

プロジェクトレビュー

3. 基礎物理シミュレーション研究と可視化技術の進展

3. Progress in Simulation Study of Fundamental Physics and Visualization Technology

3.1 基礎物理シミュレーション研究

3.1 Simulation Study of Fundamental Physics

石 黑 静 児^{1,2)}, 伊 藤 淳¹⁾, 宇 佐 見 俊 介^{1,3)}, 大 谷 寛 明^{1,2)}, 坂 上 仁 志¹⁾, 樋 田 美 栄 子¹⁾, 長 谷 川 裕 記^{1,2)}, 森 高 外 征 雄^{1,2)}, 堀 内 利 得¹⁾, 三 浦 英 昭¹⁾

ISHIGURO Seiji^{1, 2)}, ITO Atsushi¹⁾, USAMI Shunsuke^{1, 3)}, OHTANI Hiroaki^{1, 2)}, SAKAGAMI Hitoshi¹⁾,

TOIDA Mieko¹⁾, HASEGAWA Hiroki^{1, 2)}, MORITAKA Toseo^{1, 2)}, HORIUCHI Ritoku¹⁾ and MIURA Hideaki¹⁾

1)自然科学研究機構核融合科学研究所,2)総合研究大学院大学,3)東京大学

(原稿受付:2020年8月17日)

プラズマのシミュレーションモデルの拡張,基礎過程の物理的解明など数値実験炉研究の基盤となる中長期 的研究として,拡張 MHD 理論・シミュレーション,境界層領域のプラズマフィラメントのダイナミクス,磁気リ コネクションにおける加熱機構解明,波と粒子の相互作用,レーザープラズマ,更にはコード開発として非軸対 称トーラス系の運動論的全系解析をめざした研究等を紹介する.

Keywords:

extended MHD, particle simulation, magnetic reconnection, instability, acceleration, coherent structure, laser plasma, whole device simulation

3.1.1 3 次元 Hall MHD 乱流の DNS・LES 研究

LHDなどで発生する短波長不安定性について、ドリフト オーダリングなどの追加的な近似を排して拡張 MHD シ ミュレーションを行う場合, Hall 項やジャイロ粘性項に起 因する数値不安定性を取り除く必要がある. 我々は, 拡張 MHD シミュレーションにおいて, 反磁性ドリフトなどの 流れの効果に起因する乱流の発生に着目し, 格子解像度以 下のスケール (Sub-grid-scale, SGS)の揺動が長波長成分 に与える影響を現象論的モデル (SGS モデル)で代替する, Large Eddy Simulation (LES)研究を進めている. この項 では, Hall項のSGS モデル開発のための一様等方Hall MHD 乱流シミュレーションによる基礎研究について述べる.

Hall MHD 方程式の LES を可能にするため, Hamba and Tsuchiya (2010) によって開発された MHD 方程式用の SGS モデルを元に, Hall MHD モデル用 SGS モデルを開発 した. Hall MHD 方程式は以下のように書ける[1].

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(u_i u_j - B_i B_j \right) + \left(p + \frac{1}{2} B_k B_k \delta_{ij} \right) \right] \\ &+ \nu \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j}, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \qquad (2)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial t} = -\varepsilon_{ijk} \left(\frac{\partial E_k}{\partial x_j} \right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial B_k}{\partial x_k} = 0, \tag{5}$$

$$E_i = -\varepsilon_{ijk} \left(u_i - \varepsilon_H J_i \right) B_j + \eta J_i \,. \tag{6}$$

ここで,記号 B_i , J_i , u_i , p, S_{ij} , δ_{ij} , ϵ_{ik} はそれぞれ, 磁 場の第i 成分, 電流密度の第i 成分, 速度場の第i 成分, 圧 力, ひずみ速度テンソルの第(i,j) 成分, Cronecker のデル 夕記号, Levi-Civita の反対称テンソル記号である.

これに対し,長波長成分の運動を記述する方程式(GS 方程式)は上の方程式系に対してローパスフィルターを施 すことで得られ,以下のように表現される[1].

$$\frac{\partial \overline{u}_{i}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\left(\overline{u}_{i} \overline{u}_{j} - \overline{B}_{i} \overline{B}_{j} \right) + \left(\overline{p} + \frac{1}{2} \overline{B}_{k} \overline{B}_{k} \delta_{ij} \right) \right] \\
+ \nu \frac{\partial \overline{S}_{ij}}{\partial x_{j}} - \frac{\partial \overline{\tau}_{ij}}{\partial x_{j}},$$
(7)

National Institute for Fusion Science, Toki, GIFU 509-5292, Japan

corresponding author's e-mail: ishiguro.seiji@nifs.ac.jp

$$\overline{\tau}_{ij} = \left[\left(\overline{u_i u_j} - \overline{B_i B_j} \right) + \frac{1}{2} \overline{B_k B_k} \delta_{ij} \right] \\ - \left[\left(\overline{u}_i \overline{u}_j - \overline{B}_i \overline{B}_j \right) + \frac{1}{2} \overline{B}_k \overline{B}_k \delta_{ij} \right], \qquad (8)$$

$$\overline{S}_{ij} = \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_{k}}{\partial x_{k}} = 0, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \overline{B}_{i}}{\partial t} = -\varepsilon_{ijk} \left(\frac{\partial \overline{E}_{k}}{\partial x_{j}} \right), \tag{11}$$

$$\overline{E}_{i} = -\varepsilon_{ijk} \left(\overline{u}_{j} - \varepsilon_{H} \overline{J}_{j} \right) \overline{B}_{k} + \eta \overline{J}_{i} - \overline{E}_{i}^{M} - \overline{E}_{i}^{H}, \qquad (12)$$

$$\overline{E}_{i}^{M} = -\varepsilon_{ijk} \left(\overline{u_{j}B_{k}} - \overline{u}_{j}\overline{B}_{k} \right), \qquad (13)$$

$$\overline{E}_{i}^{\mathrm{H}} = -\varepsilon_{ijk} \left(-\overline{J_{j}B_{k}} + \overline{J}_{j}\overline{B}_{k} \right), \qquad (14)$$

$$\frac{\partial \overline{B}_k}{\partial x_k} = 0. \tag{15}$$

但し,記号⁻は,ローパスフィルターを表す.この方程式系 は基本変数にフィルターを施した変数 \overline{B}_i , \overline{u}_i について閉 じていない.これは, $\overline{\tau}_{ij}$ や \overline{E}^{M} , \overline{E}^{H} に,基本変数の積が含 まれるためである.

