

小特集 トーラスプラズマにおけるパリティ

5. まとめ

5. Summary and Discussion

石澤明宏, 岸本泰明, 洲鎌英雄^{1,2)}

ISHIZAWA Akihiro, KISHIMOTO Yasuaki and SUGAMA Hideo^{1,2)}

京都大学, ¹⁾自然科学研究機構核融合科学研究所, ²⁾総合研究大学院大学

(原稿受付: 2016年4月22日)

物理現象を記述する方程式の対称性から, 方程式を解かずともその現象について予測できることがある. 空間座標の反転に対する対称性であるパリティ対称性はそのような利用が可能な磁場閉じ込めプラズマを記述する方程式の性質の一つである. 量子力学におけるパリティの議論では, ポテンシャルが反転対称性を持つ場合, パリティが保存量となる. 磁場閉じ込めプラズマにおけるパリティの議論では, 閉じ込め磁場が反転対称性を持つ場合, パリティを用いることが有用になる.

閉じ込め磁場を持つパリティ対称性は二つに分類される. それは磁力線方向反転対称性と有理面近傍における小半径方向反転対称性である. バルーンモード, イオン温度勾配不安定性, 捕捉電子モードなどトーラス外側(悪い曲率領域)に現れる不安定性は磁力線方向パリティを持つ. そして, これ等の不安定性はトーラス最外側点を原点として, 静電ポテンシャル揺動および密度揺動の分布が磁力線方向に偶関数となる. 静電ポテンシャル揺動と磁場揺動(磁力線方向ベクトルポテンシャル揺動)のパリティは逆で, 磁場揺動は奇関数となる. これ等を表1にまとめた. 一方, 交換型不安定性, テアリングモードなど有理面に共鳴してトーラスの外側内側の区別なく表れる不安定性は有理面近傍パリティを持つ. これ等の不安定性は共鳴する有理面を原点として, 磁気面に垂直な方向に対して偶または奇関数となる. 交換型不安定性は静電ポテンシャルが磁気面に垂直な方向に偶関数であり, テアリングモードは静電ポテンシャルが奇関数である. テアリングモードは磁場揺動が磁気面に垂直な方向に偶関数であるので磁気面を壊し, 磁気島を生成する. 磁力線方向パリティと有理面近傍パリティどちらに対しても, 静電ポテンシャル, 密度, 温度は同じパリティであり, 磁場揺動, 磁力線方向速度, 磁力線方向電流が同じパリティである(表1).

揺動の振幅が大きくなると, 非線形性効果が重要になる. 奇パリティモードは非線形項がある方程式系(簡約化MHD方程式系, 二流体方程式系, ジャイロ運動論方程式系など)をも満たす(表2). つまり, テアリングモードなどの奇パリティモードはパリティを保ったまま非線形飽和することが可能である. 一方, 偶パリティモードは非線形

項がある場合, 方程式系を満たさない(表2). したがって, ITGモードなどの偶パリティモードはパリティを保ったまま非線形飽和することができない. そして飽和時には必ず奇パリティモードを生成するとともにその磁場揺動は磁気面を破壊する(プラズマベータが小さい極限では磁場揺動は無視できることに注意する). これは交換型不安定性などの偶パリティモードに共通な一般的性質である. 例えば, 有理面近傍パリティについては, 偶パリティの電磁的なITGモード(特にトロイダル配位)の作る帯状静電ポテンシャルは奇パリティ, 帯状磁場ポテンシャルは偶パリティであることを意味している. 帯状流はドリフト波乱流を抑制する効果があるが, 帯状静電ポテンシャルが奇パリティであることから帯状流($\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ シア流)は偶関数となり, したがって揺らぎの偶関数構造を保ったまま(旋回運動を引き起こすことなく)揺らぎを変形させる性質があることがわかる. また, 帯状磁場は平衡磁場の変形を通して

表1 揺動のパリティの分類. ϕ は静電ポテンシャル揺動(流れ関数揺動), $A_{||}$ は磁場揺動(磁力線方向ベクトルポテンシャル揺動), $\hat{n}$ は密度揺動, $v_{||}$ は磁力線方向速度揺動, $J_{||}$ は磁力線方向電流密度揺動, $\hat{T}$ は温度揺動を表す. 磁力線方向パリティ $P_Q(r, \theta, \zeta) = Q(r, -\theta, -\zeta)$ と有理面近傍パリティ $P_x Q(x, y) = Q(-x, y)$ の分類は同じなのでこの表では両者の区別なく表示する.

