



## 解説

# 磁気圏 - 電離圏結合におけるオーロラの構造形成とダイナミクス

## Structural Formation and Dynamics of Auroras in the Magnetosphere-Ionosphere Coupling

渡邊智彦

WATANABE Tomo-Hiko

名古屋大学大学院理学研究科

(原稿受付：2017年6月30日)

磁気圏プラズマと電離圏プラズマの結合系では、それぞれの系のみでは現れない新たな現象が生起し、これが極域でのオーロラの発生と密接に関連していると考えられる。ここでは、オーロラの自発的成長と構造形成に関する有力な理論モデルとして、磁気圏-電離圏(M-I)結合系におけるフィードバック不安定性について解説する。基礎となるモデル方程式から、簡略化磁気流体方程式を用いた定式化と非線形シミュレーション、さらにジャイロ運動論を用いた最新の理論について説明し、M-I結合系における今後の理論研究の課題についてまとめる。

### Keywords:

aurora, magnetosphere, ionosphere, magnetohydrodynamics, gyrokinetics

### 1. はじめに

極夜を彩るオーロラの幻想的な光と振る舞いは、数多の人々を魅了してやまない。しかし、その物理機構に関しては、いまだに未解明な点が多く残されており、宇宙科学における主要な研究対象の一つであり続けている。オーロラの特徴的な緑色の発光は酸素原子によるものであり、地球電離層に降下する電子との衝突に起因する。他の輝線による発光も含めその機構は良く理解されていると思って良い。一方、「宇宙からの電子降下によりオーロラが発生する」というだけでは、問題の一面を記述しているにすぎない。というのも、複雑かつ多様な振る舞いを示すオーロラの構造と運動が、どのような物理機構によって生み出されているかについては、未だ十分な理解が得られていないためである。このオーロラの力学過程をプラズマ物理の言葉で表すことが磁気圏物理学に関わる理論研究者の目標である。本稿では、オーロラの発達を説明する有力な(現状ではおそらく唯一の)理論モデルであるフィードバック不安定性[1,2]とそのシミュレーション研究について解説する。その具体的な説明に入る前に、まず本節では、背景となる地球磁気圏や電離圏ならびにオーロラについての基本的な事項を簡潔にまとめておこう。

次節以降の構成は以下の通りである。第2節でこれまでのフィードバック不安定性研究について概説し、第3節では簡略化磁気流体モデルを用いた解析について述べる。第4節で観測との対応について簡単に議論した後、第5節ではジャイロ運動論を用いた磁気圏モデルの拡張についてまとめる。最後に今後の課題と本稿のまとめを行う。

### 1.1 磁気圏と電離圏

地球の上空およそ高度70 kmを越える辺りから大気は太陽の紫外線などにより電離を始め、高度800 km程度まで弱電離プラズマ領域が広がっている。これを電離圏と呼ぶ。電離圏はその組成や電子密度からいくつかの層に分けられる。電子密度の最大はF層と呼ばれる高度300-400 km辺りの領域にあるが、オーロラ発光の主な舞台となるのは高度100-120 kmに存在するE層と呼ばれる領域である。電離層の電子密度は昼夜で大きく変動するが、およそ $10^{11}-10^{12} \text{ m}^{-3}$ 程度である。しかし電離度は低く弱電離プラズマの状態にあり、中性大気との衝突が重要でありながらも電磁場の影響も同時に受ける。

オーロラ現象において重要となるE層では、電子の運動において衝突の効果はほぼ無視できるが、イオンの運動には中性大気との衝突が支配的となる。これは、電子サイクロトロン周波数 $\Omega_e$ が電子-中性粒子衝突周波数 $\nu_{en}$ に比べて十分高く( $\Omega_e \gg \nu_{en}$ )、一方、イオンサイクロトロン周波数 $\Omega_i$ がイオン-中性粒子衝突周波数 $\nu_{in}$ に比べて低い( $\Omega_i \ll \nu_{in}$ )ことによる。すなわち、E層において電子は強く磁化されているが、イオンの運動には磁場の影響は小さい、とみなされる。このようなパラメータ領域では、プラズマ中の電気伝導度は磁力線垂直方向に非等方な性質を示す。中性粒子との衝突を介してイオンは磁場に垂直な電場方向に運動し、電流を担う。これをPedersen電流と呼ぶ。一方、電子は磁化しているため電場ドリフトを行い(衝突のためイオンは電場ドリフトする電子に追従できない)、ドリフトと逆向きのHall電流を生じる。

電離圏とは対照的に、高度1,000 km以遠から地球半径の数10倍(尾部では数100倍)に広がる地球磁気圏は、衝突がほぼ近似的に無視できる完全電離プラズマで満たされている。プラズマ密度は地球近傍において大きく変化するとともに、双極子磁場強度も距離 $r$ の3乗に逆比例して減少する。オーロラがよく現れる地球の緯度 $67^{\circ}$ – $70^{\circ}$ 前後の領域はオーロラ帯と呼ばれる(より正確には磁極に対して定義した磁気緯度を用いる)。地球夜側領域のオーロラ帯から伸びる磁力線は高温プラズマで満たされたプラズマシート領域につながっており、そこがオーロラを発光させる降下電子のソース領域と考えられている。

磁気圏や電離圏プラズマのより詳しい解説については、本学会誌にこれまでに掲載された解説記事[3-5]や教科書[6]を参照していただきたい。

## 1.2 磁気圏-電離圏結合

上述のように、磁気圏と電離圏のプラズマは大きく異なる性質を持っているが、極域における両者の結合が、オーロラや電離圏の力学過程、ひいては磁気圏のダイナミクスにも影響を及ぼすと考えられている。

磁気圏-電離圏(M-I)結合と一口にいてもその研究においては、粒子(物質)の移動に着目する場合と、電磁場を介した相互作用に焦点をあてる場合とが考えられる。もちろん両者の分離は必ずしも自明ではない。磁気圏から電離圏へ降下するオーロラ電子は、電離層密度の増減をもたらすと同時に、磁力線に沿った電流(これを沿磁力線電流と呼ぶ)を通じて電磁場変動を生ずる。オーロラ現象においてはこの2種類の相互作用が不可分であるため、その記述には粒子運動にもとづく描像と電磁流体を用いた描像の両者を念頭におく必要がある\*1。

オーロラ電子が磁力線に沿って磁気圏から電離層に降下すると、局所的に電子密度を増大させる。一方、電離層からの電子流出は密度の減少をもたらす。ここで、Debye長やプラズマ振動よりもずっとゆるやかな時間スケールの現象を考えると、電離層においても準中性条件が成り立つので、沿磁力線電流の向きによってプラズマ密度の増減が生じることになる。この時、電流の連続性を保つために、電離層中では磁力線垂直方向に電流が流れる。こうして磁気圏中を流れる電流と電離層電流が結合した3次元電流系が形成される。

上記の磁気圏-電離圏結合を形成する3次元電流系を、定常(すなわち直流)成分とゆるやかに変化する非定常(すなわち交流)成分に分けて考えてみよう。これまでの多くの衛星観測から、磁気圏と極域電離圏をつなぐ大規模な電流系がほぼ定常的に存在することが知られている。その電離層端は、オーロラがよく発生する磁気緯度 $67^{\circ}$ から $70^{\circ}$ 前後のオーロラ帯に対応している。その高緯度側と低緯度側では逆向きの沿磁力線電流が観測され、それぞれregion Iおよびregion II電流系と名付けられている。こうした大規模な電流系は、磁気圏側においてはプラズマの大規模な対流運動や圧力分布と関連しており、朝夕で逆向きの電流成分を持つ。一方、非定常な沿磁力線電流成分は、プラズマ

の磁気流体的運動すなわちAlfvén波を伴い、より小規模なスケールの電流系と対応し、個々のオーロラ構造と関連付けられるだろう。非定常成分が磁力線垂直方向に短いスケール長を持つのは磁化プラズマに共通の性質であり、核融合プラズマの磁気流体理論におけるflute近似やジャイロ運動論的オーダーリングとも整合する。このように大規模かつ定常な電流系と小規模かつ非定常な電流系の重ね合わせによって磁気圏-電離圏結合系が形成されている。

## 1.3 オーロラ構造と粒子加速

地磁気活動の静穏時に見られるオーロラは、東西方向には1,000 kmのオーダーに長く伸びた構造を持ち、南北方向には数km程度の微細構造とより大規模な(およそ100 km程度)降下粒子の空間構造が共存した多スケール性を示す。これを地上で観測すると弧を描くように見え、静穏時オーロラアークと呼ばれる。この静穏時オーロラは、ある時、真夜中付近で急激に明るくなり(ブレイクアップ)、そこから爆発的な広がりを示した後、およそ1,2時間程度で静穏時の状態に戻る。このようなオーロラの振る舞いはサブストームと呼ばれ、地球磁気圏内のエネルギー解放過程と関連している。サブストームの機構については、現在でも人工衛星および多点地上観測、計算機シミュレーションを用いた研究が盛んに行われている。本稿ではその詳細については立ち入らないが、興味のある読者は、先述の教科書や過去の学会誌の記事[3]などを参考にいただきたい。一方、ここで強調したい点は、静穏時のオーロラは地球磁気圏の活動が穏やかな場合でも(むしろ静かな時に)観測されていることである。つまり、磁気リコネクションのような爆発的なエネルギー解放現象が起きなくても静穏時オーロラが発生するという事は、見方を変えると、これは磁気圏-電離圏結合系に本来的に備わっている性質であると考えられるだろう。では、その物理機構はどのようなものだろうか？