GS 方程式を閉じるために必要な SGS モデルとして, 我々は以下のようなモデルを提案した[1].

$$\overline{\tau}_{ij} = -C_{\nu} \varDelta^2 \left(\frac{1}{2} C_{\nu} \overline{S}_{km}^2 + C_{\eta} \overline{J}_k^2\right)^{1/2} \overline{S}_{ij}, \qquad (16)$$

$$\overline{E}_{i}^{\mathrm{M}} = -C_{\eta} \varDelta^{2} \left(\frac{1}{2} C_{\nu} \overline{S}_{km}^{2} + C_{\eta} \overline{J}_{k}^{2} \right)^{1/2} \overline{J}_{i}, \qquad (17)$$

ここで、 $\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3}$ である.

このモデルの妥当性を検証するため、3方向が周期的な 一様 Hall MHD 乱流の LES を実施し, SGS モデルを用いな い直接数値シミュレーション (DNS) との比較を行っ た.SGS モデルには任意性のあるパラメータが含まれるた め、いくつかのパラメータセットについて LES を実施 し、その結果を DNS と比較した. 図1は、SGS のいくつか のパラメータを組み合わせたセット (pset000, pset002, pset004) を用いた LES と DNS において, (a) 運動エネル ギースペクトル E_M(k), (b)磁気エネルギースペクトル $E_{M}(k)$ を比較したものである.(いずれも, 文献[1]から 引用.) パラメータセットによって高波数部の振る舞いは 異なるが、低波数部の振る舞いは LES と DNS との間で似 通っていることがわかる.このことから、我々の開発した SGS モデルは, Hall MHD 乱流の LES に適用可能であるこ とがわかる.これらの研究は東京大学および岡山理科大学 との共同研究として行われた.

なお,我々は上述のSGSモデルを圧縮性モデルに拡張し たうえでLHDのバルーニング不安定性の拡張MHDモデル LESに応用し,不安定性の飽和シミュレーションにおいて 所期の成果を上げることができた.この成果は2016年に京 都で開催された IAEA 核融合会議(IAEA FEC)で発表さ



図1 一様磁場 $B_0 = 5$ が印加された一様 Hall MHD 乱流の DNS および LES における(a)運動エネルギースペクトル $E_K(k)$ および(b)時期エネルギースペクトル $E_M(k)$. Reprinted from H. Miura et al., "Hall effects and sub-grid-scale modeling in Hall Magnetohydrodunamic turbulence simulations", J. Comput. Phys. **316**, 385-395 (2016) with permission from Elsevier.

れ[2],その後 Nuclear Fusion に掲載された[3].これら の成果については,MHD 平衡と不安定性の項を参照され たい.

3.1.2 交換型不安定性・テアリング不安定性の 遷移についての2次元 MHD シミュレー ション

エッジプラズマ抵抗率の数値モデルを使用して,2Dス ラブ中の交換型不安定性・テアリング不安定性の遷移の2 次元数値シミュレーション研究を行った.この結果, Zheng and Furukawa (2010) において提唱された,Current Interchange Tearing Mode (CITM) が成長すること を,数値シミュレーションによって確認した.

最外殻磁気面 (Last-Closed-Flux-Surface, LCFS) または スクレイプオフ層 (Scrape-Off-Layer, SOL) より外側のプ ラズマの挙動は、ダイバータプレートに向かって磁場が開 かれることによって特徴づけられる.環状型装置,特にト カマク型装置の SOL 領域において,飽和電流が低レベルで あること, LCFS を横切るプロファイルに鋭いジャンプが 生じることを模擬するため,磁気拡散についての数値モデ ルを開発した.この磁気拡散モデルを用いて、圧力勾配お よび磁気シアーが印可されたプラズマの MHD シミュレー ションを行ったところ、初期に交換型モードが成長し、そ の後、テアリングモード遷移することが示された.これは、 Zheng and Furukawa (2010) によって示された, Current Interchange Tearing Mode (CITM) (図 2 (a)参照) に対応 するものである.図2(b)は、数値シミュレーションに よって生じる磁気島やプラズマ変位(図では模式的に示さ れている)が、CITMの模式図(図2(a))と対応すること を示している[4]. CITM の発生は, 圧力勾配が急峻なエッ ジ領域における磁気リコネクションの発生を意味する. CITM が環状型装置の実形状において間欠的に発生した場 合、トカマク型装置で報告された、電流の間欠的放出(K. H.Burrell, 2005) を説明可能であると考えられる. 他 方,エッジ領域では2流体効果などの影響も考慮しなけれ ばいけないため、拡張 MHD モデルによるシミュレーショ ンも進めつつ[5],フルトーラスシミュレーションの準備 を進めているところである.

この研究は, JIFT 研究者派遣プログラムに基づき, テキ サス大学オースチン校核融合研究所との共同研究によって 行われた.





図 2 (a) CITMの模式図.(b)磁力線(太い白線)および模式的に 描かれたプラズマ変位,およびプラズマの等高線(カラー マップ). Reprinted from H. Miura, L. Zheng, and W. Horton, "Numerical simulations of interchange/tearing instabilities in 2D slab with a numerical model for edge plasma", Physics of Plasmas **24**, 092111 (2017)., with the permission of AIP Publishing)[4].

3.1.3 有限アスペクト比をもつ円柱プラズマの 二流体テアリング不安定性の解析

有限アスペクト比をもつ円柱プラズマの二流体テアリン グ不安定性の数値解析を行い,抵抗性テアリングモードに 対する二流体効果と円柱の曲率の効果との組み合わせによ る影響を明らかにした[6,7].固有モード方程式に対する 境界層理論による解析解と,微分方程式を差分化して固有 値と固有関数を求める行列計算コードによる数値解により 解析を行った.曲率の効果を表すパラメータρは平衡磁場 によって決まり,0の極限がスラブ平衡に対応し,この値 が有限である平衡に対して,二流体効果を表すパラメータ であるイオンスキン長*d*_iを変化させて,二つのパラメータ に対する依存性を調べた.この研究は,マサチューセッツ 工科大学との共同研究により行われた.

