

レビュー論文

核燃焼プラズマにおけるレーザー偏光法を用いた電流密度、電子密度および電子温度の分布計測

Profile Measurement of Current Density, Electron Density and Electron Temperature Using Laser Polarimetry on Burning Plasma

今澤良太, 河野康則, 伊丹 潔

IMAZAWA Ryota, KAWANO Yasunori and ITAMI Kiyoshi

日本原子力研究開発機構

(原稿受付: 2014年3月31日 / 原稿受理: 2014年9月30日)

核燃焼プラズマのパラメータでは、従来のレーザー偏光法では考慮されていないファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングおよび相対論効果を考慮する必要がある。ITERの条件において、カップリングおよび相対論効果がある場合でも、レーザー偏光法を用いて電流分布が誤差10%以内に再構築可能であることを示した。また、相対論効果がファラデー効果およびコットン・ムートン効果に対し異なる作用をすることに着目し、レーザー偏光計測装置のデータ（偏光方位角と偏光楕円率角）から電流密度、電子密度および電子温度の分布を再構築する手法を考案した。この手法は、少数の計測器で当該プラズマパラメータを得られることを示しており、DEMO 炉をはじめ将来の核融合発電炉への適用が有望であると考えられる。

Keywords:

laser polarimetry, relativistic effect, DEMO, equilibrium reconstruction, coupling between Faraday and Cotton-Mouton effect

1. はじめに

電流・安全係数分布の計測・制御は、トカマクの運転および物理研究において極めて重要な役割を担っており、ITERでは新古典テアリングモード抑制および負磁気シアにおける安全係数極小値位置の実時間制御のために安全係数分布の実時間測定が計画されている[1]。日本が調達を担当するITERポロイダル偏光計測装置は、このような電流・安全係数分布の測定を主目的とした計測装置である。本論文は同計測装置の研究開発の中でも、特に偏光計の測定データから安全係数や他の物理量の分布を再構築する新手法について、最近の筆者らの成果を報告するものである。

ポロイダル偏光計とは、トカマクのポロイダル断面上にレーザーを入射し、プラズマ通過前後のレーザーの偏光状態の変化を測定する装置である。ポロイダル偏光計を用いた電流分布計測はJT-60U[2], JET[3], TFTR[4], MST[5], ToreSupra[6], C-Mod[7]といった装置で実績がある。ポロイダル偏光計は、十分な偏光状態の変化を得るために遠赤外レーザーを用いるのが一般的である。DEMO炉における光学計測の課題として、しばしばプラズマ対向ミラーの劣化の影響が挙げられる[8]。これは、プラズマによるスパッタリングおよび不純物の堆積による反射率の顕著な低下および反射率の偏光特性の変化により計測が成立しないという懸念である。偏光計が用いる遠赤外光は、可視光に比べミラーの劣化に対する耐性が高いため、DEMO

炉や将来の核融合炉において適用可能性がある波長帯と考えられる。また、ITERでは動的シュタルク効果分光計測（以下、MSE）が加熱用中性粒子ビーム（以下、HNB）を用いるため、軸外し入射時やHNBを入射しない時間帯（例えばプラズマ電流立ち上げ時）およびHNBを使用しない運転シナリオではMSEが使用できないため、電流・安全係数分布計測におけるポロイダル偏光計の重要性は極めて高い。

従来の手法では、偏光状態の変化過程はファラデー効果のみであるという近似を行い、電流分布を再構築していた。しかし、ITERをはじめとする核燃焼プラズマ装置では、高電子密度およびプラズマサイズの大規模化によりファラデー効果とコットン・ムートン効果がカップリングするため、従来の手法をそのまま適用することができない。さらに、核燃焼プラズマのように高電子温度の場合、偏光状態の変化における相対論効果も考慮する必要がある。そのため、ITERではレーザー偏光法による電流・安全係数分布の測定が困難になるのではないかと懸念があった。本研究では、カップリングおよび相対論効果がある場合でも再構築が可能であることを初めて明らかにするとともに、従来測定してきた偏光方位角に加えて偏光楕円率角も測定することで高精度な安全係数分布の再構築が可能であることを示した。