一方、上記のサブストーム時に発達するオーロラにもなると、磁力線に沿った電流が増大するとともに、数keV程度のエネルギーをもつ電子が磁気圏から電離圏に降下して明るいオーロラの発光をもたらす。人工衛星によるオーロラ降下電子の直接観測によると、この降下電子は地球から高度およそ3,000 kmから10,000 kmにおいて磁力線に沿って加速されていることがわかっている。宇宙における粒子加速現象については、宇宙線の起源と関連して数多くの研究が積み重ねられているが、オーロラ粒子加速の特徴は磁場に平行方向に選択的に加速されていることである。その機構としては、電気二重層(double layer)や運動論的Alfvén波による加速などが考えられてきたが、未だ結論には至っていない。では、サブストームにもなう磁気圏プラズマ状態の変化と粒子加速の発生がどのように関連しているか、また、粒子加速とオーロラ構造がどのように対応しているか、などについて一貫した理論が構築できないものだろうか？

本小節の二つの段落はいずれも疑問文で終えられている。これらの疑問に答えることが、まさに本稿で扱って

\*1 この事情は核融合プラズマとも共通しており、オーロラ現象においても後述するジャイロ運動論の有効性を暗示している。

る研究のめざすところである。

## 2. 磁気圏 - 電離圏結合系におけるフィードバック不安定性

本節では、静穏時オーロラークの理論モデルとして Sato[1]により提唱されたフィードバック不安定性の定式化についてまとめ、次にその後の理論モデルの拡張や数値シミュレーション解析について述べる。

### 2.1 フィードバック不安定性の理論モデル

Sato によるフィードバック不安定性の導出は磁気圏 - 電離圏結合についての卓抜な物理的洞察にもとづくものであった。まず、電離層 E 層におけるイオンと電子の運動を考える。前節で述べたようにその運動は両者で大きく異なる。電子の運動はほぼ  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトと磁力線平行方向の速度で与えられる。そこで E 層において高さ方向に厚さ  $h$  にわたって平均化された電子密度  $n_e$  の連続の式は

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \cdot \nabla_{\perp} n_e = \frac{j_{\parallel}}{eh} + S, \quad (1)$$

となる。つまり、電離層を 2 次元平面として近似し、諸量を鉛直方向に平均化する。ここで、磁場変動は地球の背景磁場 ( $\mathbf{B}_0$ ) に比べて十分弱いため、 $(\mathbf{E} \times \mathbf{B}/B^2) \cdot \nabla \approx (\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}_0/B_0^2) \cdot \nabla_{\perp}$  とした。さらに、沿磁力線電流  $j_{\parallel}$  は電子の磁力線方向の運動によって担われているとし、鉛直上向きに流れ出す  $j_{\parallel}$  を正の向きに定めた。また、 $S$  は紫外線による電離やイオンとの再結合損失などのソース項を表す。一方、E 層ではイオンの平均速度は中性大気との衝突による抵抗力と電場との釣り合いによってほぼ決まるため、Pedersen 移動度  $\mu_p$  を用いて  $\mu_p \mathbf{E}_{\perp}$  と表される。よって、高さ方向に平均化したイオンの連続の式は、次のように書ける。

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla_{\perp} \cdot (n_i \mu_p \mathbf{E}_{\perp}) = S. \quad (2)$$

さて、準中性条件  $n_e = n_i \equiv n$  が成立する程度の緩やかな時間変化を考えると、両式の差から電流の連続の式  $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$  を高さ平均した表式が与えられる。

$$\nabla_{\perp} \cdot (\mu_p n \mathbf{E}_{\perp}) - \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \cdot \nabla_{\perp} n + \frac{j_{\parallel}}{eh} = 0. \quad (3)$$

一方、式(1)から電離層密度の時間発展方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mu_H \frac{\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}_0}{B_0} \cdot \nabla_{\perp} n = \frac{j_{\parallel}}{eh} + S, \quad (4)$$

を得る (もちろん式(2)で  $n_i = n$  としても良い)。ここで  $\mu_H = 1/B_0$  は電子の Hall 移動度を表す。背景磁場に垂直な電場  $\mathbf{E}_{\perp}$  は、静電ポテンシャルで与えられ、

$$\mathbf{E}_{\perp} = -\nabla_{\perp} \phi. \quad (5)$$

上の方程式系で式(3)、(4)に式(5)を代入すると、両式は、電離層上での密度  $n$ 、ポテンシャル  $\phi$ 、沿磁力線電流分布  $j_{\parallel}$  の 3 つの未知量をもつことがわかる。したがって、電離層のみで方程式は完結せず、磁気圏と電離圏の結合を考

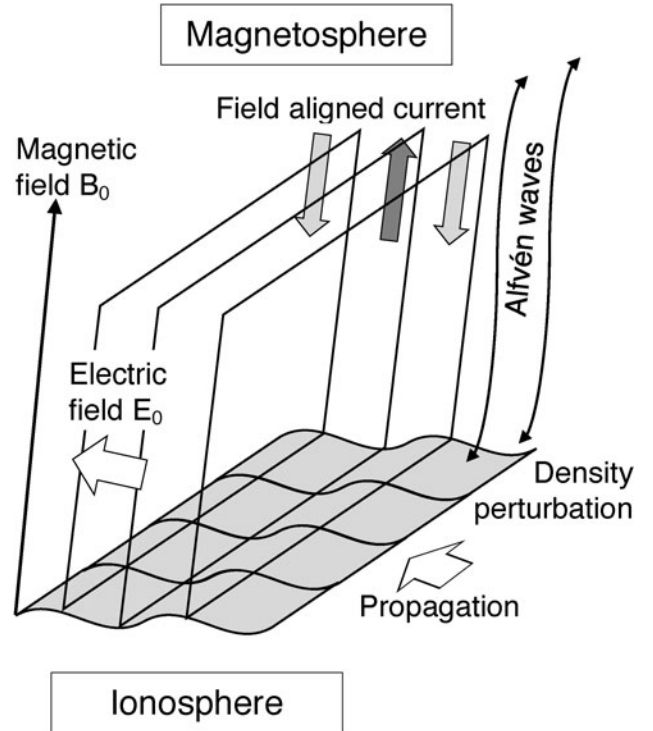


図1 Alfvén 波を介した磁気圏 - 電離圏結合の模式図。

える必要がある。

この磁気圏 - 電離圏 (M-I) 結合の問題を、Sato は伝送線回路との類似により定式化した。式(1)および(2)が移流型の方程式であることから予想されるように、電離層上に生じた密度やポテンシャルの擾乱は磁力線垂直方向に伝播する (図1 参照)。これを電離層上のある一点で観測すると、あたかも電離層上に電圧  $\phi$  をもつ交流電源があり、そこから磁気圏側の回路に密度  $j_{\parallel}$  の電流が流れているとみなすことができる。そこで、電離層ポテンシャル  $\phi$  に対する磁気圏プラズマの応答をインピーダンス  $Z$  を用いて表すことにする。一般の電気回路と同様に  $Z$  は周波数  $\omega$  の関数になる。その具体的表現は後述するとして、まず、このモデルを用いて上記の電離層方程式を閉じることを考えよう。

問題設定として、地球磁場は  $z$  座標に平行で一様な強度  $B_0$  を持つとし、 $(x, y)$  座標上の 2 次元平面で電離層方程式を考える。電離層プラズマの平均密度を  $n_0$ 、磁気圏対流により電離層上に投影された大規模な一様電場を  $\mathbf{E}_0 = E_{0x}\hat{x} + E_{0y}\hat{y}$  とする。揺らぎは  $y$  方向に一様とした平面波を仮定する ( $\propto \exp(ik_x x - i\omega t)$ )。ソース項としては再結合損失 (すなわち  $S = -an^2$ ,  $a > 0$ ) を仮定して、密度、沿磁力線電流、 $x$  方向の電場の揺動成分 (それぞれ、 $n_1$ ,  $j_{\parallel}$ ,  $E_1$ ) について方程式を線形化する。また、電流密度  $j_{\parallel}$  に対して磁気圏の応答モデルは、

$$E_1 = Z \int^x j_{\parallel} dx \quad (6)$$

とできる。これらから以下の分散関係式が導かれる。

$$\omega - k_x \mu_H E_{y0} = \frac{k_x (\mu_p E_{0x} - \mu_H E_{0y})}{1 + Z(\omega)/R} - 2ian_0. \quad (7)$$