図3は*ρ*が1程度の場合にシステム長*a*で規格化された イオンスキン長 di に対する成長率と実周波数の依存性を 表しており、広範囲のパラメータ領域で数値解と解析解と が良い一致を示している. 解析解から di が小さい場合と大 きい場合の極限で、成長率と実周波数の ρ と \overline{d} ,に対する代 数的な依存性が得られた.曲率と二流体効果の両方が有限 であるときにのみ実周波数が生じ,ρが1程度の場合には *d*, が1程度以上で成長率と実周波数が同程度となること を解析的・数値的に明らかにした. 図4,5は異なる d; に 対する固有関数の数値解を表している. d: が小さい場合 (図4)には MHD の場合に近い特徴を示し, 径方向の速度 揺動

€の実部が支配的となり、この

揺動による

抵抗拡散が 不安定性を駆動している. di が大きい場合(図5)には二 流体的な特徴が強く表れ,磁場揺動Qが支配的となること で、この揺動による抵抗拡散が不安定性を駆動しており、 この揺動の幅が狭まることで不安定性が強まっている.こ の特徴はスラブ平衡の場合と同じだが、曲率の効果により 揺動の虚部が有限となる.



図3 円柱プラズマにおける二流体テアリングモードの成長率と 実周波数のイオンスキン長依存性(線は解析解,点は数値 解)[7]. Reprinted from A. Ito and J. J. Ramos, Physics of Plasmas **25**, 012117 (2018), with the permission of AIP Publishing.



図4 円柱プラズマにおける二流体テアリングモードの固有関数 (点線は d_i =0,実線は d_i =10⁻⁴)[7]. Reprinted from A. Ito and J. J. Ramos, Physics of Plasmas **25**, 012117 (2018), with the permission of AIP Publishing.



図5 円柱プラズマにおける二流体テアリングモードの固有関数 (\overline{d}_i =10)[7]. Reprinted from A. Ito and J. J. Ramos, Physics of Plasmas **25**, 012117 (2018), with the permission of AIP Publishing.

3.1.4 ヘリカル核融合炉全系解析に向けたジャ イロ運動論シミュレーションコードの開発

ジャイロ運動論モデルは様々な磁気ドリフト運動や微視 的乱流との相互作用を含む運動論的なプラズマダイナミク スを核融合炉装置サイズで扱うことができ、核融合プラズ マにおける輸送現象の解析に広く用いられてきた.これま でに開発されてきたジャイロ運動論コードは炉心プラズマ のみを対象としてきたが、周辺プラズマに対するジャイロ 運動論モデルの適用は、周辺乱流の生成や X 点近傍の粒子 損失といった運動論的現象,あるいはL-Hモード遷移など 炉心・周辺プラズマが密接に結びついた現象について、よ り原理的な理解を可能にすると考えられる. トカマク核融 合炉全系(炉心+周辺領域)に対するジャイロ運動論シ ミュレーションを目的として、プリンストンプラズマ物理 研究所(PPPL)を中心に X-point Gyrokinetic Code(XGC) が開発されてきた. XGC は Particle-in-cell (PIC) 法に基づ くジャイロ運動論コードで,平衡磁場や装置形状に適合し た非構造格子を円柱座標系で用いる点に特徴がある.我々 はこの XGC を非軸対象系に一般化し、これまでに例がな かったヘリカル核融合炉全系シミュレーションに向けた コード (XGC-stellarator, XGC-S) 開発を PPPL と共同して 進めてきた.

XGC-Sでは3次元VMEC平衡とのインターフェースを 新たに導入し,粒子軌道計算や粒子-格子間の補間などの 各計算プロセスと関連したデータ構造をトーラス方向の依 存性を含むように3次元化した.周辺部の平衡磁場は, virtual casing methodを用いてVMEC平衡を拡張したもの を用いた.3次元磁場における粒子軌道計算について,大 型へリカル装置(LHD)の平衡を用いてベンチマークを 行った.炉心領域については粒子法を用いた新古典輸送 コードFortec-3D,周辺領域を含んだものについてはHINT 平衡を使って行われた高速粒子損失の研究と比較し,いず れの場合もよく一致する結果が得られた.

さらに揺動電磁場を表すための非構造格子生成スキーム をヘリカル系を対象に開発した.炉心領域については,直 線磁気座標系を回転変換を考慮しながら離散化すること で,トーラス方向に磁力線を追随するような格子点を定め た(図6(a)).磁力線を横切る数値拡散を抑えることがで きるとともに,磁気座標系を用いる他のコードとの比較も 容易になる.LHDにおける新古典輸送およびイオン温度勾 配不安定性(ITG)の静電シミュレーションを行い,前者 についてはFortec-3DおよびGT5D,後者についてはジャ イロ運動論コードEUTERPEとよく一致する結果が得られ た(図6(b)).これらのベンチマークは新古典・乱流輸 送グループと共同して実施し,同グループが開発してきた ジャイロ運動論コード GKV との比較も進めている.

周辺領域への拡張部分(図7(a))では、数値的な磁力線 トレースによって非構造格子を生成した(図7(b)).こ の格子系では各頂点が磁力線に追随すると共に、ダイバー タレグやエルゴディック領域で格子が細分化されること、 磁力線に沿った物理量の平均操作を容易に行うことができ るといった特徴を持つ、炉心領域と統合した格子系に対す る初歩的な検証として,周辺部を含む LHD 平衡磁場に対 して生成した格子系に対し有限要素法によるポアソンソル バーが滑らかな解に収束することを確認し(図7(c)),ま た ITER の磁場平衡に対して,トカマク核融合炉の解析で 用いられている既存の格子系と同様の解が得られることを 確認した.

これまでの開発で、炉心領域については非構造格子を用 いたグローバルな静電ジャイロ運動論コードとしての基礎 部分が完成し、周辺領域に対しても周辺磁場構造や非構造 格子系の導入などの準備が進んできている. ヘリカル核融 合炉の周辺部に対するジャイロ運動論シミュレーションは まだ例がないため、コードの妥当性の検証には実験との比 較が重要となる. 核融合研の実験研究者と議論を始め、 LHD 周辺部およびダイバータ板上での粒子束や不純物分 布の計測結果から、コードの検証や今後の課題設定につな がるものを検討している.

