を用いている．したがって，式(2)と(3)を用いると，イオン流体のBernoulliの式，$h_i+u_i^2/2+V_E=H_i(Y)$の第2項の運動エネルギーE_Kは

$$E_K=\frac{\Phi'^2(\psi)}{2n^2}B^2-\frac{1}{2}R^2\left[\varepsilon V_E'(\psi)\right]^2+\varepsilon Ru_\phi V_E'(\psi)\tag{4}$$

となる．また，$H_e'(\psi)=-V_E'(\psi)$からイオン流体のBernoulliの式は$V_E'(\psi)=H_i'(\psi)+\varepsilon Ru_{i\phi}H_i''(\psi)$と変形され，$\varepsilon\to 0$によって，重要な関係式$V_E'(\psi)=H_i'(\psi)$を得ることができる．イオン流体と電子流体の一般化エンタルピーの和は

$$H_i(Y)+H_e(\psi)=H(\psi)+\varepsilon Ru_\phi V_E'(\psi)\tag{5}$$

となる．ここで，$H(\psi)\equiv H_i(\psi)+H_e(\psi)$としている．したがって，イオン流体と電子流体のBernoulliの式の和から，1流体のBernoulliの式

$$\frac{\Phi'^2(\psi)B^2}{2n^2}-\frac{R^2}{2}\left[\varepsilon V_E'(\psi)\right]^2+\frac{\gamma n^{\gamma-1}}{\gamma-1}\exp\left[(\gamma-1)S(\psi)\right]=H(\psi)$$

を得る．イオン流体の運動方程式は

$$\Phi_i'(Y)R^2\nabla\cdot\left[\frac{\Phi_i'(Y)}{n}\frac{\nabla Y}{R^2}\right]=\frac{R}{\varepsilon}\left[B_\phi\Phi_i'(Y)-nu_{i\phi}\right]+nR^2\left[H_i'(Y)-T_iS_i'(Y)\right]\tag{6}$$

で記述される[3]．式(1)と(6)の差をとって，$\varepsilon\to 0$にすることにより，左辺は

$$\nabla\cdot\left[\left(1-\frac{\Phi'^2(\psi)}{n}\right)\frac{\nabla\psi}{R^2}\right]+\boldsymbol{u}_p\cdot\boldsymbol{B}_p\Phi''(\psi)$$

となる．nearby-fluids モデルを用いると，右辺の第1, 2項は$-\left(K'(\psi)/R\right)B_\phi-u_\phi B_\phi\Phi''(\psi)$となる．右辺の第3，4 項は$V_E'(\psi)=H_i'(\psi)$を用いると

$$-nH'(\psi)-\varepsilon nRu_\phi V_E''(\psi)+\frac{n^\gamma}{\gamma-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\psi}\left\{\exp\left[(\gamma-1)S(\psi)\right]\right\}$$

となる．したがって，1 流体の運動方程式は

$$\nabla\cdot\left[\left(1-\frac{\Phi'^2(\psi)}{n}\right)\frac{\nabla\psi}{R^2}\right]+\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{B}\Phi''(\psi)+\varepsilon nRu_\phi V_E''(\psi)$$

$$+\frac{B_\phi}{R}K'(\psi)+nH'(\psi)-\frac{n^\gamma}{\gamma-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\psi}\left\{\exp\left[(\gamma-1)S(\psi)\right]\right\}=0$$

となる．導出された 1 流体の Bernoulli の式と運動方程式は論文[4]と一致する．

参考文献

[1] E. Hameiri, Phys. Plasmas **20**, 092503 (2013).
[2] L. Guazzotto and R. Betti, Phys. Plasmas **22**, 092503 (2015).
[3] L.C. Steinhauer and A. Ishida, Phys. Plasmas **13**, 052513 (2006).
[4] E. Hameiri, Phys. Fluids **26**, 230 (1983).