左辺第2項は電子の  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトに対応した Doppler シフトを表し、右辺第1項の分母にある  $R = (eh n_0 \mu_p)^{-1}$  は高さ積分された電離層の電気抵抗を表す。ここで、 $Z = Z_r + i Z_i$  として右辺第1項を実数部と虚数部とに分けると、 $\omega$  の虚数部分が正になるためには、(分子の符号を正に定めたとすると)  $Z_i < 0$  が必要であることがわかる。つまり、電離層上に生じた交流電源  $\phi$  に対して、磁気圏側がどのように応答するか、すなわち  $Z$  の位相に関わる  $Z_i$  の符号がどう変わるか、によって不安定性の成長条件が決まる。これは直観的には次のように理解される。電離層上の密度擾乱は、式(7)の与える位相速度で電離層上を伝播する。この時、密度の増大した領域が伝播するより少し先に上向き沿磁力線電流、すなわち電子降下があれば、密度擾乱がさらに成長する。この沿磁力線電流の位相は磁気圏のインピーダンスに依存する。つまり、こうした不安定となる位相条件を満たす波が選択的に成長できる。

さて、上で議論した  $Z$  は、磁気圏プラズマ中を伝播して沿磁力線電流を運ぶ波、すなわちシア Alfvén 波の性質によって決まるはずである。そこで Sato は、磁力線に沿って伝播する Alfvén 波を信号とみなし、磁気圏プラズマをそれを伝える長さ  $l$  の伝送線とみだてて、電場と沿磁力線電流を以下のようにモデル化した。

$$E_1(z) = A \cosh[q(z-l)] / \cosh ql \quad (8)$$

$$\int^x j_1(z) dx = A \sinh[q(z-l)] / Z_0 \cosh ql \quad (9)$$

ここで  $A = E_1(z=0)$ 、 $q = ik_{\parallel} + \nu$  であり、 $k_{\parallel}$  は磁力線に沿った Alfvén 波の波数、 $\nu$  は減衰率を表す。 $l$  は電離層から磁気赤道までの磁力線に沿った長さを示す。ここで  $Z_0$  はこの伝送線プラズマの特性インピーダンスであり、 $Z_0 = \mu_0 V_A$  で与えられる(ここで、 $\mu_0$  は真空の透磁率、 $V_A$  は Alfvén 速度を表す)。上式の関数形からわかるように、電場分布は磁気赤道に関して両半球で対称であり、沿磁力線電流分布は反対称となるように  $z=l$  での境界条件を設定している。これは開放端をもつ伝送線に対応し、両半球の磁気共役点で対称にオーロラが観測されることをモデル化したものである。式(8)、(9)から、減衰率  $\nu = 0$  と仮定した場合の電離層上 ( $z=0$ ) で見た磁気圏のインピーダンスは、

$$Z = -Z_0 \coth(ik_{\parallel} l) = i Z_0 \cot(k_{\parallel} l) \quad (10)$$

で与えられる ( $z$  軸の符号の取り方により、 $k_{\parallel}$  の符号が文献[1]と異なることに注意されたい)。

ここで、 $k_{\parallel}$  を実数とした場合の解を考えてみよう(ただし、後述のように磁気流体(MHD)理論からは  $k_{\parallel}$  が複素数であることが示される)。この時、 $Z_r = 0$  かつ  $Z_i = Z_0 \cot(k_{\parallel} l)$  となるから、 $Z_i/R \equiv X$  とおいて式(7)に代入すると

$$\text{Im}(\omega) = -\frac{k_x (\mu_p E_{0x} - \mu_H E_{0y})}{1+X^2} X - 2a n_0. \quad (11)$$

となる。ここから、右辺第1項が第2項の安定化効果を上

回った時、 $\text{Im}(\omega) > 0$  となりフィードバック不安定性が成長することがわかる。不安定性の駆動源は第1項の分子にある電離層電流であり、成長率は電流の向きと磁気圏インピーダンスに依存する。その最大成長率は  $X = -1$  で与えられる(ここで右辺第1項の分子の符号が正となるように  $k_x$  の符号を定めたとする)。すなわち  $(Z_0/R) \cot(k_{\parallel} l) = -1$  から、

$$k_{\parallel} l = -\cot^{-1}(R/Z_0) \quad (12)$$

および

$$\omega_r = k_{\parallel} V_A = -(V_A/l) \cot^{-1}(R/Z_0) \quad (13)$$

が得られる。ここで、(12)式は

$$k_{\parallel} l = \theta_0 + m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

の形の根をもつ(ここで  $\pi/2 < \theta_0 < \pi$ )。このように解には  $m$  次の高調波が含まれるが、有限の散逸や磁力線方向に不均一性がある系では、主に低次の成分が卓越すると予想される。最近行われた不均一な Alfvén 速度分布下での固有モード解析は、この予想を支持している[7]。

## 2.2 その後の研究の発展

前小節では、Sato によるフィードバック不安定性の理論モデル構築と線形解についてまとめた。文献[1]では、さらにエネルギーの高い降下電子による電離効果を取り入れた場合のオーロラの発達を簡単な数値計算を用いて議論している。このフィードバック不安定性理論の意義深い点は、オーロラの成長を電離層の密度や電場、沿磁力線電流などの揺動の自発的な増幅として捉え、その空間構造と時間スケールを物理的に議論した点にある。この理論では、オーロラの空間スケール(複数のオーロラ構造の間隔)は最も不安定な波長で与えられ、成長の時間スケールは不安定性の成長率で決められる。また、個々のオーロラにともなう M-I 結合系に局所的な電流系が形成され、それとともに電場とその発散、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトによるシア流、電離層密度の構造が作られる。

こうした首尾一貫した理論のもとにオーロラアーク構造が導かれる点は、フィードバック不安定性理論の非常に画期的な点である。一方、上で見たように、磁気圏インピーダンスの導出は必ずしも厳密とは言えなかった。そこで、Miura & Sato[8]は、MHD 方程式から磁気圏の線形応答をモデル化し、大域的な2次元電離層モデルを用いてフィードバック不安定性の数値シミュレーションを行った。その後、K. Watanabe & Sato によって、磁気圏を3次元 MHD モデルで取り扱ったシミュレーションが実行され[9]、これを用いて磁気圏-電離層結合における大域的なオーロラ発達や異常抵抗効果に関するシミュレーション研究が進められた[10]。

上記の解析では、Alfvén 速度を一定と仮定するなど、簡略化された磁気圏モデルを用いていた。一方、磁力線に沿って Alfvén 速度が大きく変化する場合、Alfvén 波の一部が反射され電離層との間に捕捉される。この cavity モードと呼ばれる成分についても、フィードバック不安定性モデ

ルの適用が行われ、短周期の Alfvén 波動の増幅が起き得ることが示された[11-13]. さらに、磁気圏モデルを拡張した研究として、二流体効果の導入[14-16], 低緯度側オーロラ領域への適用[17, 18], 拡張 MHD 効果を含んだ双極子磁場配位[19, 20], Alfvén 速度の不均一性を含めた双極子磁場配位での固有モード解析[7, 21], などが進められた.

磁気圏-電離圏結合系におけるフィードバック不安定性は、オーロラのダイナミクスをプラズマ物理学にもとづいて記述するほぼ唯一の理論モデルであり、上述のように現在でも理論およびシミュレーション研究が継続的に進められている. 一方、これまでの解析の多くは、線形モデルや部分的な非線形効果の導入にとどまっている. または、文献[9, 10]のように東西方向に長く伸びた構造を仮定しているため、MHD 方程式の与える非線形効果が結果に強く現れない、という問題があった. このため、オーロラの渦構造やその時間変化を十分に扱うことができていない. この点を解決しオーロラの構造変化を解析可能な非線形シミュレーションを実現するために構築された M-I 結合系モデルについて次節で紹介する.

### 3. 簡略化磁気流体方程式による解析

磁気核融合プラズマの安定性解析では、簡略化磁気流体方程式[22, 23]が広く用いられている. そこでは、いわゆる flute 近似のもとで非線形 MHD 方程式を簡略化し、速い磁気音波の寄与を取り除くことでシア Alfvén 波(または交換型不安定性やキンク不安定性などの理想 MHD モード)の取り扱いを容易にしている. 磁気圏プラズマにこの簡略化方程式を適用することで、適切な近似のもとで非線形効果を取り入れた磁気圏-電離圏 (M-I) 結合モデルの構築が可能となった.

#### 3.1 磁気圏プラズマの記述

上述した Sato によるフィードバック不安定性理論では、伝送線理論とのアナロジーから、電離層上のポテンシャル揺動に対する磁気圏プラズマの応答を沿磁力線電流とインピーダンスの形で表現していた. これは、シア Alfvén 波の伝播とそれによって運ばれる沿磁力線電流をうまく記述するモデルとなっている. ここでは、簡略化磁気流体方程式から出発して、フィードバック不安定性が導かれることを見ていこう. すこしややこしいが、この節では  $B_0\phi$  を静電ポテンシャル揺動、 $\phi$  を流れ関数として定義する.