PPPLとの共同研究に関連して、日米科学技術協力事業 (JIFT)の下での人材交流を進めてきた.これまでに核融 合研から PPPL およびテキサス大学への派遣(計八ヶ月程 度)および PPPL から核融合研への研究者受け入れ(計三 ヶ月程度)を実施した.開発した計算コードは PPPL 側研 究者の計算にも用いられ,Wendelstein7-X (W7-X)など世 界各国のステラレータの解析に応用されている.コード開 発,LHD および W7-X への応用についての成果は,核融合 研と PPPL の共著として三件の査読付き論文で発表され [8-10],2018年の IAEA-FEC で二件報告された[11,12].

コード開発は主にプラズマシミュレータ (PS) を用いて 行われた.FX100に対するコード最適化の結果,コードの 主要部分 (時間発展サイクル) で理論ピーク比 20% 程度の 単体実効性能が得られ,並列性能については,PS 全系規模 (2048ノード/65536プロセス) で 99.999% 以上の実効並列 化率と 70~90% 程度の並列化効率を確認した.周辺プラズ マ解析では非平衡なプラズマを扱う必要があり,線形 ITG シミュレーションのような炉心プラズマ解析よりも多くの 計算資源が必要となる.ポスト「京」重点課題6 (サブ課 題D「核融合炉の炉心設計」) に参画し,富岳を用いた XGC-S シミュレーションに向けた性能評価と最適化を,理 化学研究所のポスト「京」シミュレータ環境で行った.性 能評価ツールではカーネル部分 (電子軌道追跡部分) で理 論ピーク比 20% 程度の単体性能が得られている.PPPL



図 6 (a):直線磁気座標に基づいて生成した LHD 炉心領域の非構造格子の例.sはフラックスラベル,θ*はポロイダル角を表す.(b): LHD炉心領域におけるイオン温度勾配不安定性の線形成長に関するシミュレーション例.カラーマップは静電ポテンシャルの大きさを表す.



図7 (a):周辺領域へ拡張された LHD 平衡の磁場分布. 点線内が VMEC 平衡部分. (b):コアおよび周辺領域を統合した非構造三角形格 子(格子点を表示). (c):非構造格子への有限要素法を適用例. 接続面(緑線)によらない滑らかなポテンシャル分布が解として得 られている.

では ITER の全系解析をアメリカの大型 GPU 計算機 TI-TAN や Summit を使って行っている.これに関連して,国 内の GPU 計算機 (TSUBAME3.0)を共有プラットフォー ムとしてヘテロジニアスなファイルシステムの活用や GPU 最適化に関する国際共同研究を「学際大規模情報基盤 共同利用・共同研究拠点」(JHPCN)の枠組みで進めてい る (jh190004-MDJ「Whole-volume gyrokinetic simulation of magnetic fusion plasmas with in-situ data processing」).

3.1.5 磁場閉じ込め装置の境界領域におけるプ ラズマフィラメントのダイナミクス

近年、磁場閉じ込めプラズマ装置実験において、その装 置形状によらず,境界領域で間歇的に発生するフィラメン ト状のプラズマコヒーレント構造が観測されている. この 構造は、 プラズマブロブ、ホールとも呼ばれ、 従来の拡散 的描像では説明できない径方向のプラズマ輸送を担ってい ると考えられている[13]. そして、このフィラメント現象 に関しては、これまで、盛んに理論的・数値的研究がなさ れてきており、その多くでは、流体的な描像に基づく2次 元簡約化モデルを用いた議論がされている[14,15].しか し、そのような巨視的モデルでは、磁力線方向の電流を評 価する際,固体壁とプラズマとの間の電位構造やイオンと 電子の速度差の効果などを簡易的なモデルで仮定するなど している. さらに、同構造の断面サイズはイオン音速での イオン旋回半径の数倍~数十倍程度とメゾスケールでもあ る.これらのことから、フィラメントダイナミクスにおい て, 微視的(すなわち, 運動論的, 粒子的)効果がおよぼ す影響を明らかにする必要があろう.

そこで、本プロジェクトでは、今後のより精緻な多階層 連結型シミュレーションをめざし、3次元静電粒子コード によるプラズマフィラメントの微視的ダイナミクスの研究 を進めている.本研究で用いているp3bdコード [16,17], そして, p3bd コードを領域分割型分散並列化し たコードである up3bd コードは, プラズマフィラメントを はじめとする周辺プラズマ現象を研究するために開発を進 めてきたものであり、その計算システムとして、-x 方向を 径方向, y 方向をポロイダル方向, z 方向を磁力線(トロイ ダル)方向とした直交座標系を用い,磁力線方向の両端, 及び, 径方向の片方の端では, 電位をゼロ, かつ, 荷電粒 子が吸収される境界条件として金属板(すなわち,ダイ バータ板と第一壁)を再現することにより,境界領域を模 擬している.ブロブ現象を調べる場合には、磁力線に平行 な円柱状の高密度領域を設定(その領域に多くの粒子を初 期に配置) することにより、その後のブロブ伝播のダイナ ミクスを計算する. さらに、2015~2016年には、ブロブと は逆に周囲よりも密度の低いフィラメント状構造である ホールについても計算が可能となるように、初期設定部分 の改良を行った(なお、本コード改良について記した論文 [17]の図は、プラズマ・核融合学会誌93巻12号の表紙に掲 載されている).

そして,この p3bd/up3bd コードを用いたプラズマフィ ラメント現象の研究により,2015年から2019年までの間 に,主に,次に示す点について明らかになった.まず,プ ラズマフィラメントダイナミクスにおける粒子運動の効果 について,イオン温度が高い(イオンの旋回半径が大きい) 場合には伝播のポロイダル対称性が崩れることが見出され [18],さらに,その効果が3次元的に現れることを明らか にした[19](図8参照).フィラメント断面ではダイポー ル型の電位構造が形成されるが,イオン温度が高くなる と,低電位側の電位勾配が急峻になり,一方,高電位側は 勾配が緩やかになることにより,電位形状の対称性が崩 れ,*E×B*ドリフトによる伝播の対称性が崩れる.さらに, 高イオン温度の場合には,高電位側におけるプレシースの 電位差が大きくなることにより,図8の下図に示したよう な電場の顕著な3次元構造が形成され,3次元的な粒子運 動効果が現れる.

