J. Plasma Fusion Res. Vol.92, No.12 (2016) 861‑867

解説

無衝突プラズマにおける爆発的磁気リコネクションの理論

On the Theory of Explosive Magnetic Reconnection in a Collisionless Plasma

廣田　真
HIROTA Makoto
東北大学流体科学研究所

（原稿受付：2016年９月８日）

太陽フレアが発生するコロナ領域のプラズマや核融合反応炉をめざした磁場閉じ込めプラズマでは，非常に速い時間で磁気リコネクションが起きており，磁気エネルギーが運動エネルギーへと解放される過程はあたかも爆発的な崩壊現象のようにみえる．しかし，これまでの理論は定常性や準定常性を想定したモデル構築や線形安定性解析が多く，爆発的挙動を予測する非定常・非線形の理論はほとんど未開拓である．そこで本研究では，磁気リコネクションが爆発的かどうかの判断基準をテアリング不安定性の非線形成長率から定義し，それを簡約化二流体モデルの理論解析や数値計算によって検証した．無衝突プラズマの極限ではエネルギー保存則が成り立つことから，理論解析では変分法のアイデアを用いることにより，爆発的成長速度のスケーリングを予測することができる．

Keywords:
collisionless magnetic reconnection, two-fluid plasma, variational method, explosive phenomenon, nonlinear simulation

1．はじめに

磁気リコネクションとは，磁力線がつなぎ換わることによって磁場のエネルギーが低い状態へと緩和し，その差分がプラズマの運動エネルギーや熱エネルギーとして解放される物理過程である．宇宙物理学では太陽フレアや磁気圏サブストームなどを引き起こす要因として磁気リコネクションは重要な研究対象であると同時に，核融合研究の観点からも磁場閉じ込めプラズマの崩壊をもたらす危険な不安定性として，これまでに60年以上の研究の歴史がある．しかし，太陽フレアで観測される磁気リコネクションの時間スケール（数分〜数時間）を理論的に説明する試みはその黎明期から行われてきたが，現在でも統一的な見解には至っていない．古典的な電気抵抗を考慮した電磁流体力学（MHD）では，磁気リコネクションの定常モデルとしてSweet-Parkerの理論[1]，非定常（正確には準定常）モデルとしてRutherfordの理論[2]などが有名である．ところが，太陽表面の高温かつ希薄な無衝突プラズマでは電気抵抗がとても小さく（電気抵抗に逆比例する磁気レイノルズ数は10^{13}程度），直接数値シミュレーションは現在でも困難な上に，Sweet-Parker理論では太陽フレアの時間スケールが一年程度と見積もられてしまう（小特集[3]第１章参照）．そもそもこのような無衝突プラズマでは，電気抵抗よりも様々な二流体効果（電子慣性やホール電流など）や運動論的効果（有限ラーマー半径効果など）が重要と考えられ，MHDよりもさらに詳細なプラズマのモデルとして，近年では二流体モデルやジャイロ運動論モデルを用いた磁気リコネクションの研究が盛んになってきた．一方で，モデル方程式を詳細にするほど，（とりわけ非線形の）理論解析は一層困難になり，数値解析にも多くの計算機資源を必要とする．無衝突磁気リコネクションの研究はそれゆえに現在でも多くの研究者の関心を集めているのだが，やや問題そのものが複雑多様化し，単純なMHDに比べると初学者向けの理論さえ整理されてないように思われる．

そこで本記事では，「無衝突プラズマにおける磁気リコネクションが爆発的かどうか？」という素朴な疑問に話題を絞り，これに対して我々が最近行った研究[4,5]の基本的アイデアを，なるべく専門外の方でも理解できるように努めて解説したい．このような切り口で磁気リコネクションを議論した過去の文献は意外と見当たらず，筆者も手探りの感は否めないが，一つの単純化した見方として興味を持っていただければ幸いである．

おそらく太陽フレアを爆発現象と呼ぶことには，多くの方が直感的に同意してくれるだろう．それほどに非定常で突発的な磁場の崩壊現象なのは観測映像からも想像できる．また，トカマク型閉じ込めプラズマで起こる鋸歯状振動という現象でも，磁気リコネクションに起因してノコギリの歯のように急峻なプラズマの崩壊が観測され，この異常な速さも完全には解明されていない．もし，磁気リコネクションが爆発的に起こるなら，従来の定常性や準定常性を仮定した理論とは大きく異なり，こうした異常な速さを理論的に説明できるかもしれない．実際に，無衝突プラズマにおける磁気リコネクションが非線形段階で加速してい

Institute of Fluid Science, Tohoku University, Sendai, MIYAGI 980-8577, Japan

author's e-mail: hirota@dragon.ifs.tohoku.ac.jp

く傾向は，すでに多くの数値シミュレーションで報告されている[6-13]．しかし，これが爆発的かどうかを議論するには，まず「爆発的」の定義を明確にし，それを検証するための理論解析や数値シミュレーションを行う必要がある．次節からはこのような流れで考察を進めていき，爆発的であることを裏付けるような本研究の理論予測と数値計算結果を紹介する．そして，現状までの理解を実際の現象に当てはめた後，最後に今後の課題について著者の見解をまとめる．

2．爆発的現象とは

どのような現象を爆発的と呼ぶかは，人によって意見が割れる問題かもしれないが，ここでは一つの指標を用意しよう．簡単な例として，ポテンシャル U の中におかれた1自由度の質点 $x(t)$ に対する運動方程式

$$\ddot{x} = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}(x) \tag{1}$$

を用いて，爆発的であることの定義を明確にする（質量は1とし，上付きドットは時間微分である）．一般に，U が極値となる位置 x_e は平衡点であり，その十分近傍に初期条件 $x(0)=x_0\simeq x_\mathrm{e}$，$\dot{x}(0)=0$ を設定したとする．平衡点近傍で U が上に凸な二次関数ならば，まず線形不安定性が起こり，平衡点からの変位 $\varepsilon=x-x_\mathrm{e}$ は指数関数的成長をする．ε が大きくなると一般に問題は非線形となるが，ある位置 x に質点が到達したと仮定すると，その時の速度 $\dot{x}$ はエネルギー保存則 $\dot{x}^2/2+U(x)=\mathrm{const.}$ を用いて求まる．

$$\dot{x} = \sqrt{2U(x_0)-2U(x)} \simeq \sqrt{-2\delta U(x)}, \tag{2}$$

ここで，$\delta U(x)=U(x)-U(x_\mathrm{e})$．また，その時の時刻も

$$t = \int_{x_0}^{x} \frac{1}{\sqrt{2U(x_0)-2U(\tilde{x})}}\mathrm{d}\tilde{x}, \tag{3}$$