簡略化磁気流体方程式では、十分に強い背景磁場下でのプラズマの運動が準 2 次元的な性質を示すことを利用して、磁気流体方程式を簡単にしている. まず、磁力線平行方向と垂直方向の波数の比を微小パラメータとし ( $\epsilon \sim |k_{\parallel}/k_{\perp}|$ ), さらに平衡成分に対して揺動成分の大きさを  $O(\epsilon)$  と仮定して方程式を展開する. これはトカマクなどの磁場閉じ込め核融合プラズマはもとより、強い地球磁場の存在下でシア Alfvén 波の伝播を考える M-I 結合の問題においても良い近似となる. 簡略化磁気流体方程式の導出の詳細は教科書(文献[23])などに譲るが、その最も簡単な表式は、磁力線平行方向の渦度  $w$  とベクトルポテンシ

ル  $A_{\parallel} = -B_0\phi$  (または揺動磁場成分の磁気フラックス) を用いて以下のように与えられる.

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \cdot \nabla_{\perp} w + \{\phi, w\} = V_A^2 \nabla_{\parallel} \nabla_{\perp}^2 \psi + \nu \nabla_{\perp}^2 w. \quad (15)$$

ここで、 $\nabla_{\perp}$  は背景磁場  $\mathbf{B}_0$  に垂直方向の微分を、 $\nu$  は粘性を表す.  $\mathbf{B}_0$  に平行な単位ベクトルを  $\mathbf{b}_0$  とし、Poisson 括弧を  $\{f, g\} = \mathbf{b}_0 \cdot \nabla_{\perp} f \times \nabla_{\perp} g$  として定義すると、揺動成分を含む磁場に平行方向の微分は  $\nabla_{\parallel} = \mathbf{b}_0 \cdot \nabla + \{\phi, \}$  で与えられる. ここでは簡単のため、背景磁場の曲率と圧力勾配の積を用いて表される interchange 項は無視できるものとした. 一方、Faraday の誘導法則と MHD の Ohm 則の磁場に平行な成分から、

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \cdot \nabla_{\perp} \psi = \frac{1}{B_0} \nabla_{\parallel} B_0 \phi + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla_{\perp}^2 \psi \quad (16)$$

が得られる. ここで  $\eta$  は電気抵抗を表す. また、 $\mathbf{E}_0$  は磁気圏対流にともなう大規模な背景電場を表し、以下で  $\mathbf{E}_0$  は定常かつ一様とする. すなわち、式(15)および(16)の左辺第 2 項は一樣流による移流を表し、Alfvén 波の周波数に Doppler shift を与える. 流れ関数  $\phi$  と沿磁力線電流  $j_{\parallel}$  は、 $w$  および  $\psi$  を用いて、それぞれ

$$w = \nabla_{\perp}^2 \phi, \quad (17)$$

$$j_{\parallel} = \frac{B_0}{\mu_0} \nabla_{\perp}^2 \psi, \quad (18)$$

で与えられる. ここでは、背景磁場  $\mathbf{B}_0$  は平行電流を持たないものとした.

この M-I 結合系モデルを用いて、前節で議論したフィードバック不安定性の線形理論を再考してみよう. まず、背景磁場強度  $B_0$  と密度分布を一様とし、散逸項は小さいとして無視する ( $\nu = \eta = 0$ ). 式(15)と(16)を線形化して式(17)を用いると、次の波動方程式を得る.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t'} = V_A^2 \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t'} = \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (19)$$

ここで  $z$  は磁力線に平行方向の座標であり、また

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0}{B_0^2} \cdot \nabla_{\perp} \quad (20)$$

として、背景の対流電場  $\mathbf{E}_0$  による  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフトに乗った系で考えている. 磁力線垂直方向と時間方向に Fourier 変換すると、 $z = l$  で  $\phi_{k_{\perp}}(z=l) = 0$  の境界条件の下で固有関数は

$$\phi_{k_{\perp}}(z) = A [e^{ik_{\perp}(z-l)} - e^{-ik_{\perp}(z-l)}], \quad (21)$$

$$\psi_{k_{\perp}}(z) = -AV_A^2 \frac{k_{\perp}}{\omega'} [e^{ik_{\perp}(z-l)} + e^{-ik_{\perp}(z-l)}], \quad (22)$$

として与えられる. ここで、 $\omega'$  は  $\exp(-i\omega't')$  に対応した角周波数で、 $\omega' = \omega - \mathbf{k}_{\perp} \cdot (\mathbf{E}_{\perp} \times \mathbf{B}_0) / B_0^2$  となる. つまり、 $\mu_H = 1/B_0$  とした時の式(7)にある Doppler シフトした周波数に相当する. ここで、 $z=0$  におけるポテンシャルと沿

磁力線電流が磁気圏と電離層の間で連続であることを要請し、電離層方程式と結合させることで方程式系を閉じることができる。こうして式(7)と同等の分散関係式を導くことができる。電離層から見た磁気圏のインピーダンス $Z$ は、上記の簡約化 MHD 方程式が与える固有関数(21)および(22)式から、

$$Z = \frac{k_{\perp}^2 B_0 \phi_{k_{\perp}}}{j_{\parallel, k_{\perp}}} \Big|_{z=0} = -\mu_0 V_A \coth(ik_{\parallel} l) \quad (23)$$

となることがわかる。ここで、シア Alfvén 波の分散関係式  $\omega' = V_A k_{\parallel}$  を用いた。こうして伝送線方程式から半ば直感的に導かれていた磁気圏のインピーダンスを、MHD 方程式に対する適切な近似の下で導出できた。

以上の議論から、フィードバック不安定性は、磁気圏プラズマの時間発展を簡略化 MHD 方程式で記述し、その境界条件として高度平均した電離層プラズマの二流体方程式を解いて M-I 結合系を閉じることで定式化できることが分かった。また上述したシア Alfvén 波の分散関係式からわかるように、 $V_A$  は実数であり、時間的に成長もしくは減衰する解を考える場合には、(伝送線モデルでは  $k_{\parallel}$  を実数としていたが)  $\omega'$  とともに  $k_{\parallel}$  も複素数として扱う必要がある。これは波の振幅が磁力線に沿って変化することを意味しており、電離層上で揺動振幅の時間変化を考える一方、磁気圏中には波の増幅機構がないことからこの点は自然に納得されよう。

### 3.2 不安定固有値とエネルギー保存則

上記のように理論的に一貫した形式で M-I 結合系モデルを定式化し、フィードバック不安定性を導出できたので、ここから様々な拡張が可能となった。例えば、双極子磁場形状への拡張や、磁力線に沿って不均一な Alfvén 速度分布の導入などを容易に行うことができ、そのような場合においても固有モード解析が可能となった[7, 21]。なかでも、オーダリングをもとに非線形項を適切な形で導入できたことは、オーロラの発達過程を議論する上で本質的に重要である。これについては、次小節で述べるとして、その前にフィードバック不安定性についての議論でよく質問される点をまとめておこう。

よく知られているように、シア流を持たない理想 MHD 方程式を線形化した場合、その時間発展を特徴付ける固有周波数は実数または純虚数になる。これはその固有方程式が自己随伴型の微分演算子で与えられることによる。式(19)はまさにその代表例で、 $z$  方向に周期境界条件や固定境界条件(または Dirichlet-Neumann 型の境界条件)を考える場合、固有値  $\omega'^2$  は実数になることが示される。一方、ここで考えているような M-I 結合系では、電離層境界条件のために自己随伴性が破られ、複素固有値を持つことができる[2]。このことを以下で簡単に見てみよう。式(19)を  $t'$  について Fourier 変換し、 $\phi_{k_{\perp}}(z)$  についての 2 階の常微分方程式に書き直すと、

$$\mathcal{L}\phi_{k_{\perp}} = \lambda_{k_{\perp}} \phi_{k_{\perp}} \quad (24)$$

ここで自己随伴演算子  $\mathcal{L}$  は

$$\mathcal{L}\phi = \frac{d}{dz} \left[ p(z) \frac{d\phi}{dz} \right] + q(z)\phi \quad (25)$$

で与えられ、 $p(z) = V_A^2$ 、 $q(z) = 0$ 、および  $\lambda_{k_{\perp}} = -\omega'^2$  となる。この例は最もシンプルであるが、非一様な  $V_A$  分布をもつ場合や、平衡状態での圧力勾配を含めた ballooning 方程式も式(24)の形に表され、同様な議論が成り立つ。式(24)について、有限区間  $a \leq z \leq b$  で定義される二つの任意解を  $u(z)$  および  $v(z)$  とする。これらが境界条件

$$v^* p(z) \frac{du}{dz} \Big|_{z=a} = v^* p(z) \frac{dv}{dz} \Big|_{z=b} \quad (26)$$

(ここで  $v^*$  は  $v$  の複素共役を意味する) を満たすなら、Hermite 条件

$$\int_a^b v^* \mathcal{L}u dz = \int_a^b u \mathcal{L}v^* dz \quad (27)$$

が成り立ち、式(24)は実固有値  $\lambda_{k_{\perp}}$  を持つ。したがって、 $\omega'$  は実数または純虚数となる。一方、M-I 結合系では、境界条件  $\phi_{k_{\perp}}(z=l) = 0$  および式(23)は、式(26)において  $a=0$  および  $b=l$  とした時の条件を明らかに満足しないことがわかる。よって、 $\lambda_{k_{\perp}}$  は複素固有値でも良く、 $\omega'$  も複素数をとることができる。つまり、伝播中に振幅が変化する Alfvén 波解が存在し得る。