次に、本研究では、図9に示したように、プラズマフィ ラメントが不純物イオンを輸送する現象を世界で初めて数 値的に示した[20]. 図9(a)からは、ブロブが不純物イオ ン領域に入っていくにつれ、不純物イオンが掃き出されて ブロブの伝播方向とは逆の方向に輸送される様子が、そし て、図9(b)からは、初期に不純物イオン領域にいたホー ルが、不純物イオンを一緒に輸送する様子がわかる.この 成果については、プレスリリース(2016年12月)されるととも に、ITER Newsline 2017年1月9日号に掲載された[21].

また,このフィラメントによる不純物イオン輸送の様々 な物理パラメータに対する依存性を調べたところ,1)同 輸送がフィラメント断面サイズに対して正の相関を持つこ



図8 高イオン温度の場合の異なる4つの断面における電子の密 度分布(上図)と各断面における磁場に垂直な方向の電場 の強度分布(下図).各図から、強いz(磁力線)方向依存 性があることがわかる.

と、2)同輸送が背景イオン温度に対して弱い負の相関を 持つこと、3)不純物イオン質量がある閾値を超えると急 激に輸送が少なくなることがわかった[22].

3.1.6 磁気リコネクションにおけるイオン加熱 機構の解明

磁気リコネクションは、様々なプラズマで見られるエネ ルギー解放過程の1つであり、太陽フレアや磁気圏サブス トーム、またトカマクにおけるディスラプションなどの爆 発的過程において、重要な役割を果たしていると考えられ ている.また、磁気リコネクションが起こると、磁気エネ





図9 不純物イオン密度分布の時間変化.(a),(b)は,それぞ れ、ブロブが不純物イオン領域に入っていく場合、初期に ホールが不純物イオン領域にあった場合を示している. ルギーが解放されて、プラズマが加熱されることが知られ ている.磁気リコネクションの室内実験からは、主に、電 子はリコネクション点近傍で、イオンは下流で加熱される ことが報告されているが、加熱の機構についてはよくわ かっていなかった.

本研究では、粒子シミュレーションコード PASMO によ り、ガイド磁場がある磁気リコネクションのシミュレー ションを行って、イオンの加熱機構を調べた.図10は、磁 気リコネクションが駆動されているときの磁力線と磁場に 垂直なイオン温度(カラーコンター)を表している。磁場 が繋ぎ変わる点、リコネクション点は、シミュレーション 領域のほぼ中央に位置している。イオンの温度は、主に下 流で上昇していることがわかる。小さな領域(実線で囲ま れた部分)における、イオン速度分布を図11(a)に示す。円 環状の特徴的な構造が形成されており、このことから、イ オンはセパラトリクスを通過する際に非断熱的な振る舞い をし、その結果、下流で実効的に加熱されていることがわ かった[23-25].

また,リコネクション磁場(実験では,ポロイダル磁場 に相当)が強い場合,図11(b)の速度分布ように,半径が大 きい円環構造が見られ,一方でガイド磁場(実験では,ト ロイダル磁場に相当)が強いと,図11(c)のように,円の一 部が欠けた円弧状の速度分布が見られることがわかった[26].

そこで,リコネクション磁場,ガイド磁場強度を変えた 様々な条件でシミュレーションを行い,イオン加熱の磁場



図10 PASMOコードによる磁気リコネクションのシミュレーション結果.カラーコンターは磁場に垂直なイオン温度,線は磁力線を表している.



図11 リコネクション下流において形成されているイオンの速度分布関数.(a)円環状の構造が見え、イオンは実効的に加熱されているこ とがわかる.(b)リコネクション磁場を強くした場合、半径が大きい円環状構造が形成された.(c)ガイド磁場を強くすると、円の一 部が欠けている、円弧状の構造が形成された.

依存性を調べた.図12(a)は、イオン加熱エネルギー(密度 ×温度)のリコネクション磁場依存性を示したグラフであ る.イオン加熱エネルギーは、リコネクション磁場の2乗 に比例することがわかる.このことは、円環(一般には円 弧)の半径が大きくなっていくことに対応する.図12(b) は、ガイド磁場とイオン温度の関係性を表す.ガイド磁場 が大きくなるにつれてイオン温度は下がる傾向があること がわかった.このことは、円の欠け具合が大きくなる、す なわち、円弧の中心角が小さくなることに対応する[26].

このシミュレーション結果を,球状トカマク実験の結果 と比較した.球状トカマク装置におけるプラズマ合体実験 では,磁気リコネクションを通じてプラズマが加熱されて いる.我々のシミュレーションで見出されたイオン加熱の リコネクション磁場(ポロイダル磁場),ガイド磁場(トロ イダル磁場)依存性は,実験で報告されている傾向とよく 一致していることを確かめた.

3.1.7 非線形磁気音波中の平行電場の理論解析

宇宙プラズマでは至る所で高エネルギー粒子が作られて おり、それらは無衝突衝撃波によって加速されたと考えら れている.そのため、無衝突衝撃波による粒子加速につい



図12 イオン加熱に対する、(a)リコネクション磁場、(b)ガイド磁場、それぞれの依存性、イオン加熱のエネルギーはリコネクション磁場の2乗に比例し、ガイド磁場が強くなるとイオン温度は下がる傾向がある。

て,多くの理論・シミュレーション研究が行われている が,その全容の解明には未だ至っていない.

これまでの研究によって、無衝突衝撃波の波面(遷移領 域)には強い電磁場が形成されること,粒子はその電磁場 を介してエネルギーを獲得するが、その具体的な機構は、 粒子の種類、波の伝播方向、磁場の強さによって異なる 様々なものがあることがわかってきた. その中には磁場に 平行方向の電場(以降、平行電場と記す)が重要な役割を 果たすものがある.例えば、磁場に対して斜め方向に伝播 する磁気音波の衝撃波では、波面付近に形成される平行電 場によって捕捉された電子が、超相対論的エネルギーに加 速される場合がある.また、イオンと電子に加えて、少量 の陽電子を含むプラズマでは、平行電場によって陽電子が 強く加速される.いずれも、衝撃波面に強い平行電場が形 成されることが電磁粒子シミュレーションによって示され ており、平行電場に関する理論解析も行われているが、宇 宙のプラズマを考える上で重要な要素である、多種イオン の効果については十分な議論がなされていない.