また、ファラデー効果とコットン・ムートン効果におけ

る相対論効果に対する依存性が異なることに着目し、偏光方位角、偏光楕円率角およびプラズマ境界の測定データを用いて磁場、電子密度および電子温度の再構築を行う新手法を提案した。この新手法は、少数の計測装置で DEMO 炉をはじめ将来の核融合発電炉を運転できる可能性を示している。

2. 偏光状態の変化過程

本節では、電流分布の再構築に用いられる偏光状態の変化を記述する方程式に関して簡単に説明する。光の伝搬方向を z 軸とし、右手系を成すように直交 xyz 座標系を定める (ポロイダル偏光計ではトロイダル方向を y 軸とすることが一般的である)。偏光した光の場合、ある一地点における電場 (\vec{E}) の時間変化の軌跡は、 $E_x - E_y$ 空間において楕円になる。これを偏光楕円と呼ぶ。偏光楕円は、方位角 θ と楕円率角 ϵ という 2 つのパラメータで定義可能である。方位角 θ は偏光楕円の長軸と E_x 軸との成す角であり、楕円率角 ϵ は偏光楕円の長軸と短軸の長さの比の逆正接である。図 1 はこれらのパラメータと偏光楕円の関係を示している。

磁場が z 軸成分しかない場合、プラズマ中の電磁波の分散関係式より左回りおよび右回り円偏波が固有伝搬モードとして導かれる。2 つの円偏波の位相速度が異なるため、プラズマ通過中の偏光状態は回転する。つまり、方位角 θ が変化する。この変化過程はファラデー効果と呼ばれる。方位角 θ の変化量は次式で与えられる。

$$\frac{d\theta}{dz} = -C_{FR}\lambda^2 n_e(z) B_{\parallel}(z) \quad (1)$$

ここで、 C_{FR} は 2.6312×10^{-13} (rad/T), λ は波長 (単位 m) であり、 n_e は電子密度 (単位 m^{-3}) であり、 B_{\parallel} は光の伝搬方向と平行な磁場成分 (単位 T) である。

磁場が z 軸に垂直な成分しかない場合、プラズマ中の固有伝搬モードは、遠赤外線領域において近似的に 2 つの直交した直線偏光と見なせる。これらの直線偏光の位相速度が異なるため、プラズマ通過中の偏光状態の楕円率角 ϵ が変化する。この変化過程はコットン・ムートン効果と呼ばれる。楕円率角 ϵ の変化量は次式で与えられる。

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{C_{CM}}{2} \lambda^3 n_e(z) B_{\perp}^2(z) \sin(2\theta(z) + 2\beta(z)) \quad (2)$$

ここで、 C_{CM} は 2.4568×10^{-11} (rad/mT²), B_{\perp} は光の伝搬方

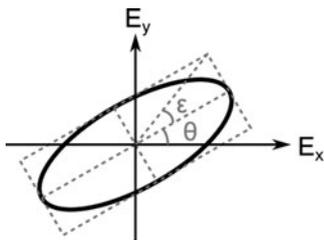


図 1 偏光状態を定義する 2 つのパラメータである方位角 θ および楕円率角 ϵ の模式図。

向と垂直な磁場成分 (単位 T) であり、 β は B_{\perp} と y 軸が成す角である。楕円率角の変化量の大きさは方位角 θ に依存する。固有伝搬モードは B_{\perp} と平行および垂直方向に振動する電磁波なので、偏光楕円の長軸が B_{\perp} に対して $\pm 45^\circ$ の方向に向いている時が最も楕円率角の変化量が大きくなる。そのため、ファラデー効果によって偏光楕円が回転するとコットン・ムートン効果による楕円率角 ϵ の変化量が変わる。これはファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングを引き起こす機構の中で最も直感的に理解可能なものである。