上述の Hermite 条件の破れは、磁気圏プラズマの境界条件を与える電離層から、エネルギーが流入していることを意味している。では、フィードバック不安定性のエネルギー源は何だろうか? この点を議論するために、まず式(15)および(16)から磁気圏でのエネルギー保存則を考える。記述の簡単さのために、背景磁場は一様で  $z$  軸に平行とし ( $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$ )、以下で  $\phi$  および  $\psi$  は揺動成分とともに平衡成分も含むものとする。式(15)と(16)の両辺に、それぞれ  $\phi/V_A^2$  と  $\nabla_{\perp}^2 \psi$  を乗じて体積積分をとる。磁力線垂直方向の表面積分は積分領域を十分大きくとって(または境界条件により)ゼロとできるとすると、以下のエネルギー保存則を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int \left( \frac{|\nabla_{\perp} \phi|^2}{2V_A^2} + \frac{|\nabla_{\perp} \psi|^2}{2} \right) d^3x \\ &= \left[ \int \nabla_{\perp} \phi \cdot \nabla_{\perp} \psi d^2x_{\perp} \right]_{z=0}^{z=l} - \int \left( \nu \frac{|\nabla_{\perp} \phi|^2}{2V_A^2} + \frac{\eta}{\mu_0} |\nabla_{\perp} \psi|^2 \right) d^3x. \end{aligned} \quad (28)$$

ここで、左辺は背景磁場のエネルギー  $B_0^2/\mu_0$  で規格化された運動エネルギーと磁場揺動のエネルギーの和であり、右辺第 2 項は粘性および抵抗による散逸を表す。右辺第 1 項は、電離層および磁気赤道からの Poynting フラックスの流入・流出を規格化したものに等しい。平衡量と揺らぎの積を含む  $x$ - $y$  平面上の積分はほぼゼロと考えられ、また  $z=l$  で  $\phi$  の揺動成分がゼロという境界条件から、磁気赤道側からの揺動成分の Poynting フラックスの流入・流出はゼロとなる。上式から、フィードバック不安定性にともなう磁気圏プラズマのエネルギー増加は、Alfvén 波が運ぶ電離層からの揺動成分の Poynting フラックスによることが



分かる。

一方、電離層中を流れる電流密度を  $\mathbf{j}_I$  と書くと、電流についての連続の式を高さ積分した表式  $h \nabla_{\perp} \cdot \mathbf{j}_I + j_{\parallel} = 0$  (すなわち式(3)と同値) の両辺に  $B_0 \phi$  を乗じて電離層上で積分すると、

$$h \int \mathbf{E}_{\perp} \cdot \mathbf{j}_I d^2x_{\perp} - \frac{B_0^2}{\mu_0} \int \nabla_{\perp} \phi \cdot \nabla_{\perp} \phi d^2x_{\perp} = 0 \quad (29)$$

となる。ここで、電離層電場は  $\mathbf{E}_{\perp} = -B_0 \nabla_{\perp} \phi$  である。上式(29)の左辺第1項は、単位時間当たりの電離層電流による Joule 加熱(散逸)を表しており、第2項は式(28)の右辺にあるように、磁気圏へと出入りする Poynting フラックスに等しい。この二つの和がゼロになることから、単位時間当たりに磁気圏との間でやり取りされるエネルギーは、第1項の Joule 散逸の変化分に相当することがわかる。すなわち、背景成分である大規模な対流電場が Joule 散逸するエネルギーの減少分が、フィードバック不安定性を介した揺らぎ成分の成長に使われることが結論される。また、文献[24]の議論からも同様の結果が得られている。

### 3.3 フィードバック不安定性の非線形発展

前小節でまとめた簡略化 MHD 方程式を用いて、我々は、M-I 結合系におけるフィードバック不安定性の非線形シミュレーションを行った[2]。線形理論が予測するように、フィードバック不安定性の成長とともに、オーロラアークに対応した局所的な沿磁力線電流回路が磁気圏と電離層の間に形成され、電離層に流入する電子により電離層プラズマ密度の局所的な増大がもたらされる。電離層の擾乱は、シア Alfvén 波を介して磁気圏中を伝播するが、そこには電場すなわちプラズマ流速の擾乱も伴われる。つまりオーロラ構造に沿って、シアを持った速度場が自然に形成され、その強度はオーロラの発達とともに強まっていく。その結果、(Poisson 括弧で表現されている) 移流項による非線形効果が働き、磁気圏中での渦構造の巻き上がりとともに、電離層上ではオーロラにともなう密度構造の変形が自発的に引き起こされる[2]。当初の解析は一様な背景磁場を仮定したものであったが、磁気座標系を用いた双極子磁場への拡張も行われている。

最近、線形固有関数の周りでの2次の摂動成分の数値解析により、この非線形効果の発現過程がより詳細に調べられた。その結果、線形固有モードの与える速度シアにともなって Kelvin-Helmholtz 型の渦列構造が発達すること、もとなる線形固有モードの振幅がある閾値を越えると2次の不安定性の成長が起きること、が明らかになった[25]。この2次の不安定性は、オーロラの渦構造やその動的発展を考察する上で重要となる。

不安定性の成長に伴ってさらに非線形性が強まると、もとのフィードバック不安定性の成長は飽和し、系は完全な非線形状態に入る。この状態においても数値的に安定な解析を行うため、スペクトル法を用いた非線形シミュレーション・コードを新たに開発し、M-I 結合系の問題に適用した[25]。ただし、電離層電場のスペクトル解法を簡単にするため(3)式中の非線形項は省略した。図2は、このシ

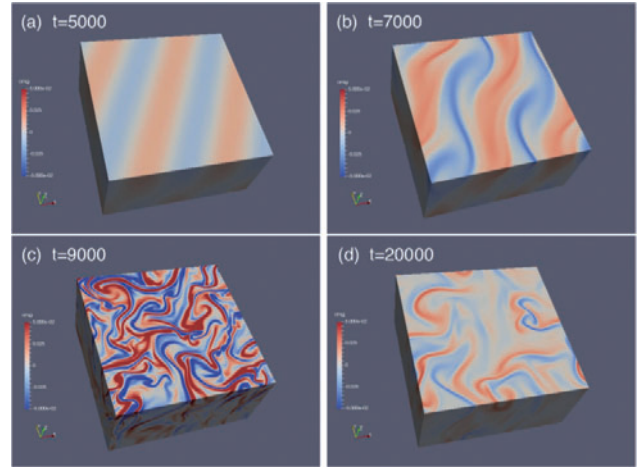


図2 (a)線形成長時、(b)2次の不安定性成長時、(c)不安定性成長の飽和時、(d)準定常状態、における磁気圏中での過度分布(文献[25]より引用)。

ミュレーションから得られた磁気圏中の過度分布を示している。直方体の箱の上面が磁気赤道に対応し、底面が電離層に相当する。この場合にも、これまでに見られたものと同様な Kelvin-Helmholtz 型の2次の不安定性が発達し(図2(b)参照)、フィードバック不安定性の飽和後、乱流状態に移移することが見出された(図2(c)参照)。線形成長時には平面波状の構造であったものが、渦の引き延しと巻き込み過程を経て、複雑な渦構造へと変化する様子をはっきりとわかる。このシミュレーションでは、系外部から磁気圏対流が駆動されることを想定し、平衡電場  $E_0$  を一定に保っているため、線形成長の飽和後もほぼ定常的な乱流状態が維持されている(図2(d)参照)。この時の磁気圏中の速度場と磁場成分のエネルギーを比較すると、両者がほぼ一致する等分配状態が成立していること、また揺動スペクトルは波数空間に連続的に広がり、いわゆる Alfvén 乱流状態にあることが示された。

## 4. 地上・衛星観測との対応

本節では、上記のフィードバック不安定性と地上および衛星観測から得られた知見を比べてみよう。観測では全てのパラメータや物理量の空間分布を同時に知ることは難しいため、個別のオーロラ現象と初期値問題の解を比較するのは単純ではない。ここでは代表的な値やオーロラの定性的な特徴について議論するとともに、衛星による粒子観測が示唆する磁気圏モデルの拡張の必要性について考察しよう。

### 4.1 オーロラ構造の比較

まず、フィードバック不安定性理論から導かれるオーロラの空間構造や特徴時間を見積もってみよう。 $k_{\parallel}$  を実数とした Sato の見積もりでは、電離層抵抗を  $R = 2\Omega$ 、平均の Alfvén 速度を  $V_A = 10^6 \text{ ms}^{-1}$ 、とすると  $R/Z_0 = 1/0.2\pi \approx 1.6$ 、したがって式(14)において  $\theta_0 \approx 0.8\pi$  となる。磁気赤道までの距離はおおよそ  $l \sim 10^5 \text{ km}$  とすると、式(13)より  $\omega_r \approx 0.8\pi V_A/l \sim 2.5 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  が得られる。さらに、 $\alpha = 3 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ 、 $n_0 = 5 \times 10^9 \text{ m}^{-3}$ 、

$\mu_p E_{0x} - \mu_H E_{0y} = 100 \text{ ms}^{-1}$ , を用いると, オーロラ構造の磁力線垂直方向の波長 (または多重オーロラの間隔) は  $\lambda = 2\pi/k \sim 12.5 \text{ km}$ , 位相速度  $V_{ph} = \omega_r/k \sim -50 \text{ ms}^{-1}$  という値が見積もられる\*2. ここで大規模対流電場はほぼ西向きとすれば,  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  ドリフト速度は赤道向きで  $\mu_H E_{y0} = +100 \text{ ms}^{-1}$  となる. したがって地上で観測すると, オーロラ構造はおおよそ  $+50 \text{ ms}^{-1}$  で低緯度側 (赤道方向) に伝播すると見積もられる. これらの概算は, 地磁気静穏時にオーロラがゆっくりと低緯度側に伝播すること, その南北方向のスケールは数 km から 10 km 程度のオーダーであること, 成長時間が数分であること, などと整合している.