そこで本研究では、3成分プラズマ中の非線形磁気音波 の平行電場について、理論解析を行った[27].まず、宇宙 プラズマを構成するイオンは主に水素とヘリウムであるこ とを考慮して、2種のイオンと電子からなるプラズマ中の 非線形磁気音波を考察した。2種イオンプラズマ中の磁気音 波は、周波数が $\omega < \Omega_i$ の低周波モードと $\Omega_i < \omega < \sqrt{\Omega_i \Omega_e}$ の 高周波モードの2つに分裂する.ここで、 Ω_i はイオンサイ クロトロン周波数、 Ω_e は電子サイクロトロン周波数であ る.高周波と低周波の2つのモードの非線形パルスは、幅 が大きく異なる等の性質を持つ[28-30].これらの非線形 パルスの平行電場 E_{\parallel} とその磁力線に沿った積分値 $F = -\int E_{\parallel} ds を解析し、Fの最大値が、次のように表される$ ことを明らかにした.

低周波モード
$$eF_{\rm M} \sim \varepsilon^2 m_{
m e} v_{\rm A}^2$$
高周波モード $eF_{\rm M} \sim \varepsilon^2 m_{
m i} v_{\rm A}^2$

ここで, ε は波の振幅, m_i, m_e はそれぞれイオンと電子の 質量である.上の式は,低周波モードの平行電場に比べて, 高周波モードの平行電場は(m_i/m_e)倍の大きさであること を示している.これまでの研究で,高周波モードは,横電 場によって重イオンを加速することがわかっていたが [31],本結果は平行電場の効果も重要であることを示唆し ている.

次に、電子とイオンと陽電子からなる3成分プラズマ中の非線形磁気音波を解析した.陽電子を含むプラズマはパルサー磁気圏などに存在すると考えられている.これまで、 $\omega < \Omega_i$ の振動数領域についての E_\parallel の理論式は得られていたが、より高周波の $\Omega_i < \omega < \sqrt{\Omega_i \Omega_e}$ の領域の E_\parallel は調べられていなかった.そこで、高周波領域について解析を行い、 Fの最大値を以下のように求めた.

$$eF_{\rm M} \sim \varepsilon^2 \frac{n_{\rm i0}/n_{\rm e0}}{(1+n_{\rm p0}/n_{\rm e0})^2} m_{\rm i} v_{\rm A}^2 \tag{18}$$

ここで, n_{i0}, n_{e0}, n_{p0} は, それぞれイオン, 電子, 陽電子

の密度である.上式の $F_{\rm M}$ は, $\omega < \Omega_{\rm i}$ の領域の $F_{\rm M}$ に比べて, 大きな値となっている.

このように、3成分プラズマ中の非線形磁気音波の E_{\parallel} について理論解析を行い、低周波領域 $\omega < \Omega_{i}$ の E_{\parallel} に比べて、高周波領域 $\Omega_{i} < \omega < \sqrt{\Omega_{i}\Omega_{e}}$ の E_{\parallel} は、はるかに大きくなることを明らかにした.

3.1.8 レーザープラズマ

コーン付きターゲットを用いた高速点火レーザー核融合 では、加熱用レーザーで生成された高速電子により燃料コ アを加熱するが、高速電子の持つ大きな発散角と高すぎる エネルギーが、効率の良い加熱を妨げている。それらに対 して、外部印加磁場によるガイディングや加熱用レーザー のコントラスト比の改善により対処しているが[32]、CH フォームをイオン源として光圧により加速された高エネル ギーのイオンビームを燃料コアの補助加熱源として用いる 手法も考えられている。この手法について、2次元相対論 的粒子コード(fiscof2コード)と2次元コア加熱コード (fibmet2コード)を用いた統合シミュレーション[33,34] により詳細な解析を行っている。

一方,今後の高速点火レーザー核融合実験では,加熱の 全エネルギーを増やすことが考えられており,その方法と しては,(1)レーザー強度の増加,(2)照射スポット径の拡 大,(3)パルス長の伸長がある.(1)については高速電子の 高温化による加熱効率の低下が懸念され,(2)については 高速電子を燃料コアまでガイディングするだけではなく, 更に集束させるための新たな手法が必要である.このた め,まずは(3)が現実的な方法と考えられる.

そこで、fiscof2コードで観測された高速電子および高エ ネルギーイオンを fibmet2コードに取り込んで、統合シ ミュレーションにより、燃料コアの加熱特性におけるパル ス長伸長の効果を評価した.

なお、レーザー媒質のダメージ閾値の特性により、パル ス長に比例してエネルギーを増やすことはできず、パルス 長の平方根かそれ以下である[35].このため、パルス長を 10倍伸張しても、せいぜい3倍程度のエネルギー増強しか 得られない.

統合シミュレーション

10 ps 程度の長時間加熱用レーザーを用いた粒子シミュ レーションは、境界条件や生成された高速電子の扱いにつ いて未解決な課題も多く、計算機資源的にも現実的ではな い.そこで、高速点火レーザー核融合実験で用いる加熱用 レーザーの典型的なパラメータを考慮して、まずは、fiscof2 コードのシミュレーションで得られた典型的な粒子ビーム のデータを半径方向に2倍引き延ばし、時間軸方向にも 1,2,4,6倍と引き延ばして、粒子ビームの全エネル ギーを増やすことで模擬した.図13(a)に高速電子の、図13 (b)に高エネルギーイオンのビーム強度の時間発展をそれ ぞれ示す.なお、変換後の粒子データは、加熱用レーザー として、半値全幅 60 µm は同一で、それぞれパルス長が 0.5,1,2,3 ps および全レーザーエネルギーが 160,320,640, 960 J に対応すると考えられる.

統合シミュレーションでは、最近の高速点火レーザー核 融合実験で用いられているターゲットを考慮してコーン付 きチップなしの中実 CD ターゲットを想定し、背景密度は 固体の1g/cm³、爆縮により圧縮された燃料コアは、半径 25 µm、最大圧縮密度10g/cm³とした.fibmet2コードで用 いた金コーンと爆縮コアのプロファイルおよび粒子ビーム の入射地点を図14に示す.

fibmet2コードでシミュレーションした結果から得られ た密度で平均した電子(実線)およびイオン(破線)コア 温度の時間発展を図15に示す.粒子ビームの全エネルギー は,それぞれ2,4,6倍と増加しているが,図15における 電子温度の上昇率は,その割合より高くなっていることが わかり,長パルス実験にとっては肯定的である.逆 に,4,6倍のシミュレーションでは,燃料コアの密度が比 較的低く緩和速度が遅いため,イオンの温度上昇は電子の 温度上昇に追いついておらず,イオン温度が最大電子温度 に達する前に加熱が終わってしまい,パルスを長くしても イオン温度に強く依存する中性子発生数は増えないことが 懸念される.