コットン・ムートン効果がファラデー効果の影響を容易に受ける一方で、ファラデー効果はコットン・ムートン効果の影響を受けにくく、 B_{\perp} が存在する場合でも、式 (1) は方位角 θ の変化の良い近似を与える [9]。従来の偏光計を用いた電流分布再構築では式 (1) の逆問題を解いている。コットン・ムートン効果が大きい場合は、偏光状態の変化は次式で表されるストークス方程式 [10] で与えられる：

$$\frac{d\vec{s}}{dz} = \vec{\Omega} \times \vec{s} \quad (3)$$

ただし、

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} \cos 2\epsilon \cos 2\theta \\ \cos 2\epsilon \sin 2\theta \\ \sin 2\epsilon \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} C_{CM}\lambda^3 n_e B_{\perp}^2 \cos 2\beta \\ -C_{CM}\lambda^3 n_e B_{\perp}^2 \sin 2\beta \\ -2C_{FR}\lambda^2 n_e B_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (5)$$

である。ベクトル \vec{s} は偏光学の分野で一般的に使用されているパラメータの一つであり、ストークスベクトルと呼ばれている。

上記のストークス方程式は、cold plasma 近似を仮定して導出されている。電子温度が高い場合は、相対論効果を考慮した次式 [11] を用いる必要がある。

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} C_{CM}\lambda^3 n_e \left(1 + \frac{9}{2} \frac{T_e}{m_e c^2}\right) B_{\perp}^2 \cos 2\beta \\ -C_{CM}\lambda^3 n_e \left(1 + \frac{9}{2} \frac{T_e}{m_e c^2}\right) B_{\perp}^2 \sin 2\beta \\ -2C_{FR}\lambda^2 n_e \left(1 - 2 \frac{T_e}{m_e c^2}\right) B_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (6)$$

また、 $T_e/m_e c^2$ の 2 次の項まで考慮された式も知られている [12] が、2 次の項は小さく、本研究が対象とした電子温度領域 (30 keV 以下) では無視可能である。

ちなみに、本節で紹介した式 (2) は筆者らがストークス方程式の近似解として導出した式であり、一般的に知られているコットン・ムートン効果の公式とは異なっている。一般的に知られている公式は、固有伝搬モード間に生じる位相差 $\Delta\delta$ を与える式であり、 $\Delta\delta = C_{CM}\lambda^3 n_e B_{\perp}^2 \Delta z$ で与えられる。この公式を修正して、磁場の向き (β) および偏光状態 (θ および ϵ) の寄与を考慮した式を導出することは可能

であるが、煩雑なのでここでは割愛する。詳しくは参考文献[9]を参照されたい。

3. 高精度な電流分布再構築法の開発

本研究では、プラズマ（最外殻磁気面）の位置・形状を既知として、電流分布を再構築することとした。これは、ITERなどの核燃焼プラズマでは表皮時間が長いため、電流分布が変化する時間スケールはプラズマ位置・形状が変化する時間スケールに比べて長いという理由からである。つまり、プラズマの境界検出とポロイダル偏光計とでは必要な時間分解能に差があり、異なる時間スケールの計算ループで処理が可能である。そのため、電流分布を再構築する際は同定済みのプラズマ位置・形状データが利用可能である。まず本節では、従来の手法と同様に他の計測装置で計測した n_e および T_e を利用して、相対論効果を考慮したストークス方程式（式(3)および(6)）の逆問題を解く場合を考える。