フィードバック不安定性が与える解の興味深い点は, オーロラにともなって電離層密度や電場擾乱, 局所的な沿磁力線電流構造が自発的につくられることである. 上で見たように, その時空間スケールは最大成長率をもつ固有関数で特徴づけられると考えられ, 電離層電流の向きにより系の対称性が破られ, 特定の方向に伝播する構造が自発的に現れる. こうしてできた密度の増加および上向き沿磁力線電流 (磁気圏からの電子降下) 領域がオーロラとして発達する. 一方, フィードバック不安定性は, 密度の減少と下向き沿磁力線電流をもつ領域がオーロラと同時に現れることを予言していた. これはまさに, 1990年代以降の衛星観測で見つかったオーロラと正反対の構造, いわゆるブラック・オーロラ [26] に対応すると考えられる.

さらに最近の人工衛星観測により, オーロラ領域上空において, 磁力線方向に数 100 eV 以上のエネルギーに加速された電子降下とともに, 広帯域にわたる Alfvén 波が観測されており [27], Alfvén オーロラ [28, 29] として注目を集めている. その広帯域の電磁場揺動は Alfvén 乱流の性質を示しており, 3.3節の M-I 結合系シミュレーションで見られたオーロラ乱流との関連が興味深い. さらに今後, 人工衛星による詳細な編隊観測が実現できれば, オーロラの時空間構造を分離してその場観測で物理量の変動を測定できるため, 理論や数値シミュレーションとの比較を通じてオーロラ物理の理解が飛躍的に進展するものと期待される.

#### 4.2 拡張モデルの必要性

これまで本稿では, 磁気流体方程式を用いた M-I 結合系理論について考察してきた. オーロラにともなって, その発光や電離を引き起こす電子が磁気圏から電離圏へと降り込むことは先述のとおりである. 1.3節でも述べたように, オーロラ電子は磁力線平行方向に数 100 eV から数 keV のエネルギーまで加速されていること, さらに, その加速は地上からの高度おおよそ 3,000 km から 10,000 km 程度の領域で起きていることが人工衛星の直接観測で確かめられている. しかし, 加速域のプラズマは無衝突に近く, 磁力線平行方向の電場と粒子加速を MHD モデルに取り入れることは容易でない. よく知られているように, 磁気流体モデルを宇宙プラズマに適用する際の問題の一つは, 有限ジャイロ半径効果や粒子加速などの運動論的效果をどのように取り扱うか, という点にある. これは, 無衝突磁気リコネク

ションや無衝突衝撃波の問題において顕著であるが, オーロラ発達に関わる M-I 結合系の問題においても共通である. オーロラ粒子加速の起源として, これまで電気二重層 (double layer) の形成や運動論的 Alfvén 波 (kinetic Alfvén wave; KAW) による加速などが様々に議論されてきたが, いまだ結論が得られていない. さらに, これらの加速機構が個々のオーロラ発達とどのように関連しているかを説明する有効な理論は知られていない. そこで, KAW による粒子加速とオーロラの発達を統一的に扱う理論を構築するため, ジャイロ運動論的方程式を用いた M-I 結合系モデルを考察した. 次節でその概略を見てみよう.

### 5. 磁気圏-電離圏結合モデルの拡張

第3節では, 磁力線垂直方向の流れ関数と磁束関数を用いて, 簡略化 MHD 方程式により M-I 結合系モデルを定式化した. これによりフィードバック不安定性の物理描像がより鮮明になるとともに, 非線形項の導入によるオーロラ構造のダイナミックな変動への理論的アプローチも可能となった. 同時にその定式化では, flute 近似が行われているため, 現在は取り入れられていない物理モデルの拡張についての見直しをつけやすい. 本節では, ジャイロ運動論を用いたフィードバック不安定性の定式化について述べ, 最終節で他の可能な拡張について簡単に議論する.

#### 5.1 ジャイロ運動論による定式化

磁場閉じ込め核融合プラズマの乱流輸送研究においてジャイロ運動論は標準的な理論モデルであり [30], これを用いた様々な数値シミュレーション研究が行われている [31-33]. 磁場揺動成分を含む摂動ジャイロ運動論的方程式は,  $|k_{\parallel}/k_{\perp}| \sim |\omega/\Omega_i| \sim |e\phi/T| \sim |\delta B/B| \sim |\delta f/f| \sim O(\epsilon)$  などのジャイロ運動論的オーダーのもとに, Vlasov 方程式のジャイロ平均から導出される (ここで  $\delta f$  は分布関数  $f$  の摂動部分を意味する) [34]. この近似は簡略化 MHD 方程式で用いられた flute 近似と多くの共通性を持ち, いわばその運動論的拡張ともみなされる. 以下では, 低  $\beta$  プラズマを考え, 一様な背景磁場に平行な磁場揺動を無視して, 線型化された方程式.

$$\left(-i\omega + v_{\parallel} \frac{\partial}{\partial z}\right) \delta f_{s,k}^{(g)} = -v_{\parallel} F_{Ms} \frac{e_s}{T_s} J_{0s} \left(\frac{\partial \phi_k}{\partial z} - i\omega \phi_k\right) \quad (30)$$

を議論する.

ここで  $f_{s,k}^{(g)}(z, v_{\parallel}, \mu)$  は,  $s$  粒子種の摂動ジャイロ中心分布関数を表す. また  $J_{0s} = J_0(k_{\perp} v_{\perp}/\Omega_s)$  であり, 0次 Bessel 関数  $J_0$  を使って有限ジャイロ半径効果が考慮されている. 静電ポテンシャル揺動  $\phi_k$  は準中性条件

$$\sum_s e_s \left[ \int J_{0s} \delta f_{s,k}^{(g)} d^3v - n_0 \frac{e_s \phi_k}{T_s} (1 - \Gamma_{0s}) \right] = 0 \quad (31)$$

によって与えられる. また,  $\Gamma_{0s} = e^{-b_s} I_0(b_s)$ , および  $b_s = (k_{\perp} \rho_{ts})^2 = (k_{\perp} v_{ts}/\Omega_s)^2$  とし,  $I_0$  は 0 次の変形 Bessel 関数であり,  $s$  種粒子の熱速度を  $v_{ts} = \sqrt{T_s/m_s}$  とおいた. 上

\*2 正しくは, MHD 理論が与えるように,  $k_{\parallel}$  を複素数とした固有モード解析を行う必要がある. この値は大まかな見積もりと思っ



式の括弧内第2項は、有限ジャイロ半径による分極効果を表している。一方、磁束関数  $\phi_{k_{\perp}}$  は、Ampère 則を使って求められる。

$$k_{\perp}^2 \phi_{k_{\perp}} = \mu_0 j_{\parallel, k_{\perp}} = \mu_0 \sum_s e_s \int v_{\parallel} J_{0s} \delta f_{s, k_{\perp}}^{(g)} d^3 v. \quad (32)$$

ここでは  $\phi_{k_{\perp}}$  の符号は前節とは逆になっていることに注意されたい。上の方程式系は磁場ドリフトや反磁性ドリフトを含まない非常にシンプルなものであり、これを電子とイオン2成分のプラズマに適用すると、シア Alfvén 波の代わりにKAWが現れる。磁力線方向にもFourier変換してその波数を  $k_{\parallel}$  とすると、KAWの分散関係式は、以下のようになる。

$$\varepsilon_M(\omega, \mathbf{k}_{\perp}, k_{\parallel}) \equiv \sum_s \frac{1 - \Gamma_{0s}}{k_{\perp}^2 \lambda_{Ds}^2} - \left[ \left( \frac{\omega}{ck_{\parallel}} \right)^2 \sum_s \left( \frac{1 - \Gamma_{0s}}{k_{\perp}^2 \lambda_{Ds}^2} \right) - 1 \right] \times \left\{ \sum_s \frac{\Gamma_{0s}}{k_{\perp}^2 \lambda_{Ds}^2} [1 + \zeta_s Z(\zeta_s)] \right\} = 0. \quad (33)$$