図16に10psにおける電子温度分布を示す.6倍ケース について,密度で平均したコア電子温度は,10psで 2.3 keVであるが,電子温度分布を見ると最大で6 keV程度



図13 粒子ビーム強度の時間発展.青色は元データを半径方向に2倍引き延ばしたデータ.赤、緑、灰色は、それぞれ更にそのデータを時間軸方向に2,4,6倍引き延ばしたデータ.イオンの実線はC⁶⁺、破線はH⁺.



図14 2次元コア加熱 fibmet2 コードで用いた金コーンと爆縮コアのプロファイルおよび粒子ビームの入射地点.



図15 密度で平均したコア温度の時間発展点.



図16 t = 10 ps における 4 つのケースの電子温度分布.単位は keV.

に達していることがわかる.しかし,温度が高い領域は, 図16より,圧縮された燃料コアの領域ではなく,粒子ビー ムが入射される領域近傍であり,燃料の主要部が加熱され ているわけではない.これは,温度という単一の指標で, 加熱特性や加熱効率を評価できないことを意味しており, 注意を要する.

エネルギー変換効率

粒子ビームの全エネルギーとデポジットされたエネル ギーを時間軸方向に引き延ばさない場合と比較して表1に 示す.

粒子の全ビームエネルギーは、時間軸方向の引き延ばし 率2,4,6倍にそれぞれ比例していることがわかり、時間 軸方向の伸長変換が正しいことを確認できる.しかし、粒 子ビームがデポジットするエネルギーの割合は、粒子ビー ムエネルギーが増加する割合より低くなっており、パルス 長の伸長効果について否定的な結果である.これは、コア 温度の上昇に伴って粒子間の衝突周波数が低下し, エネル ギーのデポジットが小さくなるためだと考えられる.ま た、電子よりイオンの方が、デポジットエネルギーの割合 が低下している.一方,密度が5g/cm³以上のコア部でデ ポジットされるエネルギーだけで評価すると、その割合が 良くなっており、密度で平均したコア温度の傾向の理由で もある.これは、高密度になるほど同じエネルギーがデポ ジットされても温度上昇は小さいので、衝突周波数の低下 も小さいためだと考えられる.また、この割合は、電子の 方が高いため、相対的にイオン補助加熱の効果は小さくな ることがわかった.

3.1.9 PASMO の最適化

PIC法によるプラズマ粒子シミュレーションコードで は、ラグランジアンで表現される粒子系とオイラリアンで 表現される電磁場とを連成させるため、粒子に働く電磁場 の計算及び粒子の位置と速度からの電流密度の計算でメモ リへのアクセスがランダムになったり、粒子分布の不均一 性に伴い計算負荷の不均一が発生したりなど、計算効率を 悪化させる要因が多々ある.そこで本研究では、粒子位 置・速度の更新/電流密度計算のルーチンについての最適 化や、ロードバランスをよくするためのアルゴリズムの導 入を進めた.

電磁粒子コードPASMOにおける粒子位置・速度の更新 /電流密度計算のルーチンについての最適化では、粒子配 列の構造をA(M,N,L)からA(M,N*L)へとスレッド並列 用に設けていた次元Lを廃止し、バケットソーティングと ともに粒子配列内でのソーティングを行うようにプログラ ムの改良を進めた.ここで、Mは粒子の物理量(座標や速 度,電荷,質量など)を示す次元,Nはスレッド並列の次 元を設けた場合の粒子番号を示す次元を表す(スレッド並 列の次元を廃した場合はN*Lが粒子番号を表す).これに より,粒子配列の第2次元に対して連続にメモリアクセス すること及び場のデータとのランダムアクセスが抑止され ることが期待される.図17はGatherプロセスにおける詳細 プロファイルを採取した結果である.オリジナルではス レッド間のバランスが良いが,演算を行っている時間は半 分以下という状況であった(図17上図).それに対して,次 元の削減, schedule (dynamic)の導入,粒子配列内での ソーティングの導入,スレッド並列間のインバランス解消 のためのループ構造変更を行うことにより,実行時間がオ リジナルに比べ 53.9% まで改善することができた(図17下 図).この際,L2キャッシュミスが改善されたことも確認 できた.

開発を進めている電磁粒子コード PASMO では, 均等に シミュレーションボックスを領域分割して分散並列をして いる.しかし, 粒子分布が不均一になる場合, 均等に分割 した領域内に含まれる粒子数が領域によって異なるため, 粒子に関する計算(運動方程式を解くルーチンと電流密度 を計算するルーチン)で最も計算コストがかかる粒子シ ミュレーションでは,分散並列におけるロードバランスが 悪くなる.そこで京都大学の中島浩教授がプラズマ粒子シ ミュレーション用に開発した OhHelp ライブラリ[36]の 導入を行った.OhHelp ライブラリは計算を担当する粒子 数が多いプロセスの計算負荷を粒子数が少ないプロセスに 肩代わりさせる動的負荷分散アルゴリズムを適用してい る.OhHelp ライブラリの導入には,

- OhHelp 用 2 重化配列の洗い出し
- PASMOとOhHelpの粒子のデータ構造の修正
- OhHelpの初期化・2重化配列のアロケート
- 粒子の初期条件の読み込みから構造体へのコピー
- 粒子のトランスバウンドを行うルーチン開発
- 粒子計算で使用する格子データの allreduce, bcast の追加・修正
- •入出力ファイルの変更

を行った.また、OhHelp導入で自動並列化がされなくなった DO 文の OpenMP によるスレッド並列化, 粒子がどの領域に存在するかを記録する OhHelp で必要な表の書き出しの最適化を進めた.

磁気再結合を想定した粒子分布での動作検証を行った. グリッド数は128×512×32(Case1)と128×512×64(Case2) の2通りで, MPIプロセス数はそれぞれ8×8×4, 8×8×8であり,スレッド数はともに16とした. 周期境

表1 エネルギー変換効率.