と計算できる．ポテンシャル U がどこまでも減少し続けるなら，$x(t)$ が発散することは明らかだが，ある有限な時刻 $t=t_\infty$ において無限大に発散 $x(t_\infty)=\infty$ するとき，数学的に $x(t)$ は爆発解と呼ばれる．

具体的に，遠方でのポテンシャルの減少がべき関数 $U(x)\propto x^s\,(<0)$ で表されるとしよう．この時，(3)の被積分関数は遠方において $\propto x^{-s/2}$ で減衰する関数である．$s=2$ の場合は線形段階と同じ指数関数的成長であり，爆発的ではない．一方で，$s>2$ ならば積分(3)は $x\to\infty$ の極限で有限な値 t_∞ に収束する．つまり，ポテンシャルが二次関数よりも急激に減少すれば爆発解となるのである．ちなみに，(2)を一階常微分方程式 $\dot{x}=f(x)$ とみなした場合でも，同様に $f(x)\propto x^{s/2}$ とすれば，$s>2$ の時に爆発的成長が起こる．

しかしながら，現実の世界では初期のポテンシャルエネルギー $U(x_0)$ や系のサイズは大抵有限なので，無限大に発散することはありえない．それでも爆発的な挙動とみなせる状況として，U がスケール階層性をもつ場合が挙げられる．例えば系のサイズ L よりも遥かに小さい特性的スケール長 d が存在し，規格化 $\hat{\varepsilon}=\varepsilon/d$ をすると，

$$-\delta U(x_\mathrm{e}+\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{d^2}{\tau_L^2}\hat{\varepsilon}^2\left[1+O(\hat{\varepsilon})\right] & \text{for } \varepsilon \ll d \\ \dfrac{d^2}{\tau_N^2}\hat{\varepsilon}^s\left[1+O(1/\hat{\varepsilon})\right] & \text{for } d \ll \varepsilon \ll L \end{cases} \tag{4}$$

のように最低次の近似が d を境に遷移するようなポテンシャルが考えられる．線形不安定性 $\propto e^{t/\tau_L}$ は変位 ε が d より小さいミクロなスケールの現象だが，ε が閾値 d を越えると（$s>2$ なら）τ_N 程度の有限時間で爆発的に成長するだろう．ただし，ε が L に近づくとポテンシャルエネルギーが底をつき，爆発は終息するというのが現実的なシナリオである．どんなに L/d が大きくとも，有限時間で全系のポテンシャルエネルギーの大部分が消失するので，これを爆発的現象（または崩壊）のモデルとしよう．

ここまでの議論は数学的に厳密だが，運動の自由度が増えるとそうはいかなくなり，あいにく流体やプラズマは無限自由度をもつ．そこで，物理的考察にもよく使われる変分法（例えば理想 MHD 理論のエネルギー原理[14]）のアイデアを応用してみよう．すなわち，平衡点から様々な方向の変位を仮想的に与えてみて，ポテンシャルエネルギーが最も急激に減少する方向へ運動は加速されると期待するのである（**図1**）．コリオリ力のようなジャイロ項が運動方程式(1)に加わると，必ずしもポテンシャルが下がる方向へ一直線に落ちるとは限らないので，その意味でこれは厳密な運動の予測とは言えない．とはいえ，ジャイロ項は運動の向きを変えるだけなので，ポテンシャルが二次関数よりも急激に減少する方向が存在することは，爆発的成長が起こるための必要条件である．

実際に数値計算で求めた時間発展 $\varepsilon(t)$ が爆発的かどうかを確認したいならば，(4)の例におけるスケール比 L/d を少なくとも100倍以上にとらないと，$\dot{\varepsilon}\propto\varepsilon^{s/2}$ または $\ddot{\varepsilon}\propto\varepsilon^s$ といった非線形段階のスケーリングを同定することは難しいだろう．

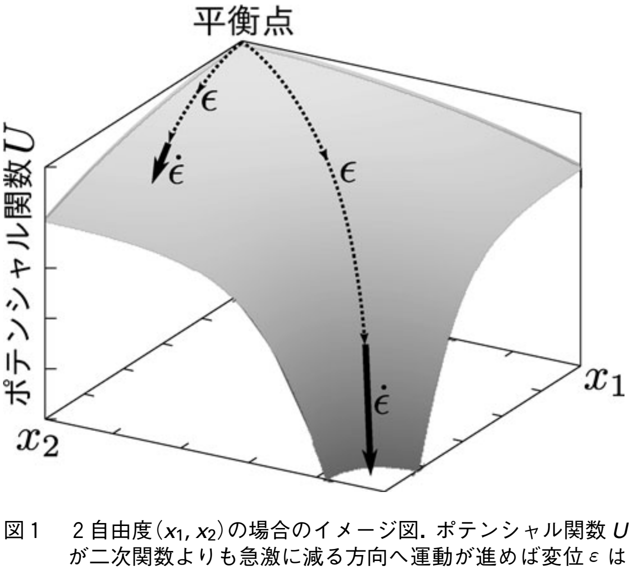

図1　2自由度 (x_1, x_2) の場合のイメージ図．ポテンシャル関数 U が二次関数よりも急激に減る方向へ運動が進めば変位 ϵ は爆発的成長をする．

3．磁気リコネクションの変分法的解釈

理想 MHD 方程式のラグランジアンを記述したとき，磁気エネルギーや内部エネルギーは，古典力学系でいうところのポテンシャルエネルギーに相当することで知られる[15]（磁力線がしばしば張力をもったゴム紐にたとえられるのも，この力学的アナロジーによるものである）．よって，磁気リコネクションとは，磁気エネルギーが減少する方向へ進むプラズマの運動と解釈できる．ここでは，二流体効果の一つとして重要な電子慣性の効果を考慮して，無衝突磁気リコネクションが起こるメカニズムを，前節の変分法の視点から解説する．

