講座 粒子運動論〜惑星から荷電粒子まで

5．おわりに

5. Concluding Remarks

古川　勝
FURUKAWA Masaru
鳥取大学大学院工学研究科

（原稿受付：2015年１月23日）

本講座「粒子運動論　〜惑星から荷電粒子まで」では，質点系の力学に関し，幾何学的な性質に則った現代的アプローチについて解説した．特に，実際に問題を解く際に必要となる方法として，Lie 変換摂動論とシンプレクティック数値積分法を取り上げ，その基礎理論と応用について解説した．まず，各章・節の内容を改めて簡単におさらいしたい．

第２章「Hamiltonian系に対するLie変換摂動論と案内中心運動への応用」では，まず非正準変数を用いて Hamilton 力学が一般化され，さらに微分形式を用いて定式化された．多様体における写像による座標系やベクトル場，微分形式の変換の一般論（数学的基礎を含む）に続き，Lie 変換摂動法による基本１形式の変換則が調べられた後，電磁場中の荷電粒子の運動への応用，特に案内中心の運動（ドリフト運動論）が解説された．

第３章「離散シンプレクティック積分法の理論」では，運動方程式の離散化ではなく，離散変数で表された作用積分を停留にする変分積分法が解説された．一般的な理論に続き，基底関数の取り方による簡単化（symplectic partitioned Runge-Kutta法）と，特に２次精度のStörmer-Verlet法を用いた調和振動子の計算例も示された．

第4.1節「太陽系力学に於けるシンプレクティク数値積分」では，中心天体周りのケプラー運動に対応する可積分な部分とそれ以外という Hamiltonian 分割が，数値計算の高速化に有効で実用的であることが解説された（Wisdom-Holman map）．また，シンプレクティック数値積分における Hamiltonian の振動に関する分析が述べられた．

第4.2節「ビーム物理学」では，まず，加速器設計における電磁場中の粒子軌道追跡について，Hamiltonian を厳密に解ける部分とそれ以外に分割し，後者にシンプレクティック数値積分法を通常用いることが解説された．次に，加速器の性能を制限するエミッタンス増大の原因として，ビームビーム効果が数値計算結果も用いて解説された．

第4.3節「分子動力学における能勢熱浴とシンプレクティック数値積分」では，分子動力学シミュレーションにおいて熱浴を実装するための拡張 Hamiltonian 系（能勢熱浴）が紹介された．次に，能勢熱浴における Hamiltonian 分割と，シンプレクティック数値積分法の構築法が解説された．

第4.4節「逃走電子のカオス」では，トカマクプラズマの放電崩壊（ディスラプション）時に発生する相対論的な電子（逃走電子）の運動について，シンプレクティックな陰的ガウス公式と，古典的な４次の Runge-Kutta 公式の間でのエネルギー保存が比較された後，高エネルギー電子のドリフト共鳴によって粒子軌道がカオス的になることが示された．

第4.5節「自由電子レーザー中の相対論的荷電粒子の運動」では，収束型ウィグラー磁場中の相対論的電子軌道を正準・非正準変数に基づき解析する基礎理論が解説された．次に，ガイド磁場も印加した場合に，ウィグラー／ジャイロ運動の共鳴の有無に応じた変数が選ばれ，Lie 変換摂動論が適用された．

いずれも物理学（力学）と数学（幾何学）の最新理論を取り入れて発展しており，それらを通じて分野間で相互に関連している．逆に，これらの最新研究が物理学と数学を発展させているとも確信している．本講座で扱ったような研究に今後関わる学生諸氏には，まず本講座の内容を理解した上で，これを足掛かりに他分野へも情報発信力のある研究を展開されることを期待している．

今後の展望として，本講座で触れられなかった二点を述べさせていただく．それは，常微分方程式で表される MHD 固有値問題への Lie 変換摂動論の適用が考えられていること*[1]，シンプレクティック数値積分法の偏微分方程式系への応用が進みつつあることである*[2]．いずれも，理論面のみならず実用面からも今後の発展が大いに期待される．

最後にもう一度，本講座を実現するにあたり，貴重な時間を割いて議論，執筆くださった皆様に心から感謝いたします．

＊１　徳田伸二氏，私信．

＊２　例えば，T.J. Bridges, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **121**, 147 (1997).

Graduate School of Engineering, Tottori University, TOTTORI 680-8552, Japan

author's e-mail: furukawa@damp.tottori-u.ac.jp