J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.1 (2015) 10‐12

小特集

コーシー条件面（CCS）法によるプラズマ位置形状再構築

The Cauchy-Condition Surface (CCS) Method for Plasma Equilibrium Shape Reproduction

1．はじめに

1. Introductory Remarks

栗 原 研 一
KURIHARA Kenichi
日本原子力研究開発機構核融合研究開発部門

（原稿受付：2014年 9 月29日）

核融合エネルギーによる発電の早期実現をめざして研究開発が進展している．本格的な核燃焼を行う国際熱核融合実験炉 ITER は建設中であり，トカマク型プラズマ磁場閉じ込め方式の原型炉設計が全日本体制で開始されようとしている．この磁場閉じ込め方式における炉心プラズマを知る・操る方法の新たな展開が，プラズマ特性解明に重要な役割を果たしてきたという事実は，装置の開発史と伴に広く知られている．本小特集のテーマである「コーシー条件面（Cauchy Condition Surface（CCS））法」も，新たなプラズマ最外殻磁気面形状を「知る」方法として日本で初めて提案されたものであり，2000年に JT-60 の実時間制御時のプラズマ位置形状再構築手法として実用に供された．

磁場閉じ込め方式におけるプラズマ位置形状の実時間制御および平衡状態の診断は，各種不安定性を予測したり，不安定性によるプラズマの急激な変化に対しても適切な位置および形状を維持して安全な運転に貢献したり，またダイバータ部におけるストライクポイントを適切に制御したり，さらには電子サイクロトロン加熱等の共鳴位置を正確に定め不安定性を抑制するためなどにも非常に重要な課題である．Cauchy 条件面法は，磁気センサー信号やコイル電流値から直接位置形状を高精度でかつ高速に再構築して，これら課題の本質的な解決策となり得る方法である．特に近年トカマクに加え，ヘリカル，逆磁場ピンチ，球状トカマクでの応用が示され，磁場閉じ込め核融合分野において国内外において利用が広がりを見せている．

この方法の最大特徴は，偏微分方程式の解析解法の一つであるグリーン（Green）関数法に基づく解析解に基礎を置いている点にある．そのことから他の如何なる方法も厳密な解析解に勝るものはないという意味において，プラズマを囲む真空場の磁気計測を基にする実践的な最外殻磁気面再構築法としては，一種の「究極の方法」といえる．如何なる断面形状をもつドーナッツ型のプラズマが存在する場とトポロジー的に同様な体系の電磁場解析に対して，次元等に対応した適切な Green 関数の選択により，広い応用可能性をもつ方法である．特に，解析的な論理展開にとことんこだわり，数値計算は最後の実体形への適用段階まで回避するという考え方は，高精度を必要とする他の課題解決においても一つの普遍的アプローチとなると思われる．

一方，このような特長をもつ Cauchy 条件面法が登場する前の実験解析方法はどのような状況であったのか．これまでのプラズマ最外殻磁気面位置形状を求める手法の開発経過を数理的流れに注目してレビューしてみよう（詳しい手法の内容は，当学会誌解説記事[1]および文献[2]を参照）．

トカマク型プラズマの高い性能が初めて世界で注目された1960年代頃，プラズマ圧力や電流等によるトーラスを広げようとする力を，外部コイルによる垂直磁場で抑えて平衡状態を作ることが実験上の最低要件であったことから，軸対称円形断面プラズマの中心位置が磁気センサーから計算する手法が求められた（下の①）．その後，非円形断面プラズマへも適用可能なように改良されると伴に，断面形状がエネルギー閉じ込め性能を決める重要因子の一つであることが実験で明らかになるにつれ，プラズマ中心位置だけでなく，最外殻磁気面形状や平衡諸量までも計算する方法の研究開発へと発展していった（下の①②③）．

その時点で考案されていた方法は，変位電流を無視した電流・磁場間のマクスウェル方程式 $\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}$ において，

Japan Atomic Energy Agency, Naka, IBARAKI 311-0193, Japan

author's e-mail: kurihara.kenichi@jaea.go.jp

解析領域の違いによる分類として当時の方法を今整理しなおすと，大きく以下の３種類と考えられる：

①$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}$で$\mathbf{j} = \mathbf{0}$の穴の開いた（＝プラズマは解析領域外）真空場の方程式の変数分離解（無限級数解）において，最初の有限項で解を近似し，その線形結合係数をセンサー信号から計算．

②$\mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}$で$\mathbf{j} \neq \mathbf{0}$のプラズマ領域および周辺の真空場の両方を解析領域とし，プラズマ領域に置いた未知分布電流源の位置，電流値，重心等をセンサー信号から計算．分布電流源としては，有限個のフィラメント電流源，シート状の分布電流源，プラズマ電流分布の表現関数自身，等々を採用．

③磁場（＝磁束密度：$\mathbf{B}$），磁束（ψ）の両センサーをペアで設置し，磁束値をセンサー設置場所でのプラズマ側展開式：$\psi(x) \approx \psi(0) + 2\pi r \cdot x \cdot \mathbf{e}_x \cdot \{\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{B}(0)\}$に従って外挿し，別の方法で求めた最外殻磁気面磁束値：$\psi(x) = \psi_{\mathrm{oms}}$までの距離$x$をセンサー設置箇所毎に算出し，多点を繋げて形状を求める．ここで$\psi(x)$，$\psi(0)$：外挿点xおよび０点での磁束，$\mathbf{B}(0)$：０点での磁場ベクトル，r：円柱座標系の中心軸からの距離，$\mathbf{e}_x$：外挿方向の単位ベクトル，x：外挿方向距離，$\mathbf{N}$：２章の**図２**中で定義された変換行列．