今，**図 2** (i)のように y 方向に反平行な二つの磁束があり，いずれも磁場強度は B_{y0}，x 方向の厚さは l とする．紙面に垂直な z 方向には常に一様とし，最終的にこれらが**図 2** (ii)' のようにつなぎ換わる状況を考えよう（上下端は固定または周期的と思ってよい）．ここでは一般化オーム則の z 方向成分として

$$\frac{m_\mathrm{e}}{e^2 n_0}\frac{DJ_z}{Dt}=E_z+(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})_z-\eta J_z, \qquad (5)$$

を用いる．ただし，$D/Dt=\partial/\partial t+\boldsymbol{v}\cdot\nabla$ であり，$\boldsymbol{v}$ は流れ場，$\boldsymbol{B}$ は磁場，E_z は電場，J_z は電流である（m_e：電子質量，e：素電荷，n_0：数密度，η：電気抵抗）．電流 J_z を電子の流れ $v_{ez}\simeq -J_z/en_0$ とみなせば，（5）は z 方向の電子の運動方程式であり，左辺が電子の慣性項である．$\boldsymbol{B}=\nabla A_z\times\boldsymbol{e}_z$ のようにベクトルポテンシャルを用いると，ファラデー則 $E_z=-\partial A_z/\partial t$ とアンペール則 $\mu_0 J_z=-\nabla^2 A_z$ より，（5）は A_z の方程式

$$\frac{D}{Dt}(A_z-d_\mathrm{e}^2\nabla^2 A_z)=\frac{\eta}{\mu_0}\nabla^2 A_z, \qquad (6)$$

となる（μ_0：真空の透磁率）．ここで，$d_\mathrm{e}=\sqrt{m_\mathrm{e}/(\mu_0 e^2 n_0)}$ は電子慣性長と呼ばれ，通常は微視的なスケール（$d_\mathrm{e}\ll l$）である．

完全な無衝突 $\eta=0$ ならば，$A_z^*=A_z-d_\mathrm{e}^2\nabla^2 A_z$ が保存量であり，これは電子の正準運動量 $m_\mathrm{e}n_0 v_{\mathrm{e}z}-eA_z\simeq -eA_z^*$ の保存に由来する．さらに電子慣性も無視 $d_\mathrm{e}=0$ したのが理想 MHD モデルに相当し，A_z が保存量なので磁気リコネクションは起こらない（A_z の等値線はつなぎ換わらない）．実際，理想 MHD において，**図 2** (ii) のように磁束が変位すると，薄く押しつぶされたシート部分では磁場が l/δ 倍に強まり，磁気エネルギー W_B が変位前の値 $W_{\mathrm{B}0}=L_y l B_{y0}^2/\mu_0$ よりも上昇してしまう．つまり，このような変位に対しては磁力線の張力による反発が生じるので，（外部から駆動されない限り）自発的には起こり得ない変化である．

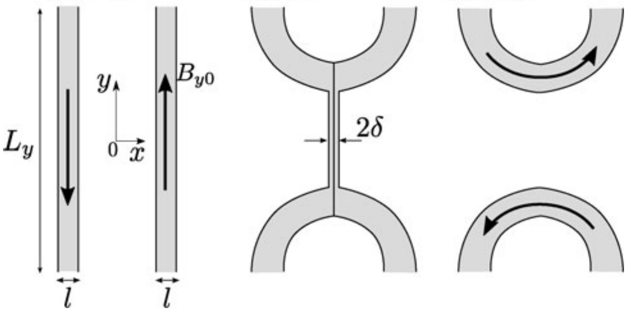

図 2　変位前の磁場(i)と変位後の磁場：(ii)理想 MHD の場合，(ii)' 電子慣性 or 電気抵抗がある場合．

一方で，電子慣性を考慮すると，$A_z^*=A_z-d_\mathrm{e}^2\nabla^2 A_z$ が保存するので**図 2** (ii)のように押しつぶされるのは A_z^* の方である．積分作用素 $(1-d_\mathrm{e}^2\nabla^2)^{-1}$ は d_e より小さいスケールの凸凹を粗視化するので，シートの幅 δ が d_e 程度であればそこでの A_z の勾配（つまり磁場）を小さくすることができる（**図 3** を参照）．具体的にはシート内部において $\int_{-d_\mathrm{e}}^{d_\mathrm{e}}|A_z^*|^2\,\mathrm{d}x\sim d_\mathrm{e}^3 B_{y0}^2$ を満たすくらいに細く尖った分布になれば，シート内部の磁気エネルギーは高々 $W_{\mathrm{B}0}$ の d_e/l 倍程度と見積られ，オーダー的に無視できる．また，シート内部では $J_z=(A_z^*-A_z)/\mu_0 d_\mathrm{e}^2$ で与えられる鋭い電流ピークが生成するが，これに相当する電子の運動エネルギーを計算してもやはり $W_{\mathrm{B}0}d_\mathrm{e}/l$ 程度のオーダーで無視できるほど小さい（詳細は[4]）．結果的にシート部分を無視すると図 (ii)' のように磁力線はつなぎ換わる．これによって磁力線の長さ L_y が短くなるなら，巨視的に磁場エネルギーが低い状態になっており，この運動は自発的に起こり得る．変分法の考え方に従えば，減った磁気エネルギーはプラズマの（熱ではなく）運動エネルギーにほとんどそのまま変換される．

一方，電気抵抗がある場合はシート部分で A_z の拡散による粗視化が起こり，こちらも磁力線のつなぎ換えを促す．ただし，拡散にはそれなりの時間を要し，上記の電子慣性による粗視化と同程度の拡散が起こるには，電子とイオンの衝突時間 $\tau_\mathrm{e}=d_\mathrm{e}^2\mu_0/\eta$ 程度の時間がかかる．つまり，磁気リコネクション［(i)から(ii)' の変化］が τ_e よりも早い時間で起こるなら電子慣性が支配的であり，遅い時間で起こるなら電気抵抗が支配的と言える．電気抵抗が支配的な衝突性プラズマでは，オーム加熱による熱エネルギーへの変換が磁気リコネクション速度を律速すると考えられ，準定常な Rutherford 理論[2]に代表されるように非線形段階でのプラズマの慣性や運動エネルギーはオーダー的に無視される．これは例えるならば，暖炉の火がゆっくりと燃料を消費しているようなものである．逆に電子慣性が支配的ならば，ダイナマイトのように燃料（磁気エネルギー）を使い果たすまで反応が加速的に進行し，相当な爆風（運動エネルギー）も発生するという爆発的現象が期待できる．次節では，具体的に数値計算結果を見ながらこれを確認してみよう．