Exp.	Beam Energy			Total Deposit Energy			Deposit Energy in Core		
Factor	ele.	C ⁶⁺	H^+	ele.	C ⁶⁺	H +	ele.	C ⁶⁺	Η+
2x	2.00	2.00	2.00	1.95	1.86	1.59	2.59	2.50	1.56
4x	4.01	4.01	4.01	3.77	2.96	2.23	6.23	5.21	2.40
6x	6.01	6.02	6.02	5.49	4.75	3.27	9.40	7.34	2.84



図17 Gather ルーチンにおける詳細プロファイル. 横軸はスレッド並列の番号であり、縦軸は計算時間(秒)である. 棒グラフの色はそれ ぞれ、その計算に実行された命令の種類を表す.

界条件下で2枚の電流層をx方向に並べ,粒子数はそれぞれ1.26億,2.52億として,粒子数密度の粗密差はともに31.8倍とした.計算ステップ数は10,000である.OhHelpライブラリを組み込む前のコードと比較した結果,下記の表2のような結果が得られた.Case2ではOhHelpを組み込んだ効果が得られなかったのに対し,Case1では得られた.

OhHelp の効果は動的負荷分散によるメリットと追加コ ストによるオーバーヘッドの兼ね合いで決まる.磁気再結 合のシミュレーションでは、 電流層が維持されて構造が変 化しない場合や,磁気再結合の結果,構造のトポロジーそ のものが変化した後にその構造が準安定的に維持される場 合, また, 粒子が集合する磁気島が発生して移動する場合 など、構造が物理条件や時間経過とともに変化する. 今回 の動作検証ではそのような大きな構造変化が起こっていな いので、OhHelp の効果が得られづらい場合であったと考 えられる. 今後は, In-Situ 可視化と組み合わせてシミュ レーション結果を確認しながら、オリジナルと OhHelp を 組み込んだコードとを使い分けて運用したいと考える. ま た, 粒子が集中する領域が発生してその領域を担当する ノードのメモリ容量を超えるような場合、通常はその時点 で計算不能となるが、OhHelpの負荷分散機能を使えばメ モリ容量を超える粒子情報を他のノードに自動的に割り付

表 2 PASMO コードの OhHelp ライブラリ導入前と後の計算速 度の比較.

	オリジナル	OhHelp
Case1	359.78 秒	341.36 秒
Case2	366.38 秒	400.74 秒

けてくれる.これは、オリジナルコードでは実行できな かった条件でのシミュレーションが可能になることを示し ており、核融合プラズマの粒子シミュレーションの可能性 が大きく拡大されることが期待される.

参考文献

- [1] H. Miura et al., J. Comput. Phys. 316, 385 (2016).
- [2] H. Miura *et al.*, 26th IAEA Fusion Energy Conference (Kyoto, Japan, October 17-22, 2016).
- [3] H. Miura *et al.*, Nucl. Fusion **57**, 076034 (2017).
- [4] H. Miura et al., Phys. Plasmas 24, 092111 (2017).
- [5] H. Miura *et al.*, Sherwood Fusion Theory Conference 2019 (April 15-17, 2019, Princeton, U.S.A.).
- [6] A. Ito and J.J. Ramos, Phys. Plasmas 24, 072102 (2017).
- [7] A. Ito and J.J. Ramos, Phys. Plasmas 25, 012117 (2018).
- [8] T. Moritaka et al., Plasma 2, 179 (2019).
- [9] M. Cole et al., Phys. Plasmas 26, 32506 (2019).

- [10] M. Cole et al., Phys. Plasmas 26, 82501 (2019).
- [11] T. Moritaka *et al.*, the 27th IAEA Fusion Energy Conference, TH/P5-5, Gandhinagar, India, 22 October 2018.
- [12] M. Cole *et al.*, the 27th IAEA Fusion Energy Conference, TH/ P6-21,Gandhinagar, India, 22 October 2018.
- [13] 大野哲靖: プラズマ・核融合学会誌 82,205 (2006).
- [14] S.I. Krasheninnikov et al., J. Plasma Phys. 74, 679 (2008).
- [15] D.A. D'Ippolito *et al.*, Phys. Plasmas 18, 060501 (2011).
- [16] S. Ishiguro and H. Hasegawa, J. Plasma Phys. 72, 1233 (2006); https://dx.doi.org/10.1017/S0022377806006003
- [17] H. Hasegawa and S. Ishiguro, Plasma Fusion Res. 12, 1401044
 (2017); https://dx.doi.org/10.1585/pfr.12.1401044
- [18] H. Hasegawa and S. Ishiguro, Plasma 1, 61 (2018); http://dx. doi.org/10.3390/plasma1010006
- [19] H. Hasegawa and S. Ishiguro, Phys. Plasmas **26**, 062104 (2019); http://dx.doi.org/10.1063/1.5093561
- [20] H. Hasegawa and S. Ishiguro, Nucl. Fusion 57, 116008 (2017); http://dx.doi.org/10.1088/1741-4326/aa7700
- [21] "Supercomputer in Japan used for plasma edge simulation",

ITER Newsline, 9 January 2017; https://www.iter.org/ of-interest/680

- [22] H. Hasegawa and S. Ishiguro, Nucl. Mater. Energy 19, 473 (2019); http://dx.doi.org/10.1016/j.nme.2019.04.005
- [23] S. Usami et al., Phys. Plasmas 24, 092101 (2017).
- [24] S. Usami et al., Plasma Fusion Res. 13, 3401025 (2018).
- [25] S. Usami et al., Plasma Fusion Res. 14, 3401137 (2019).
- [26] S. Usami et al., Phys. Plasmas 26, 102103 (2019).
- [27] M. Toida, Phys. Plasmas 23, 072115 (2016).
- [28] M. Toida and Y. Ohsawa, J. Phys. Soc. Jpn. 63, 573 (1994).
- [29] M. Toida and Y. Kondo, Phys. Plasmas 18, 062303 (2011).
- [30] M. Toida and Y. Aota, Phys. Plasmas **20**, 082301 (2013).
- [31] M. Toida et al., Phys. Plasmas 15, 092305 (2008).
- [32] S. Sakata et al., Nature Communications 9, 3937 (2018).
- [33] H. Sakagami et al., J. Phys.: Conf. Ser. 688, 12096 (2016).
- [34] H. Sakagami et al., J. Phys.: Conf. Ser. 717, 12046 (2016).
- [35] B.C. Stuart et al., Phys. Rev. Lett. 74, 2248 (1995).
- [36] H. Nakashima *et al.*, Proc. Intl. Conf. Supercomputing, pp.90-99 (2009).