ここで  $Z(\zeta) = (1/\sqrt{\pi}) \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2)/(x - \zeta)$  はプラズマ分散関数であり、また  $\lambda_{Ds} = \sqrt{\varepsilon_0 T_s / n_0 e_s^2}$  および  $\zeta_s = \omega / \sqrt{2} k_{\parallel} v_{ts}$  とする。

さて、上でまとめたジャイロ運動論的方程式をM-I結合モデルに適用することを考え、平行電場  $E_0$  でドリフト運動する座標系をとることにする（すなわち、上の  $\omega$  を  $\omega'$  で読み替える）。簡略化MHD方程式を用いた解析では、シア Alfvén 波の分散関係式  $\varepsilon_M(\omega, k_{\parallel}) = \omega^2 - k_{\parallel}^2 V_A^2 = 0$  と式(7)に対応する電離層プラズマの分散関係式

$$\varepsilon_I(\omega, \mathbf{k}_{\perp}) \equiv \omega + i2an_0 \frac{\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{E}_0}{1 + R^{-1} (k_{\perp}^2 \phi_{k_{\perp}} / j_{\parallel, k_{\perp}})_{z=0}} = 0, \quad (34)$$

を連立させて解いたことに相当する。ここで  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{E}_0 = \mu_P \mathbf{E}_0 - \mu_H \mathbf{E}_0 \times \hat{z}$  とおいた。その際に、電場と沿磁力線電流の連続性を仮定し、 $z=l$ での境界条件を満たすように構成した固有関数によって式(34)の分母にある磁気圏プラズマのインピーダンス  $(k_{\perp}^2 \phi_{k_{\perp}} / j_{\parallel, k_{\perp}})_{z=0}$  を与えた。ジャイロ運動論的方程式を用いる場合にも同様の方法でM-I結合系の解を求めることができる。すなわち、ジャイロ運動論的方程式の与える固有関数  $(\delta f_{e, k_{\perp}}^{(g)}, \delta f_{i, k_{\perp}}^{(g)}, \phi_{k_{\perp}}, \psi_{k_{\perp}})$  を使って  $z=l$ での境界条件を満たす解を構成し、そこから磁気圏インピーダンスを求め、式(33)と式(34)を連立させて解けばよい。不安定固有値が見つかる場合には、分布関数に対しても固有関数が存在するのでこの方法が適用できる。その際に、 $\varepsilon_M(\omega, \mathbf{k}_{\perp}, k_{\parallel}) = 0$  は、 $\omega$  を求める式というよりは、むしろ  $\varepsilon_I(\omega, \mathbf{k}_{\perp}) = 0$  を満たす  $\omega$  に対して、複素数値をもつ  $k_{\parallel}$  を求める式とみなされる。この  $k_{\parallel}$  を用いて磁力線沿いに振幅の変化する固有関数が作られ、磁気圏インピーダンスが与えられる。こうして、磁気圏応答は次のように求められる[35]。

$$\left. \frac{k_{\perp}^2 \phi_{k_{\perp}}}{j_{\parallel, k_{\perp}}} \right|_{z=0} = -Z_0 Z_{k_{\parallel}} \coth(ik_{\parallel} l). \quad (35)$$

ここで、 $Z_0 = \mu_0 V_A$ 、および

$$Z_{k_{\parallel}} = \frac{k_{\perp}^2 \rho_{ii}^2 k_{\parallel} V_A}{1 - \Gamma_{0i} \omega} \quad (36)$$

となる。電子のジャイロ半径は無視できるほど小さいため  $\Gamma_{0e} = 1$  とした。ちなみに簡略化MHDモデルの場合は、 $Z_0$  は共通だが  $Z_{k_{\parallel}} = k_{\parallel} / |k_{\parallel}|$  である。

上記の分散関係式を解くことで、ジャイロ運動論にもとづいてフィードバック不安定性を解析することが可能となった。実際にその数値解を求めてみると、 $k_{\perp} \rho_i$  が  $O(1)$  に近づくとつれMHDモデルからの差が徐々に現れ、実周波数は上昇する一方で、不安定性の成長率は減少することがわかった。これはイオンの有限ジャイロ半径効果によるフィードバック不安定性の安定化効果を示している[35]。

### 5.2 オーロラ粒子加速

上でも述べたように、KAWは背景磁場に平行方向の電場成分を持つ。これは理想MHDにはない性質であり、この効果を介してLandau減衰などの波動粒子相互作用が生じ、オーロラ電子を加速することができる。特にここで考えたM-I結合系の顕著な特徴は、フィードバック不安定性を介してオーロラの自発的構造形成と同時に、KAWによる電子の加速が起き得ることにある。すなわち、オーロラの発達と電子加速を、その物理プロセスまで含め統一的に記述することが可能となる点において画期的である。この点をもう少し理論的に考察していこう。

線形化された運動論的方程式は、不安定固有値を持つ場合に速度空間まで含めて固有関数を求めることができる。電子については、 $s=e$ 、 $J_{0e} = 1$  として、

$$f_{e, k_{\perp}}^{(g)}(z, v_{\parallel}, \mu) = -\frac{1}{2} \frac{V_A}{c} \chi_{k_{\parallel}} \frac{e_e \phi_{k_{\perp}, k_{\parallel}}}{T_e} F_{Mc} \left( 1 - \frac{1}{Z_{k_{\parallel}}} \frac{\omega}{k_{\parallel} V_A} \right) \times \left[ -\frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} e^{ik_{\parallel}(z-l)} + \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega + k_{\parallel} v_{\parallel}} e^{-ik_{\parallel}(z-l)} \right] \quad (37)$$

として与えられる。ただし、 $\text{Im}(\omega) > 0$  とする。この表式を見ると、上向きおよび下向きに伝播する波とそれぞれLandau共鳴する粒子が存在することがわかる。波の位相速度はほぼ  $V_A$  であり、KAWと共鳴する電子が磁場に沿って加速を受けることが予想される。上記の固有関数を使って、磁力線平行方向の電場  $E_{\parallel, k_{\perp}}(z)$ 、および電子の運ぶ沿磁力線電流  $j_{\parallel, e, k_{\perp}}(z)$  を求めることは容易である。これらから、単位振幅あたりにKAWが電子を加速する際のエネルギー変換率を次のように求めることができる。

$$\frac{d\mathcal{E}_{k_{\perp}}}{dt} \frac{l}{n_0 T_e V_A} \equiv \frac{l}{n_0 T_e V_A} \frac{\text{Re}(j_{\parallel, e, k_{\perp}} E_{\parallel, k_{\perp}}^*)}{|e \phi_{k_{\perp}, k_{\parallel}} / T_e|^2} = \left| 1 - \frac{\omega}{Z_{k_{\parallel}} k_{\parallel} V_A} \right|^2 |\sinh[ik_{\parallel}(z-l)]|^2 \times \text{Re} \left\{ -ik_{\parallel} l \frac{\omega}{k_{\parallel} V_A} [1 + \zeta_e Z(\zeta_e)] \right\} \quad (38)$$

ここで  $d\mathcal{E}_{k_{\perp}}/dt$  は、単位体積あたりの電子の熱エネルギー

$n_0 T_e$  と Alfvén 伝播時間  $l/V_A$  によって規格化されている。得られた分散関係式と上記の結果から、代表的なパラメータのもとでエネルギー変換率を数値計算してみると、磁力線沿いに全域で正の値をとった[35]。これは、フィードバック不安定性の成長とともに、オーロラ構造から伸びる磁力線に沿って磁気圏中で電子が加速されることを示している。すなわち、ジャイロ運動論を用いた M-I 結合系の理論モデルにより、オーロラ構造の発達と電子加速の発生に関して、統一的な説明を与えることが可能となった。

## 6. まとめと今後の課題

本稿では、地球の極域で見られるオーロラ、特に地磁気静穏時に現れる円弧状のはっきりとした構造をもつオーロラ（アーク）の発生機構を説明する理論として有力なフィードバック不安定性とその数値シミュレーションについて概説した。オーロラの構造形成については、性質の大きく異なる電離層プラズマと磁気圏プラズマの結合系 (M-I 結合系) の問題として捉える必要があることは、古くから指摘されている。フィードバック不安定性理論は、まさに M-I 結合系をプラズマ物理学の問題として定式化し、オーロラの構造形成と自発的成長を不安定性の観点から説明するものである。

第 2 節にまとめたように、Sato による伝送線理論を応用したフィードバック不安定性理論は、シア Alfvén 波を介した M-I 結合系の本質を見事にとらえている。この理論にもとづき、その後のオーロラアーク成長の大域的数値シミュレーションや、電離層 Alfvén 共鳴モード (cavity モード) など多くの応用への道が開かれた。