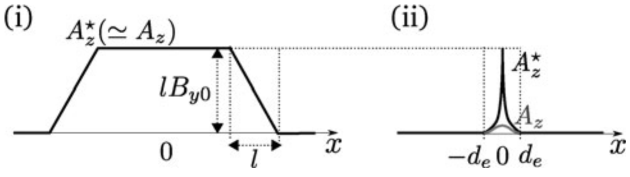

図 3　$y=0$ 上の A_z^* と A_z の分布：(i)変位前，(ii)変位後．

4．二流体モデルにおける爆発的不安定性のシミュレーション

電気抵抗よりも電子慣性の効果が支配的な無衝突磁気リコネクションが非線形段階で加速する傾向にあることは，様々な二流体[6-9]，ジャイロ流体[10-12]，ジャイロ運動論[13]モデルの数値計算結果で報告されている．その中でも Ottaviani-Porcelli[7]や Grasso 等[8]が解析した二流体モデルの安定性問題は最も単純であり，これが爆発的な加速であることを示せれば，爆発的磁気リコネクションの基本メカニズムがひとまず理解できるだろう．そこで，これらの先行研究と同様，以下の簡約化二流体モデルを数値的に解くことにする．

$$\frac{\partial \nabla^2\phi}{\partial t}+[\phi, \nabla^2\phi]+[\nabla^2\psi, \psi]=0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial t}+[\phi, \psi^*]-\rho_S^2[\nabla^2\phi, \psi]=0, \tag{8}$$

$$\psi^*=\psi-d_e^2\nabla^2\psi. \tag{9}$$

ここで，流れ場は $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{e}_z\times\nabla\phi(x,y,t)$，磁場は $\boldsymbol{B}=\sqrt{\mu_0 m_i n_0}\nabla\psi(x,y,t)\times\boldsymbol{e}_z+B_{z0}\boldsymbol{e}_z$ としており，$[f,g]=(\nabla f\times\nabla g)\cdot\boldsymbol{e}_z$ はポアソン括弧と呼ばれる（前節の A_z は $\sqrt{\mu_0 m_i n_0}\psi$ に対応する）．(8)では電気抵抗を無視（$\eta=0$）しており，すでに述べた電子慣性効果を表す電子スキン長 d_e に加えて，有限な電子温度の効果を表す項も入っている．$\rho_S=\sqrt{T_e/m_i}/\omega_{ci}$ は「電子温度で評価したイオンジャイロ半径」（ω_{ci}：イオンのサイクロトロン周波数，T_e：電子温度，m_i：イオン質量）であり，z 方向の一様磁場 B_{z0} は ρ_S の値にしか影響しない．いずれにしても d_e や ρ_S は小さいスケール長であり，巨視的にはそれらを無視した理想 MHD 近似がよく成り立つ．

x と y 方向に周期境界条件を課した領域 $[-L_x/2, L_x/2]\times[-L_y/2, L_y/2]$ を考え，初期に y 方向の磁場が $B_y(x)=B_{y0}\sin(2\pi x/L_x)$ という平衡状態で存在したとする．この平衡は領域のアスペクト比が $L_y/L_x>1$ の場合に線形不安定であり，テアリング不安定性が起こる（**図 4**）．すなわち，y 方向波数が $k=2\pi/L_y$ の擾乱が指数関数的に成長し，$x=0, \pm L_x/2$ の位置で磁力線がつなぎ換わって**図 4**(b)の点線のような磁気島が拡がっていく．この時，**図 4**(b)の太線で示した $x=\pm L_x/4$ における磁力線の変位の最大振幅を測ってεと定義しよう．εの加速が観察されるのは ε が d_e や ρ_S よりも大きく，$L_x/4$ よりも小さい間であり[7,8]，この間のスケール比をできるだけ大きくすることが，爆発的成長を観察するために不可欠である．本研究の数値解析手法としては，空間方向にスペクトル法を用い，時間方向に適応刻み幅の四次精度ルンゲ・クッタ法を用いた．実際に後で示す $d_e=\rho_S=0.005L_x$ というパラメータの計算では 8192×8192 程度の格子解像度が必要とされた．

4.1 電子慣性効果による磁気リコネクション

まず，$d_e\neq0$，$\rho_S=0$ の場合を調べたのが**図 4** であり，$\varepsilon=2d_e$ となった時の等高線や電流強度（$\nabla^2\psi$）の分布を示している．Ottaviani-Porcelli[7]が指摘したように，磁気リコネクションが起こる点では厚みが d_e 程度の薄く伸びた電流シートが形成され，一見するとSweet-Parkerモデルと似た構造が確認できる．**図 4** (b)の磁力線からは Y 点をもつセパラトリックスは視認できないが，本稿では**図 4** (d)のような一枚の電流シート構造を（慣習にならって）Y 型と呼び，後に示す**図 8** (c)のような二枚の電流シートが交差する構造を X 型と呼ぶことにする．Ottaviani-Porcelli は(7)を面積分することで独自の理論を展開したが，エネルギー保存則を考慮していないという欠点に我々は着眼した[4]．ここでは，前節の変分法的解釈に基づいて，非線形段階 $d_e\ll\varepsilon\ll L_x/4$ における ε の成長速度を見積ってみよう．簡単のため，$L_y/L_x\gg1$ の場合を考え，磁力線が曲がることによる磁気エネルギーの増大（つまり張力）は無視できるとしよう（テアリング不安定性の用語ではΔ'が大きい極限）．$x=0$ 近傍に着目し，各磁力線が**図 2** のように変位するなら，初期状態における$[-\varepsilon, \varepsilon]\times[-L_y/2, L_y/2]$という領域は，変位後には磁気島の内側領域に移動する．よって，そこに存在していた磁気エネルギーはリコネクションによって，ほぼ消失したとみなすことができ，この減少量は，

$$L_y\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\frac{B_y^2}{2\mu_0}\mathrm{d}x\simeq L_y\frac{B_{y0}^2(2\pi/L_x)^2}{6\mu_0}\varepsilon^3 \tag{10}$$