モードの種類	ϕ $A_{ }$ $\hat{n}$ $v_{ }$ $J_{ }$ $\hat{T}$
偶パリティモード (磁力線方向: ITG, TEM, バルーン) (有理面近傍: 交換型)	偶 奇 偶 奇 奇 偶
奇パリティモード (磁力線方向: 微視的テアリング) (有理面近傍: NTM, テアリング)	奇 偶 奇 偶 偶 奇

表2 偶パリティモードおよび奇パリティモードが, 磁化プラズマの方程式を満たすか否かを示す. ここで, 磁化プラズマの方程式は簡約化MHD方程式, ジャイロ運動論方程式, ジャイロ流体方程式, 長谷川・若谷方程式, 長谷川・三間方程式などを指す.

パリティの種類	磁化プラズマの方程式	線形化した 磁化プラズマの方程式
偶パリティモード	満たさない	満たす
奇パリティモード	満たす	満たす

corresponding author's e-mail: ishizawa@energy.kyoto-u.ac.jp

モード構造を変化させる効果があるが、対応する帯状磁気ポテンシャルが偶パリティであることから帯状磁場は奇関数となり、したがって有理面における磁気シアの変化を通してモード構造を変化させる特性があることがわかる。帯状磁場が偶関数の場合は有理面での磁気シアは変化しない。何れも、1次揺らぎの飽和過程に寄与する2次揺らぎである帯状モード構造とそれを通した1次揺らぎの抑制のメカニズムをパリティを通して考察することができる。

運動論に基づいて定量的に評価される磁場閉じ込めプラズマの新古典輸送、乱流輸送や径方向電場に対して、平衡磁場の幾何学的対称性のため基本方程式が獲得するパリティ変換不変性は、大きな影響をもつ。粒子運動の規格化ジャイロ半径を摂動展開パラメータとして用いたオーダーリングに基づいて、トラス磁場閉じ込めプラズマを記述する Boltzmann (あるいはジャイロ) 運動論の方程式および Maxwell 方程式の解および粒子・熱・運動量の輸送フラックスを表現することができる。解の最低次のオーダーの部分、局所 Maxwell 分布関数および静止 MHD 平衡に対応するものとする、1次のオーダーの解を求め、そのアンサンブル平均部分および揺動部分を用いることにより、新古典および乱流輸送フラックスを、それぞれ、計算するという手続きがなされる。軸対称 (トカマク) あるいは非軸対称 (ヘリカル) のトラス平衡磁場配位が、それぞれ、上下対称性やステラレータ対称性を有する場合、上述の Boltzmann-Maxwell 方程式系が、ある種のパリティ変換に対して不変であることが示され、それにより、プラズマの運動量輸送や径方向電場の決定機構に拘束条件が付加される。特に、上下対称トカマク配位や準対称ヘリカル配位において、2次のオーダーまで、対称性を有する方向への運動量輸送フラックスがゼロとなり、径方向電場の値に依らず、粒子輸送フラックスが両極性条件を自動的に満足することとなり、径方向電場の決定には運動量バランス方程式を3次のオーダーまで正確に取り扱うことが必要となる。この事実に関連して、逆に、上下対称性が破れたトカマク平衡磁場配位を構成することにより、大きなトロイダル運動量輸送を可能にして、プラズマ閉じ込め改善につながるようなトロイダルフローを形成しようとする研究も進められてきている。

パリティ混合は、不安定性で解放されたプラズマの自由エネルギーが他のパリティを持つ自由度へ移送される過程である。したがって、パリティ混合を理解することは不安定性の飽和振幅および飽和状態を予測することに役立つ。不安定性の飽和振幅および飽和状態を予測することに役立つ。たとえば、フーリエモード分解は、不安定性が持つ特徴的な波長から短波長あるいは長波長の安定なモードへの自由エネルギーの移送を理解可能にする。パリティ混合は、あるパリティ (偶奇性) を持つ不安定性から別のパリティを持つ安定なモードへの自由エネルギーの移送を理解することに役立つ。ITG, TEM などの偶パリティモード (ITG モードはスラブ配位では奇パリティモードになる場合もある) は非線形相互作用によるパリティ混合によって奇 (テアリング) パリティを生じる。つまり、非線形性