測定対象としてITERの標準運転シナリオS2（誘導運転シナリオ）およびS4（定常運転シナリオ）[13]を想定し、ITERポロイダル偏光計測装置の視線レイアウト（15本）およびレーザー波長（119 μm ）を用いた場合の電流分布再構築を行った。この測定条件では、ファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングが無視できない。このことを端的に示したのが図2である。図2(b)および(c)は、水平に測定レーザーを入射する場合（図2(a)）の方位角および楕円率角の変化量を示している。これらの計算において、プラズマ入射前の偏光状態は、トロイダル磁場に対して45度傾いた直線偏光とした。これは、コットン・ムートン効果が最も大きく生じる条件である。実線が相対論効果を考慮したストークス方程式の解であり、点線が式(1)および(2)の解である。図2(b)はS2のパラメータを用いており、図2(c)では中心電子密度を10分の1としそれ以外のパラメータは同図(b)と同じ値を用いている。図2(b)では、カップリングの影響により、特に楕円率角において分布形状が大きく異なっているのが確認できる。方位角もカップリングの影響は受けており、コットン・ムートン効果が大きいところで実線と点線に差異が生じている。相対論効果の影響を取り除いたカップリングの方位角に対する影響を評価すると、その大きさは最大で3.5度であった。これは後述の測定精度（0.5度）に比べて大きく、無視できない大きさである。一方、図2(c)では、カップリングの影響はほとんどないが、楕円率角において、磁気軸付近で実線と点線とで差異が生じているのは式(1)および(2)が相対論効果を考慮していないからであり、カップリングの影響ではない。

次に、ITERで想定されている測定精度を考慮し、安全係数の同定誤差を評価した。ITERで想定されている測定精度は、プラズマ位置形状、総プラズマ電流 I_p 、電子密度 n_e および電子温度 T_e の95%信頼区間（標準偏差を σ として $\pm 2\sigma$ の領域）がそれぞれ10 mm、1%、10%および5%である[1]。偏光計の精度は、方位角および楕円率角はそれぞれ0.5度および3度であると想定した。再構築の手法は、

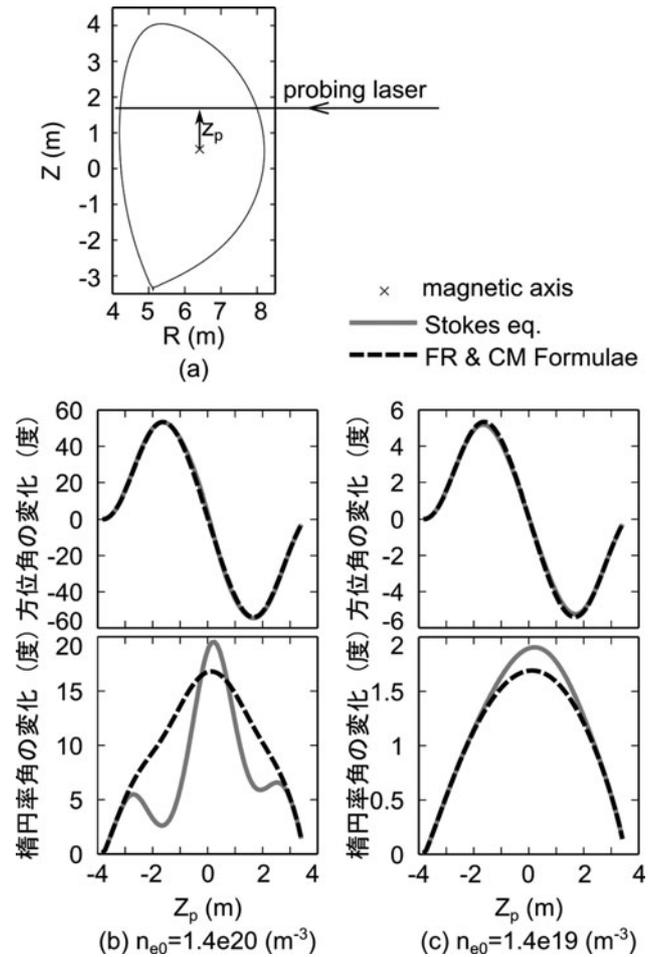


図2 ファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングの影響。(a)計測レーザーの定義、(b)ITER運転シナリオS2における方位角および楕円率角の変化量、(c)中心電子密度を(b)の10分の1にした場合の方位角および楕円率角の変化量。実線は相対論効果を考慮したストークス方程式（式(3)および(6)）の解であり、点線はファラデー効果の公式（式(1)）およびコットン・ムートン効果の公式（式(2)）の解である。