第 3 節に述べたように、簡略化磁気流体 (MHD) 方程式を用いた定式化により、フィードバック不安定性の理論的基盤が確立されるとともに、二流体効果や非線形効果を含んだ拡張が可能となった。まず、簡略化 MHD 方程式を用いて不安定性の線形固有モードを定式化した。また、非線形シミュレーションによって、フィードバック不安定性の成長が Kelvin-Helmholtz 型の 2 次的不安定性を引き起こすこと、そして、これを通じてオーロラの構造変化や乱流遷移が起き得ることを述べた。

第 4 節では、フィードバック不安定性理論から導かれるオーロラ構造と観測との対比、さらに MHD 方程式にもとづく M-I 結合系モデルを拡張する必要性について議論した。

第 5 節では、より最近の進展として、ジャイロ運動論を用いた M-I 結合系の理論モデルについて考察した。ジャイロ運動論を用いることで従来の MHD の枠組みを運動論に拡張してフィードバック不安定性を定式化できた。これは、KAW による電子加速を自己無撞着に含んだオーロラの成長理論として興味深く、人工衛星によって観測されている Alfvén オーロラの発生機構として有望である。

磁気圏モデルを拡張する際の他の論点としては、MHD 不安定性との関連や磁場配位の効果が考えられる。上述の簡略化 MHD モデルでは interchange 項を無視しており、また平衡磁場は真空磁場としていたために kink 項も不安定

化には働かず、フィードバック不安定性のみを考えれば十分であった。一方、サブストーム開始前には磁気圏中の圧力勾配が増大し、ballooning 不安定が成長するという指摘もなされている。磁気圏内の対流電場によって駆動されるフィードバック不安定性と、圧力勾配で駆動される ballooning 不安定が、同じ M-I 結合系の中でどのように競合しつつ発達するかは、ビーズ状オーロラの成因と関連して興味のある課題である。この問題については、すでに定式化と線形解析の初期結果が報告されている[36]。また、大規模な沿磁力線電流が定常的に存在すると平衡磁場は有限の磁気シアをもつため、フィードバック不安定性に影響を与えることも考えられる。こうした場合についての線形解析結果も報告されており[37]、その後の進展が期待される。

M-I 結合系におけるフィードバック不安定性とオーロラ発達の理論研究において他に重要な点として、グローバル効果を入れた解析とジャイロ運動論を用いた非線形シミュレーションが挙げられる。前者としては、磁気緯度によって磁力線の長さが変わるため、Alfvén 波の伝播時間すなわち磁力線共鳴の周期が異なることにより、緯度方向に波の位相混合が起きることが考えられる。これにより、フィードバック不安定性が成長する領域が限定され、オーロラの発達に制限を与えることが予想される。また、磁気圏対流の空間構造によっても不安定性の発現は制約を受けるであろう。現実のオーロラ現象とより包括的な比較を行うには、こうした背景磁場、対流、密度分布などを取り入れた解析が必要となる。

一方、ジャイロ運動論を用いた非線形シミュレーションが実現できれば、オーロラ構造の発達と KAW の増幅、さらにそれにとまうオーロラ電子の加速を統一的に扱うことが可能となる。特に第 3 節で見たような乱流状態になった場合、広帯域の KAW は幅広いエネルギーの電子と共鳴相互作用する可能性がある。そこで、どのような加速電子のエネルギースペクトルが得られるか、予想されるオーロラの発光スペクトルはどのようになるか、また中性大気との衝突による電離効果でオーロラの発達がさらに加速されるか、など興味は尽きない。ジャイロ運動論的シミュレーションのモデルと計算手法は核融合プラズマの乱流輸送シミュレーションで確立しているが、磁気圏-電離圏結合への適用においては電離層との接続条件や loss cone 分布の導入などを検討する必要がある。

現在、オーロラをはじめ、磁気圏・電離圏物理、超高層大気研究者コミュニティでは、編隊飛行を含めた新たな人工衛星観測ミッションの検討が始められている。ここで議論したようなオーロラ発達の物理機構解明や理論モデルの検証が、そうしたミッションに少しでも役立つこと、また、読者の中からこの興味深い研究対象に取り組んでくれる若い研究者が生まれてくれることを願いつつ、本稿のまとめとしたい。

## 謝 辞

本稿をまとめるにあたり、名古屋大学の塩川和夫氏、前山伸也氏、兼山将寿氏には、議論とともに原稿について有

益なコメントをいただきました。この場をお借りして感謝申し上げます。また、本稿のまとめには、科学研究費課題(16H04086)の支援を受けました。

### 参考文献

- [1] T. Sato, *J. Geophys. Res.* **83**, 1042 (1978).  
 [2] T.-H. Watanabe, *Phys. Plasmas* **17**, 022904 (2010).  
 [3] 小原隆博：プラズマ・核融合学会誌 **82**, 756 (2006).  
 [4] 塩川和夫：プラズマ・核融合学会誌 **90**, 708 (2014).  
 [5] 細川敬祐：プラズマ・核融合学会誌 **90**, 754 (2014).  
 [6] 小野高幸, 三好由純：太陽地球圏 (共立出版, 2012).  
 [7] Y. Hiraki and T.-H. Watanabe, *J. Geophys. Res.* **116**, A11220 (2011).  
 [8] A. Miura and T. Sato, *J. Geophys. Res.* **85**, 73 (1980).  
 [9] K. Watanabe and T. Sato, *Geophys. Res. Lett.* **15**, 717 (1988).  
 [10] T. Watanabe *et al.*, *J. Geophys. Res.* **98**, 21391 (1993); T. Watanabe *et al.*, *J. Geophys. Res.* **99**, 6151 (1994).  
 [11] R.L. Lysak, *J. Geophys. Res.* **96**, 1553 (1991).  
 [12] O.A. Pokhotelov *et al.*, *J. Geophys. Res.* **105**, 7737 (2000).  
 [13] O.A. Pokhotelov *et al.*, *J. Geophys. Res.* **106**, 25813 (2001).  
 [14] A.V. Streltsov and W. Lotko, *J. Geophys. Res.* **108**, 1289 (2003).  
 [15] A.V. Streltsov and W. Lotko, *J. Geophys. Res.* **109**, A09214 (2004).  
 [16] A.V. Streltsov and W. Lotko, *J. Geophys. Res.* **113**, A05212 (2008).  
 [17] A.V. Streltsov and E.V. Mishin, *J. Geophys. Res.* **108**, 1332 (2003).  
 [18] A.V. Streltsov and J.C. Foster, *Phys. Plasmas* **11**, 1260 (2004).  
 [19] J.Y. Lu *et al.*, *J. Geophys. Res.* **112**, A10219 (2007).  
 [20] J.Y. Lu *et al.*, *J. Geophys. Res.* **113**, A05206 (2008).  
 [21] Y. Hiraki, and T.-H. Watanabe, *Phys. Plasmas* **19**, 102904 (2012).  
 [22] H.R. Strauss, *Phys. Fluids* **19**, 134 (1976).  
 [23] R.D. Hazeltine and J.D. Meiss, *Plasma Confinement* (Addison-Wesley, Redwood City, 1992) Chap.7.  
 [24] R.L. Lysak, and Y. Song, *J. Geophys. Res.* **107**, doi: A8, 10.1029/2001JA000308 (2002).  
 [25] T.-H. Watanabe *et al.*, *New J. Phys.* **18**, 125010 (2016).  
 [26] G. Marklund *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **21**, 1859 (1994).  
 [27] C.C. Chaston *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 175003 (2008).  
 [28] C.C. Chaston *et al.*, *J. Geophys. Res.* **108**, 8003 (2003).  
 [29] C.C. Chaston *et al.*, *Geophys. Res. Lett.* **34**, L07101 (2007).  
 [30] 洲鎌英雄：プラズマ・核融合学会誌 **79**, 107 (2003).  
 [31] 井戸村泰宏：プラズマ・核融合学会誌 **81**, 581 (2005).  
 [32] 渡邊智彦：プラズマ・核融合学会誌 **81**, 686 (2005).  
 [33] X. Garbet *et al.*, *Nucl. Fusion* **50**, 043002 (2010).  
 [34] T.M. Antonsen Jr and B. Lane, *Phys. Fluids* **23**, 1205 (1980).  
 [35] T.-H. Watanabe, *Geophys. Res. Lett.* **41**, 6071 (2014).  
 [36] T.-H. Watanabe, Ballooning instability with the magnetosphere-ionosphere feedback coupling (Japan Geoscience Union Meeting 2016, May 2016, Makuhari, Japan).  
 [37] 三輪有輝：オーロラ発達におけるフィードバック不安定性への磁気シア効果の研究 (名古屋大学大学院理学研究科修士論文, 2017).



わた なべ とも ひこ  
渡邊智彦

名古屋大学大学院理学研究科素粒子宇宙物理学専攻でプラズマ理論研究室を担当しています。核融合研から名大の物理教室に異動してまたたく間に3年半が経ちました。大学院生や他のスタッフと協力し、ジャイロ運動論による乱流輸送シミュレーション研究とともに、宇宙プラズマ研究にも力を入れています。人をあっと驚かせるようなシミュレーションを実現するのが目標です。