と評価される．一方，電流シートに向かう x 方向のインフロー速度が$\dot{\varepsilon}$であるので，y方向に噴出するアウトフロー速度は $v_{y,\mathrm{out}}\sim(L_y/d_e)\dot{\varepsilon}$ という大きな値になる（リコネクションジェット）．このジェットの運動エネルギーは

$$L_y d_e m_i n_0\frac{v_{y,\mathrm{out}}^2}{2}\sim m_i n_0\frac{L_y^3}{d_e}\dot{\varepsilon}^2 \tag{11}$$

と見積られるので，エネルギー保存則より，

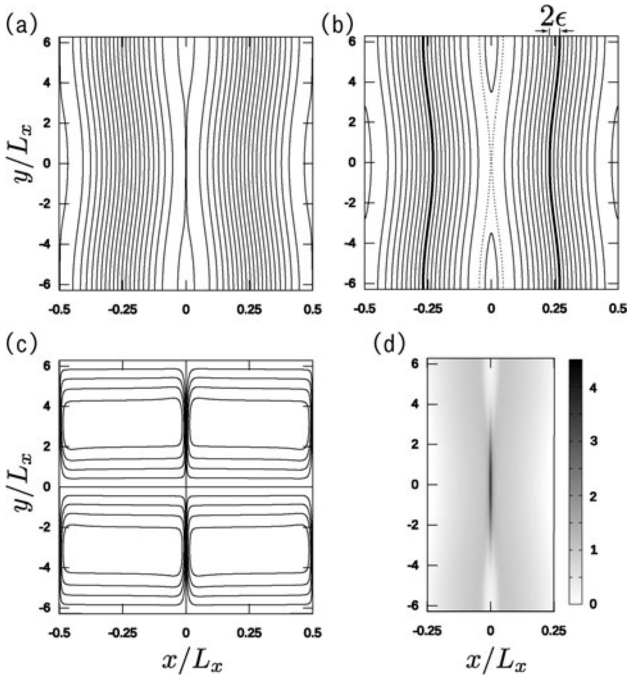

図 4 $\varepsilon=2\,d_e$の時の(a)ψ^*，(b)ψ，(c)ϕ，(d)$\nabla^2\psi$（$d_e/L_x=0.01$，$\rho_S=0$，$L_y/L_x=4\pi$）.

$$\dot{\hat{\varepsilon}}^2 \sim \frac{d_\mathrm{e}^2}{\tau_\mathrm{H}^2 L_y^2}\hat{\varepsilon}^3 \tag{12}$$

を得る．ここで，$\hat{\varepsilon}=\varepsilon/d_\mathrm{e}$ という規格化をし，$\tau_\mathrm{H}=(L_x/2\pi)\sqrt{m_\mathrm{i} n_0 \mu_0}/B_{y0}$ は $x=0$ における平衡磁場のシアで決まるアルフベン時間である．ポテンシャルが三次関数で減少することから，ε は

$$\tau_\mathrm{rec}^{(Y)}=\tau_\mathrm{H}L_y/d_\mathrm{e} \tag{13}$$

程度の有限時間で d_e から無限大（実際には $L_y/4$）まで爆発することが予想される[4]．これは線形段階の指数関数的成長の時定数が $\tau_\mathrm{L}=\tau_\mathrm{H}L_y/(2\pi d_\mathrm{e})$ で知られるので，それと同程度のオーダーである．

しかし，実際には ε がさらに大きくなると，薄い電流シートが二次的不安定となり，プラズモイドと呼ばれる小規模の磁気島が不規則に発生する乱れた運動になった（**図5**）．同様なプラズモイド形成は抵抗性MHDシミュレーションにおいてもすでに観察されており，Sweet-Parker的な薄い電流シートは磁気レイノルズ数が十分大きいと不安定化することで知られる[16,17]（小特集[3]の2.3節，3.3節も参照されたい）．今の場合，L_y が小さい程 $\tau_\mathrm{rec}^{(Y)}$ は短いことからも予想されるように，y 方向に小規模の磁気島の方が速く成長すると大まかに解釈できる．変位のパターンが乱雑なので，変分法で磁気リコネクション速度を見積るのは難しいが，(13)よりも高速化していると筆者は予想している．

実際，線形不安定性の成長率がほぼ最大値となるアスペクト比 $L_y/L_x=4\pi/3$ で計算を行うと，多少揺らぎながらも原点まわりでX型に近い電流シート構造（**図6**）が観察された．この時，**図7**のように ε はほぼ一貫した加速的成長をし，およそ τ_L 程度の時間で崩壊は完了する．非線形段階では磁気エネルギーの変化量 δW_B は $\propto\varepsilon^{2.5}$ 程度のスケーリングで減少しているため，爆発的なリコネクションであると思われる．

4.2 電子温度効果の寄与

有限な電子温度の効果 $\rho_S \neq 0$ も考慮した二流体モデルの解析は，Cafaro等[18]やKuvshinov等[19]によって行われ，保存量が ϕ^* から $\phi^* \pm \rho_S d_e \nabla^2\phi$ に置き換わることにより，X型の電流シート構造が（保存則を破ることなく）トポロジカルに形成されることが示された．d_e と同程度以上の ρ_S が存在することは，一般的に磁気リコネクションの速度をさらに上昇させることが報告されている[8,9]．

本研究では簡単のため，$d_\mathrm{e}=\rho_\mathrm{S}$ の場合のみを考察し，これらを $0.005L_x$ というできる限り小さいスケールにした．するとX型電流シートでは，Y型であったような乱雑な二次的不安定性が発生せず，常に一貫した運動のパターンが観察された．これはX型構造が磁気エネルギーを効率的に減少させるのに適した形状であることを示唆する．ただし，アスペクト比を変えていくつか数値計算を行ったところ，ある程度大きいアスペクト比 L_y/L_x においては，もはや L_y とは無関係に，それよりも小さなサイズ $\tilde{L}_y$ のX型電流シートが拡がっていく様子が観察された（**図8**は線形成長率が最大となる $L_y/L_x=5.85$ の場合）．これに対応する仮想変位を用いた我々の理論的考察は文献[42]で与えている．そこでの結論を要約すると，磁気エネルギーを最も効率良く減少させるのは $\tilde{L}_y \simeq L_x$ 程度に局在したX型電流シートであり，この時の爆発的成長のスケーリングは $\dot{\varepsilon}\sim\varepsilon^{7/4}/(\tau_\mathrm{H}L_x^{3/4})$ という見積もりに至った．これは変分法なので厳密な予測ではないが，ひとまずは数値計算結果と定量的によく一致している（**図9**）．規格化 $\hat{\varepsilon}=\varepsilon/d_\mathrm{e}$ をすると，$\dot{\hat{\varepsilon}}\sim\tau_\mathrm{H}^{-1}(d_\mathrm{e}/L_x)^{3/4}\hat{\varepsilon}^{7/4}$ なので，爆発に要する時間は