トロイダル電流密度を多項式関数と仮定し、ポロイダル偏光計の測定データに対する非線形最小二乗法を用いたフィッティングにより多項式の係数を決定する手法を採用した[14]。安全係数の再構築誤差の95%信頼区間を計算した結果が図3である。相対論効果を考慮したストークス方程式であっても誤差10%以内[1]で逆問題を解くことが可能であることを示している。図3のS2およびS4における最大誤差は、それぞれ5.4%と8.6%である。これは、方位角および楕円率角の精度がそれぞれ0.5度および3度であれば、ITER計画において求められている安全係数の径方向分布の測定精度10%[1]を、ポロイダル偏光計だけで満足可能であることを示している。同じ条件で、コットン・ムートン効果を用いないで再構築した場合の誤差は、S2およびS4でそれぞれ6.0%および11%であった。従来、ファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングはポロイダル偏光計測における課題であると考えられていたが、本結果が示すように、相対論効果を考慮したストークス方程式の逆問題であっても再構築が可能であるが示された。むしろ、カップリングを通じて楕円率角の測定データ

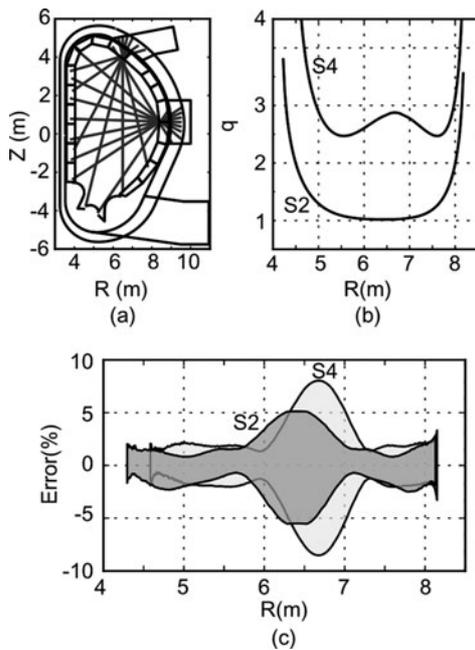


図3 ITER 運転シナリオ S2 および S4 での電流分布再構築の例。(a) 視線レイアウト, (b) 赤道面における安全係数の径方向分布, (c) 計測誤差を考慮して再構築して得られた安全係数の95%信頼区間の径方向分布。

にポロイダル磁場の情報が含まれているため、より高精度な電流分布計測が可能となることがわかった。

筆者らは負磁気シアやカレントホールがある場合等、さまざまな電流分布形状における電流分布再構築の性能評価を行い、線積分測定である偏光計であっても、高精度な電流分布の再構築が可能であることを示した。詳しくは参考文献[15]を参照されたい。

4. 電流密度、電子密度および電子温度の同時再構築法の開発

本節ではポロイダル偏光計の新たな可能性を示す。前節では電流分布を再構築する際に、他の計測装置で測定したプラズマの位置形状、 n_e 、 T_e および I_p を利用した。これは現在の核融合装置が物理実験装置であり、多種類の計測装置を有しているからこそ成立する手法である。しかし、将来の発電炉では少数の計測装置で運転できることが好ましく、前節の手法をそのまま適用することは考えにくい。例えば、現在 n_e および T_e を測定するのに一般的なトムソン散乱計測は、プラズマ対向ミラーの劣化に関する課題を克服する必要があり、 I_p を測定するために用いられているロゴウスキーコイルは照射効果による絶縁体の誘電率の変化および長時間運転 (~1年) における信頼性の維持といった課題がある。これらのことは、そもそも DEMO 炉において他の計測装置で測定した n_e 、 T_e および I_p のデータを利用する電流分布再構築が適切であるかどうかという疑問を投げかける。そこで本研究では n_e 、 T_e および I_p の測定データを利用しない再構築手法を検討した。プラズマの位置形状は反射計などを用いることで将来の核融合炉でも測定可能である[16]と考えられるため、偏光計で測定した方位角 θ