はプラズマを磁気面が壊れる方向に不可逆に進める。実際、ドリフト波乱流とテアリングモードの双方を考慮したマルチスケールのシミュレーションでは、初期に微視的スケールのドリフト波乱流が卓越している場合でも、両者が相互作用する過程でパリティが変換され、ドリフト波のエネルギーがテアリングモードに移送する結果、準定常状態ではテアリングモードが優勢な揺らぎのパターンが形成されることが示された。これは上述の「偶パリティモードは非線形相互作用によるパリティ混合によって奇 (テアリング) パリティを生じる」との仮説を検証するものであろう。また、この効果に起因して、磁気島の振動現象などの顕著な現象が観測されたが、それらもパリティの制約を強く受けた現象であることから、これらの現象の実験観測を通して逆にパリティを計測するなどの試みも今後期待される。このパリティに対するエネルギー分配機構を理解することは、磁気面破壊を防ぐあるいは低減することに対しても有用であろう。

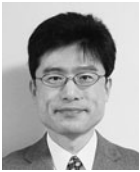
核融合をめざした閉じ込めプラズマには、マクロスケールの MHD モードからメソスケールのイオン系モード、さらにミクロスケールの電子系モードと時空間スケールの異なる様々な1次揺らぎが存在し、これらが相互作用することによって帯状モードを含む多彩なダイナミクスや構造が創出され则认为られているが、本小特集で議論した原理方程式系が内在的に持つ“偏り”や“方向性”は、実現する揺らぎの形態に強い制約を与えるものであり、系の長時間のダイナミクスや構造を理解する上で重要である。

大型ヘリカル装置 (LHD) およびヘリオトロン J はステラレータ対称性を持つので、今回のパリティ対称性は成立し、パリティ分類は正確に成立する。一方、トカマク装置はトロイダルと方向に一樣なため、ポロイダル θ 方向の対称性 (上下対称性) があれば、今回のパリティ分類が正確に成立する。トカマクのダイバータ配位など上下対称性がない場合にはこの対称性は近似的に成立する。このように、本小特集で議論したトラスプラズマにおけるパリティ対称性は現実の実験装置では厳密に成立せず、多くの場合、対称性は近似的なものである。また、揺動についても、実験では外的な要因によるかく乱が常にあり、純粋に偶パリティモードまたは奇パリティモードのみが存在する状況は期待できない。さらに、不安定性の成長が飽和した時には非線形性は強いので、偶パリティと奇パリティは混ざる。しかし、多くの場合は、不安定性の駆動源 (自由エネルギー) である分布の勾配 (温度、密度、電流密度などの勾配) がある程度維持されるので、線形成長時のパリティが重要となる。本小特集で示された偶奇性が近似的に成立すると考えると、LHD 実験観測のように詳細な揺動分布の計測が可能になった現代では [1], パリティ分類は実験観測される揺動から不安定性を同定することに役立ち、さらにその閉じ込めへの影響を理解し予測することに役立つものと期待する。

参考文献

- [1] X.D. Du *et al.*, Phys. Rev. Lett. 114, 155033 (2015).

小特集執筆者紹介



いし ざわ あき ひろ
石澤 明 宏

京都大学大学院エネルギー科学研究科准教授。磁場閉じ込めプラズマにおける電磁的不安定性に興味を持って研究を行っています。最近は特にジャイロ運動論シミュレーションを用いた電磁的不安定性の研究に力を入れています。詳細は <http://www.center.iae.kyoto-u.ac.jp/kondok/ishizawa/index.html>。



す が ま ひ で お
洲 鎌 英 雄

自然科学研究機構核融合科学研究所ヘリカル研究部核融合理論シミュレーション研究系 教授。専門は、磁場閉じ込め核融合プラズマの物理。特に、ジャイロ運動論に基づくプラズマの微視的不安定性、新古典・乱流輸送の理論研究を行っている。余暇には、MLBに興味があり、先日、名古屋ドームで大谷投手の160 km/h超の速球を生で見て、メジャーで活躍するのを早く見たいと願っている。



きし も と や す あき
岸 本 泰 明

京都大学大学院エネルギー科学研究科教授。1981年広島大学修士課程修了，1984年大阪大学博士課程修了，日本原子力研究所・那珂研究所（現量子科学技術研究開発機構）を経て，2004年より現職。トカマクを中心としたプラズマの乱流輸送やレーザーと物質との相互作用に関する理論・シミュレーション研究などに従事。核融合の実現とともに，構造形成に関わる幅広いプラズマ物理現象に興味を持って研究を行っています。

(HP:<http://www.center.iae.kyoto-u.ac.jp/kishi/index.html>)