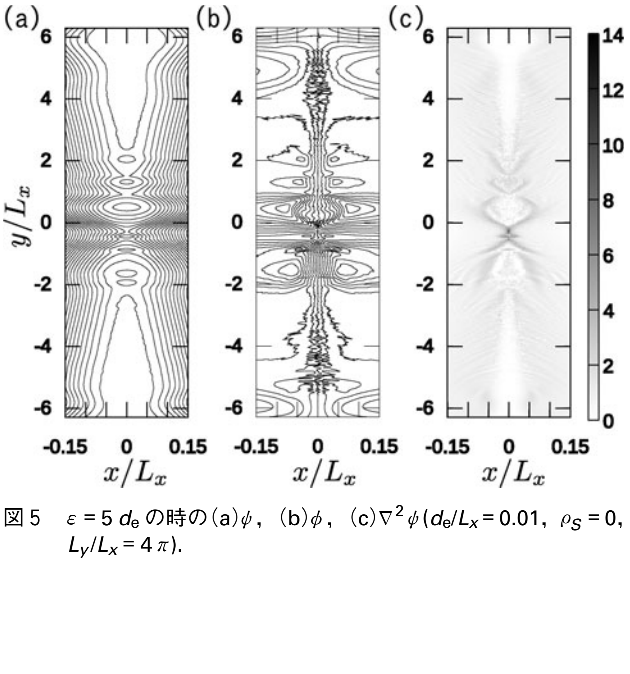

図5　$\varepsilon=5\,d_\mathrm{e}$ の時の(a)ψ，(b)ϕ，(c)$\nabla^2\psi$（$d_\mathrm{e}/L_x=0.01$，$\rho_S=0$，$L_y/L_x=4\pi$）．

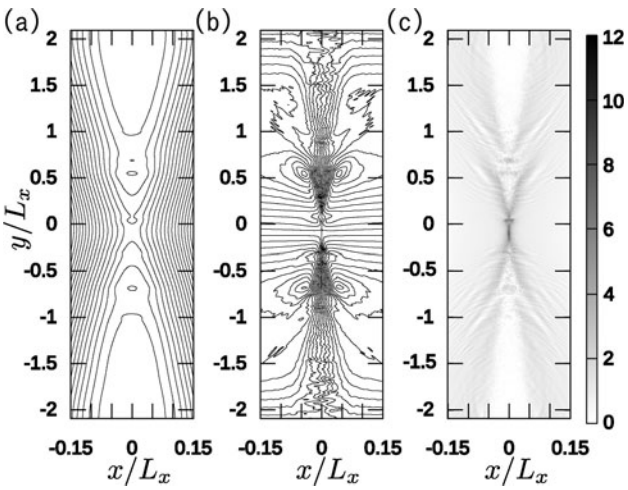

図6　$\varepsilon=5\,d_\mathrm{e}$ の時の (a) ψ，(b)ϕ，(c)$\nabla^2\psi$ ($d_\mathrm{e}/L_x=0.01$，$\rho_\mathrm{S}=0$，$L_y/L_x=4\pi/3$)．

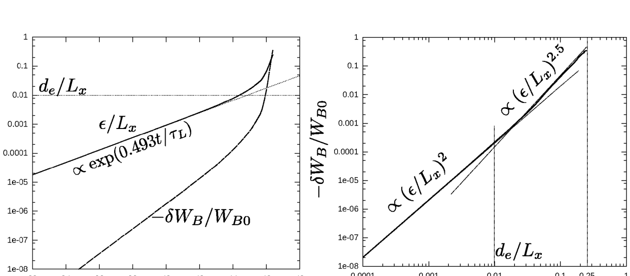

図7　(a)ε と δW_B の時間発展(b)δW_B を ε の関数とみなした両対数プロット．

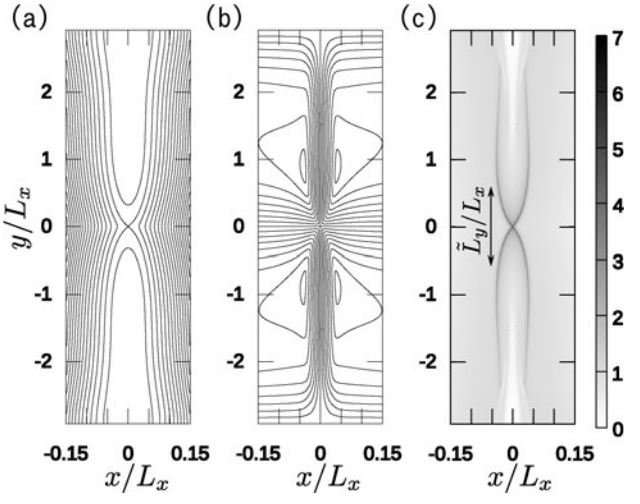

図8 $\varepsilon = 5\,d_e$ の時の(a)ψ，(b)ϕ，(c)$\nabla^2\psi$ ($d_e/L_x = \rho_S/L_x = 0.005$, $L_y/L_x = 5.85$)．

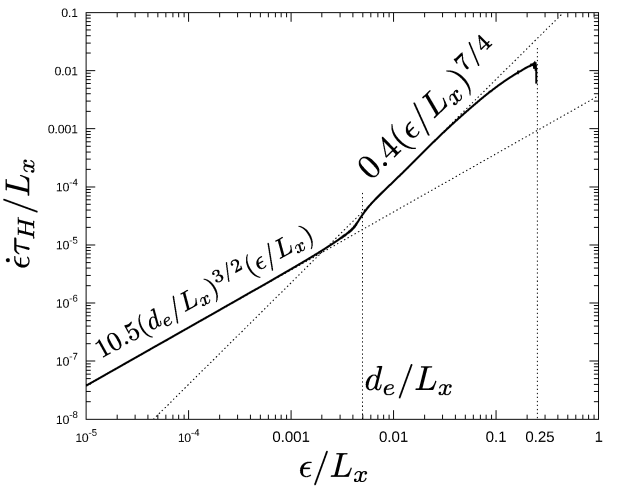

図9 爆発的成長のスケーリング ($d_e/L_x = \rho_S/L_x = 0.005$, $L_y/L_x = 5.85$)．

$$\tau_{\mathrm{rec}}^{(X)} = \tau_{\mathrm{H}}(L_x/d_{\mathrm{e}})^{3/4} \tag{14}$$