および ε ならびにプラズマの位置形状を入力データとし、電流密度 j_ϕ 、 n_e および T_e を同時に得る方法を提案する[17]。

まず、解くべき問題を整理する。未知数と制約条件については、3種類の未知数 (j_ϕ 、 n_e および T_e) に対して、プラズマの力学的平衡方程式 (Grad-Shafranov 方程式)、 θ の測定データ (主にファラデー効果を反映) および ε の測定データ (主にコットン・ムートン効果を反映) の3種類の制約条件がある。また、式(6)に着目してみると、相対論効果はファラデー効果の係数 C_{FR} を減少させる一方、コットン・ムートン効果の係数 C_{CM} を増加させるように働いている。式(1)および(2)にあるとおり、方位角および楕円率角の変化量は (カップリングがなければ) 電子密度に比例するので、電子密度と電子温度とでは偏光状態の変化に対して全く異なる依存性を示している。このことは、レーザー偏光法の測定データが、最小二乗法を用いた再構築に適した性質をもっていることを示している。

この着想に基づき、前節と同様、ITER 運転シナリオ S2 の磁場配位と ITER ポロイダル偏光計の視線レイアウトおよびレーザー波長を対象として、 j_ϕ 、 n_e および T_e の同時再構築を行った。図4は測定誤差がない場合の再構築結果である。再構築計算において、 j_ϕ 、 n_e および T_e を格化ポロイダル磁束の多項式関数と仮定した。中心電子密度 n_{e0} を $10^{20}(\text{m}^{-3})$ とし、中心電子温度 T_{e0} を 5, 10, 20, 30 keV と条件を変えて再構築を行った。中心電子温度が 10 keV 以上で相対論効果が大きい場合に、 j_ϕ 、 n_e および T_e の再構築に成功できているのが確認できる。次に測定誤差がある場合について本手法の精度を評価した。中心電子温度が 30 keV の場合に、方位角および楕円率角の測定データにそれぞれ標準偏差が 0.1度及び 0.6度のランダムな誤差を与えて再構築計算を行った。 j_ϕ 、 n_e および T_e の誤差を評価した結果、再構築後の誤差の標準偏差は電流密度、電子密度、

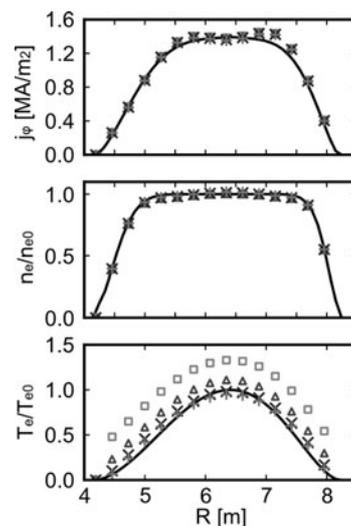


図4 ポロイダル偏光計の測定データと最外殻磁気面の情報から、電流密度、電子密度および電子温度を再構築した結果。実線はリファレンスを示しており、□、△、×、+はそれぞれ中心電子温度が 5, 10, 20, 30 keV の場合の結果を示している。参考文献[17]より再掲。