方法①は，一意解を提供するが，無限級数の項数制約による精度劣化影響の問題が円形（＝座標系のグリッド線の形状）からずれるに伴い発生する．方法②は，単純周回分布電流（＝平衡を無考慮）の可同定性について一意性が原理的になく，解が分布電流源の場所に敏感過ぎて非適切解となり易い．方法③は，非常に粗い近似に基づいており，最外殻磁気面がセンサーから少し離れれば，直ちに精度劣化をもたらす．このようにそれまでの方法には，非円形断面プラズマの実験解析や制御に適用できる満足な方法はなかったことがわかる[脚注＊１]．

Cauchy条件面法の理論的基礎である境界積分方程式解の導出は，このような課題克服をめざして行われた．方法①の無限級数解を，Green関数を用いた積分形式解にすることで，解析解の表現段階でいささかも近似を含めないという方針で精度劣化要因を極力排除した．前述したとおり断面形状が閉じ込め性能に大きく影響を与えるという実験事実がちょうど明らかになってきた時期でもあり，非円形断面プラズマである初期ITER（非円形度$\kappa>2$）やJT-60U（$\kappa>1.6$）に適用し最外殻磁気面形状が精度よく再構築できることを示して，実験解析や制御の高度化にとって新展開となった．

境界積分方程式解法は，全ての境界（即ち設定した閉曲面（線））での周回積分を必要とすることから，センサーが設置された閉曲面（軸対称系では閉曲線）では離散設置センサー間の内挿を伴う計算となるが，十分な数のセンサーがない場合，この内挿計算の精度劣化が再構築精度の劣化に繋がる．これを解決すべく，個数に制限があるセンサー値については設置点での最小二乗的評価対象にすることでセンサー閉曲面（線）に沿う周回積分だけは回避する算法に変更し，コーシー条件面（Cauchy Condition Surface（CCS））法と名付けた．Cauchy条件とは，２階偏微分方程式の解の一意性の議論における境界条件の種類の名前で，デリクレ（Dirichlet）条件（境界で未知関数自身の数値が規定される条件．この問題では磁束値が与えられることに対応.），ノイマン（Neumann）条件（境界で未知関数の境界法線方向微分値が規定される条件．この問題では磁束密度が与えられることに対応.）とした時，Cauchy条件とは，境界でDirichletおよびNeumann両条件が同時に規定される条件と定義される．仮想的に設置する閉曲面境界上でのCauchy条件をセンサー信号から計算する方法であることから，Cauchy条件面法という呼称に至った．

本小特集では，磁場閉じ込め型プラズマ核融合装置における一つの基本的な実験解析手法についての紹介であるが，電磁場解析，ベクトル解析，偏微分方程式解法，実践的実時間算法などの課題克服では，数理的な格闘ならではの普遍性のある考え方が展開される面白さがあるように思われる．それが少しでも伝われば幸いである．

小特集の構成は以下のとおりである．

第２章「CCS法の原理」では，プラズマの位置形状制御を行う一般化された体系の中で，問題の定式化を行う．原理的にCCS法が解析解の形式を維持しているので，センサー数の増加に従って境界積分方程式解に近づくことから，最も精度のよい解を与えることがわかる．また，どのような磁気センサーが，位置形状同定の必要十分条件になるのか，といった計測条件を導くまでの応用にも言及する．再構築結果については，JT-60UおよびITER（非円形度が大きい初期設計のケース）への適用例を示す．CCS法の精度について，現在でもEFITの前段や多くの装置で実施されているフィラメント電流近似法との大規模な比較データを提示するとともに，多くの素朴な疑問についてQ&A形式で回答を記述する．

第３章「各磁場閉じ込め方式におけるプラズマ解析・制御へのCCS法の応用」では，磁場閉じ込め方式毎にCCS法の適用例について紹介する．具体的には，トカマク型装置KSTARおよびJT-60SA，球状トカマク装置QUEST，逆磁場ピンチ装置RELAX，ヘリカル型装置LHD（３次元体系として）への適用検討・実適用結果について，各装置の特徴，適用における課題と対策にも触れながら，それぞれの装置に適用した専門家による．

第４章「CCS法によるプラズマ位置形状再構築の課題と展望」では，今後原型炉に向けたプラズマ計装に想定される幾つかの状況（ブランケット構造材中の渦電流の存在，

脚注＊１：方法②の一つであるフィラメント電流源を用いた方法でまず真空場を求め（米国GA社DIII-Dで初提案），次にプラズマ中の電流分布・圧力分布を表現する未知変数を含む関数形を予め指定して，真空場情報と平衡条件$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \mathrm{grad}\ p$を課して未知変数を求める算法が世界の多くの装置で開発され稼働していた．特にDIII-Dで開発されたEFITは現在も世界中の多くの装置で使用され，Motional Stark効果を利用した内部の磁場計測を制約条件として付加するなど改良が適宜加えられている．しかし，多くの使用実績にも係らずEFITが算出した最外殻磁気面が他の計測との比較がKSTARで行われ，Cauchy条件面法より誤差が大きいことが最近報告されている．この事実を説明する明確な理由は解の一意性という本質的な問題が背景にあり，後の章で触れることになる．

プラズマ近傍に設置できないピックアップ型磁気センサーの課題，積分器を必要とする磁束センサーの代わりに磁束値を絶対磁場の計測から計算で求める方法，等々）について言及し，検討の方向性にコメントする．その結果，将来の研究課題への発展性について示し，CCS 法を巡る興味ある話題に触れる．最後の第 5 章では，小特集を振り返って総括する．

参 考 文 献

［1］栗原研一：プラズマ・核融合学会誌 **76**, 65 (2000).
［2］K. Kurihara, Fusion Eng. Des. **51-52**, 1049 (2000).