と予測される．これはY型モデルの予測(13)よりも速いだけでなく，爆発によって ε が $L_x/4$ まで到達した時の最大速度 $\dot{\varepsilon} \sim L_x/\tau_{\mathrm{H}}$ は，ミクロなスケール長（d_{e} や ρ_{S}）とは無関係であることが注目に値する．

5．実際の現象への示唆

爆発的成長を数値計算によって確認するには高い空間解像度が必要とされるため，現状では前節のような単純化した問題しか我々は扱っていない．実際の磁気リコネクション現象と定量的に比較するためには，三次元的な磁場構造や他の二流体効果，運動論的効果の寄与を考慮しなければならないだろう．とはいえ，そういった今後の課題を明らかにするという意味でも，現状の予測が実際の現象にどの程度あてはまるかどうか考察することは重要である．ここでは，太陽フレアおよびトカマクプラズマの鋸歯状崩壊に対して具体的に爆発の時間を見積ってみる．

太陽フレアはコロナループと呼ばれる磁束管同士のリコネクションによって起こり，その規模や形状は様々ではあるが，強引にパラメータを一つ選んでみよう．太陽フレアが起こるコロナ領域の密度を $n_0 = 10^{14}\,\mathrm{m}^{-3}$ とすると，電子慣性長は $d_{\mathrm{e}} = 0.53\,\mathrm{m}$ である．最大規模のコロナループは，太さが黒点のサイズ程度として $L_x = 10^7\,\mathrm{m}$，磁場強度のピーク値を $B = 0.1\,\mathrm{T}$ としよう．すると，およその磁気シア B/L_x から，$\tau_{\mathrm{H}} = 0.046\,\mathrm{s}$ と見積られる（仮に磁場強度や太さが10分の1の規模を考えても，この τ_{H} の値は同じである）．ループの全長は最大で $L_y = 10^8\,\mathrm{m}$ とすると，Y型モデルでは爆発時間が

$$\tau_{\mathrm{rec}}^{(Y)} = 10^2\ \mathrm{day} \tag{15}$$

となり，観測結果よりかなり遅い．しかし，実際にはループ同士の一部分が接触してつなぎ換わるとするなら L_y はもっと小さくとるべきであり，**図6**で見たようにプラズモイド形成によってX型に近くなるなら，さらに速くなる可能性はある．

コロナ領域の温度は $T_{\mathrm{e}} = 2\times10^6\,\mathrm{K}$ 程度であるので，磁場のピーク値 $B = 0.1\,\mathrm{T}$ の所では $\rho_{\mathrm{S}} = 0.013\,\mathrm{m}$ と見積られ，これは d_{e} よりも一桁小さい．しかし，コロナ領域の平均的な磁場強度は $B = 0.01\,\mathrm{T}$ 程度であり，リコネクション点における磁場強度（いわゆるガイド磁場 B_{z0}）はコロナループ同士の接触角度に依存するので，ρ_{S} が d_{e} と同程度になることはあり得るだろう．局在したX型モデルの爆発時間を見積ると

$$\tau_{\mathrm{rec}}^{(X)} = 3.6\ \mathrm{hour} \tag{16}$$

となり，最大規模の太陽フレアとしては妥当な速さである．しかしながら，T_{e} から見積られるSpitzer抵抗 η を用いると，衝突時間は $\tau_{\mathrm{e}} = d_{\mathrm{e}}^2\mu_0/\eta \sim 1\,\mathrm{s}$ と非常に短く，さすがに d_{e} 程度のミクロスケールでは電気抵抗がかなり支配的となる．太陽フレアでは局所的に T_{e} が十倍になるほどの加熱が起きているので，電気抵抗の寄与は確かに無視できないと思われる．方程式(8)に電気抵抗を加えた数値計算でも，$\rho_{\mathrm{S}} = d_{\mathrm{e}}$ では依然としてX型電流シート構造による非線形加速が見られており，詳細な理論予測は今後の課題である．

トカマクにおける鋸歯状崩壊では，内部キンクモードの不安定成長に伴う磁気リコネクションが起きており，本記事の問題と関連させるならばアスペクト比 L_y/L_x が大きい極限に対応する．電子慣性による内部キンクモードの線形成長率は $\tau_{\mathrm{L}}^{-1} \sim d_{\mathrm{e}} q_1' \omega_{A0}$ によって計算され，q_1' は安全係数 q が $q = 1$ となる磁気面における q の微分であり，ω_{A0} は磁気軸上でのアルフベン周波数である[20]．実際に鋸歯状崩壊を観測した実験結果の論文[21, 22]より，$\omega_{\mathrm{A0}} = 6.4\times10^6\,\mathrm{s}^{-1}$，$T_{\mathrm{e}} = 6\,\mathrm{keV}$，$n_0 = 3.6\times10^{19}\,\mathrm{m}^{-3}$，$q_1' = 2.0\,\mathrm{m}^{-1}$ というパラメータを選ぶと，$d_{\mathrm{e}} = 0.9\,\mathrm{mm}$，$\tau_{\mathrm{L}} = 90\,\mu\mathrm{s}$，$\tau_{\mathrm{e}} = 270\,\mu\mathrm{s}$ を得る[4]．我々のY型モデルの爆発時間 $\tau_{\mathrm{rec}}^{(Y)}$ は τ_{L} と同程度であり，この $100\,\mu\mathrm{s}$ というオーダーの崩壊時間は観測結果と整合する．しかし，τ_{e} も同程度なのでやはり完全な無衝突というよりは，電気抵抗による加熱が無視できないだろう．また，トロイダル磁場 $B = 4.7\,\mathrm{T}$ から，$\rho_{\mathrm{S}} = 1.6\,\mathrm{mm}$ であ