電子温度がそれぞれ12%, 8.4%, 31%であった。

この結果が十分であるかどうかを評価するためには、核燃焼プラズマの（物理研究ではなく）制御に必要な計測精度を知る必要があるが、現在国内外において鋭意進められているDEMO炉の計測に関する検討の進展を待ちたい。いずれにしても、 j_ϕ , n_e および T_e の制御（もしくは監視）が必要であると考えられ、少数の計測器で実現できる本手法は有望であろう。そして、本手法を適用する上で、上述の誤差を低減する必要があるということになれば、方法は何通りか考えられる。単純には、視線数を増やすことや波長数を増やせばよい。視線数を増やす場合、懸念されることはプラズマ対向壁に計測用の開口を開けることによりネットのトリチウム増殖率が低下してしまうことである。日本のDEMO炉設計案の一つであるSlim-CSの場合、計測用に7.5 m²の開口面積を確保している[18]。偏光計1視線のために、直径100 mm程度の観測孔が2つ必要（インボード側にレトロリフレクターを設置するため）として、これは400視線分以上の面積に相当する。したがって、設計次第では多くの計測レーザーを入射することは可能である。波長数を増やす場合は、ファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリング強度が異なる波長を適切に選択することが重要である。例えば15視線・3波長（57, 119, 171 μm）を用いると、誤差は3.8%, 3.9%, 22%に低減可能である。他の誤差低減策としては、事前情報の活用ということも有望である。将来の核融合炉では運転シナリオが固定されていると考えられるので、想定している分布（事前情報）に低次の誤差項を加え、その誤差項を本研究で考案した再構築手法で推定するという事も考えられる。プラズマが運転シナリオから逸脱したか否かを判定するには十分な精度を提供できるであろう。

5. 結論

本研究では、ファラデー効果とコットン・ムートン効果のカップリングおよび相対論効果がある場合でも、電流・安全係数分布の再構築が可能であることを初めて明らかにするとともに、偏光方位角だけでなく偏光楕円率角の変化

も測定することで高精度な電流・安全係数分布の再構築が可能であることを示した。これは、偏光楕円率角の情報がカップリングを通じてポロイダル磁場再構築の精度向上に貢献するからである。

ファラデー効果とコットン・ムートン効果における相対論効果に対する依存性が異なることに着目し、偏光方位角、偏光楕円率角およびプラズマ境界の測定データから磁場、電子密度および電子温度の同時再構築が可能であることを数値実験により明らかにした。本成果は、レーザー偏光法を用いた電子温度計測という新手法を開拓しただけではなく、少数の計測装置でDEMO炉をはじめ将来の核融合発電炉を運転できる可能性を示している。

参考文献

- [1] G. Vayakis *et al.*, Proceedings of 24th IAEA Fusion Energy Conference, ITR-P5/37 (San Diego, USA, October 8-13, 2012).
- [2] T. Fukuda *et al.*, Kakuyugo Kenkyu 59, Supplement, 16 (1988).
- [3] G. Braithwaite *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 60 (9), 2825 (1989).
- [4] C.H. Ma *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 57 (8), 1994 (1986).
- [5] D.L. Brower *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 74 (3), 1534 (2003).
- [6] C. Brault *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 82, 043502 (2011).
- [7] C.H. Ma *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 66 (1), 376 (1994).
- [8] A.J.H. Donné *et al.*, Nucl. Fusion 52, 074015 (2012).
- [9] R. Imazawa *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion 54, 055005 (2012).
- [10] F.D. Marco and S.E. Segre, Plasma Physics 14, 245 (1972).
- [11] V.V. Mirnov *et al.*, Phys. Plasmas 14, 102105 (2007).
- [12] V.V. Mirnov *et al.*, Nucl. Fusion 53, 113005 (2013).
- [13] M. Shimada *et al.*, Nucl. Fusion 47, S1 (2007).
- [14] R. Imazawa *et al.*, Nucl. Fusion 51, 113022 (2011).
- [15] R. Imazawa *et al.*, Proceedings of 24th IAEA Fusion Energy Conference, ITR-P5/38 (San Diego, USA, October 8-13, 2012).
- [16] C.E. Kessel and N.L. Bretz, Nucl. Fusion 39, 445 (1999).
- [17] R. Imazawa *et al.*, Rev. Sci. Instrum. 83, 123507 (2012).
- [18] K. Tobita *et al.*, JAEA-Research 2010-019 (2010).