り，これは d_e と同程度である．L_x =0.3 m とすれば X 型モデルの爆発時間は

$$\tau_\mathrm{rec}^{(X)} = 20\ \mu\mathrm{s} \tag{17}$$

となり，スケール比 L_x/d_e がそこまで巨大ではないので，オーダー的には $\tau_\mathrm{rec}^{(Y)}$ とそれ程違いはない．ただし，**図8**のように局在した X 型の電流シートが発生するならば，特定のトロイダル角に集中して局所的な磁気リコネクションが起こることを示唆する．これは $q = 1$ 面より内部の磁場が全て崩壊するのではなく，部分的に崩壊するという実験観測結果[23]と関連しているかもしれない．

6．今後の課題と展望

本記事では非線形かつ非定常な現象である爆発的磁気リコネクションの機構を明らかにするため，理論的アプローチとして変分法を応用した我々の取り組みについて紹介した．無衝突なプラズマは，理想的にはエネルギーを保存する力学系とみなせる．よって，プラズマの運動パターンを仮想変位として与え，磁気エネルギーの減少量を見積ることで，爆発的成長速度を予測することができる．しかし，これはあくまで特定の運動パターンを想定した仮説であり，無限の自由度をもつプラズマが実際にそれに近い運動をするのかどうかは数値計算によって実証する以外に方法はない．**図5**で見たように二次的不安定性や乱流が発生すると，単一のパラメータ ε だけで運動のパターンを記述するのはかなり無理があるだろう．また，電気抵抗によるエネルギー散逸（加熱）が相当量になると変分法を適用すること自体に疑問が生じる．とはいえ，滝壷では激しい乱流が生じるが，滝そのものは単純化すると位置エネルギーを消費する（時間可逆な）落下運動に過ぎない．乱流エネルギーや熱化するエネルギーが，巨視的な運動のエネルギーバランスに比べて小さいのであれば，単純化した爆発的磁気リコネクションの描像もミクロスケールの詳細な物理には無頓着なのかもしれない．

理論的には仮説の域を越えない以上，今後の研究の進展は数値計算によってどこまでスケール比 L_x/d_e の大きい計算ができるかにかかっている．**図9**でも非線形段階のスケーリングがはっきりと直線的に見えているとは言い難く，$d_\mathrm{e} \neq \rho_S$ としたり，他のスケール長（イオンジャイロ半径や抵抗層の幅）を導入して変化を見ようとすると，さらに一，二桁は余裕をもって L_x/d_e を大きくしたいところである．トカマクプラズマの $L_x/d_\mathrm{e} \sim 10^3$ 程度ならば，最先端のスパコンや解適合格子法（電流シート近傍にのみ高い解像度を集中させる[9]）などの駆使によって手が届きそうであるが，筆者の知る限りそのレベルの計算事例は見たことがない．現実的なプラズマのモデルやパラメータを用いつつ，$L_x/d_\mathrm{e} \sim 10^{3-4}$ 程度で明確な爆発的成長のスケーリングを見ることができれば，それを外挿して太陽フレアの規模 $L_x/d_\mathrm{e} \sim 10^7$ まで予測することが可能であろう．

謝　辞

ここで解説した理論研究はテキサス大学の Philip J. Morrison 氏との共同研究によるものであり，数値コード開発や計算を行うに当たっては量子科学技術研究開発機構の矢木雅敏氏，石井康友氏，相羽信行氏，東北大学の服部裕司氏のご協力をいただいた．この場をかりて感謝申し上げたい．ここで示した数値計算結果は東北大学未来流体情報創造センターの共同利用施設である Altix UV1000 を利用して得られた．また，この共同研究は科研費No.25800308および頭脳循環を加速する戦略的国際研究ネットワーク推進プログラム No.55053270による多大な支援を受けた．

参 考 文 献

[1] P.A. Sweet, *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics, IAU Symp. No. 6, edited by B. Lehnert (Cambridge Press, London,1958). P. 123; E.N. Parker, J. Geophys. Res.* **62**, 509 (1957).
[2] P.H. Rutherford Phys. Fluids **16**, 1903 (1973).
[3] 小野 靖 他：プラズマ・核融合学会誌 **89**, 753 (2013).
[4] M. Hirota *et al.*, Nucl. Fusion **53**, 063024 (2013).
[5] M. Hirota *et al.*, Phys. Plasmas **22**, 052114 (2015).
[6] A.Y. Aydemir, Phys. Fluids B **4**, 2469 (1992).
[7] M. Ottaviani and F. Porcelli, Phys. Rev. Lett. **71**, 3802 (1993).
[8] D. Grasso *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, 1497 (1999).
[9] A. Bhattacharjee *et al.*, Phys. Plasmas **12**, 042305 (2005).
[10] D. Grasso *et al.*, Plasma Phys. Rep. **26**, 512 (2000).
[11] A. Biancalani and B.D. Scott, Europhys. Lett. **97**, 15005 (2012).
[12] L. Comisso *et al.*, Phys. Plasmas **20**, 092118 (2013).
[13] A. Ishizawa and T.-H. Watanabe, Phys. Plasmas **20**, 102116 (2013).
[14] I.B. Bernstein *et al.*, Proc. Roy. Soc. London **A244**, 17 (1958).
[15] W.A. Newcomb, Nucl. Fusion Suppl. Pt.2 451 (1962).
[16] W.H. Matthaeus and S.L. Lamkin,Phys. Fluids **28**, 303 (1985).
[17] D. Biskamp, Phys. Fluids **29**, 1520 (1986).
[18] E. Cafaro *et al.*, Phys. Rev. Lett., **80**, 4430 (1998).
[19] B. N. Kuvshinov *et al.*, J. Plasma Phys. **59**, 727 (1998).
[20] F. Porcelli, Phys. Rev. Lett. **66**, 425 (1991).
[21] F.M. Levinton *et al.*, Phys. Fluids B **5**, 2554 (1993).
[22] M. Yamada *et al.*, Phys. Plasmas **1**, 3269 (1994).
[23] 長山好夫：プラズマ・核融合学会誌 **73**, 712 (1997).

廣田　真（ひろた　まこと）

東北大学流体科学研究所助教．2006年東京大学大学院新領域創成科学研究科・博士（科学）を取得後，九州大学大学院数理学研究院，日本原子力研究開発機構の博士研究員を経て，現職．専門は流体とプラズマの安定性理論．三児の父として週末は子どもの行事に振り回されています．家族連れでアメリカテキサス州に一年間滞在したのが，最近の良い思い出です．