



小特集 電子ビームを用いたミリ波・テラヘルツ波発生基礎と物理

4. 低エネルギー電子ビームにより駆動される チェレンコフ自由電子レーザーの発振過程

浅川 誠

関西大学 システム理工学部

(原稿受付：2012年7月25日)

チェレンコフ自由電子レーザーは、電子の速度が光の位相速度よりも速いという特殊な状況を作り出し、光を発生するものである。位相速度を下げるために電子と電磁波の相互作用領域は誘電体で囲まれている。本章では、まずこのような誘電体で囲まれた導波路の電磁場分布および電磁波の分散関係の解析について述べる。そしてこの電磁波と電子の相互作用の数値計算結果について述べ、導波路すなわち共振器の最適設計の過程を報告する。

Keywords:

Cherenkov radiation, free electron laser, evanescent wave, double-slab resonator

4.1 CFEL の原理

チェレンコフ自由電子レーザー (Cherenkov Free-Electron Laser: CFEL) は、直進する電子ビームで光を発生・増幅させるものであり、強力な磁場が必要な自由電子レーザーやジャイロトロンと比較すると構造が簡素である[1-4]。この特徴を説明するために、図1に示したような運動する電子が作る電磁場について考えてみる。一般に観測点におけるスカラーポテンシャルは系に分布する電荷密度 $\rho(\vec{x}')$ によって作られ、電荷密度の位置から観測点まで場が伝わる時間 $|\vec{x}-\vec{x}'|/c^*$ を考慮して

$$\phi(\vec{x}, t) = \int \frac{\rho\left(\vec{x}', t - \frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c^*}\right)}{4\pi\epsilon|\vec{x}-\vec{x}'|} dV \quad (1)$$

と表すことができる。ここで c^* はこの系での光の位相速度である。運動する電子の電荷密度は電子の位置を $\vec{r}(t)$ とすれば $\rho(\vec{x}', t) = q\delta(\vec{x}' - \vec{r}(t))$ と表すことができる。これを前

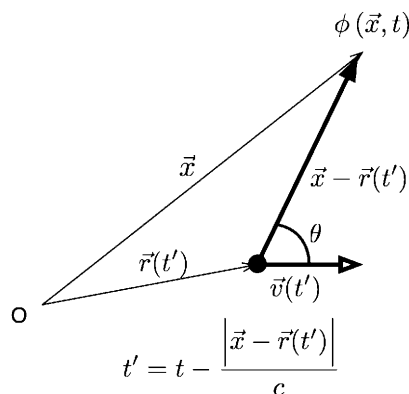


図1 運動する電子が作るスカラーポテンシャル。

式に代入し積分を実行すれば、リエナール・ヴィーヘルトポテンシャル

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{q}{4\pi} \frac{1}{|\vec{x}-\vec{r}(t')| \left(1 - \frac{v(r')}{c^*} \cos \theta\right)} \quad (2)$$

が得られる[5]。ここで v は電子の速さ、 θ は電子速度の向きと観測点までのベクトルのなす角度である。また t' は、方程式 $t' - t + |\vec{x}-\vec{r}(t')|/c = 0$ の解であり、遅延時刻と呼ばれる。もし c^* が電子の速度より小さく、 $v/c^* > 1$ であれば、上式の分母は $\cos \theta = c^*/v$ を満たす位置で0になる。スカラーポテンシャルは分母=0になる電子を起点に速度 $\vec{v}(t')$ と角度 θ をなすライン近傍で無限大に発散するから、このライン近傍に強い電場が生じる。これがチェレンコフ放射であり、光発生のために強力な磁場を必要としない。CFEL ではこれを種光とする。

$v/c^* > 1$ の条件を作るには系の光速 c^* を真空中の光速 $c = 3 \times 10^8$ m/s より下げなければならない。図2にダブルスラブ型 CFEL 発振器の基本構造を示す[6]。金属導波管

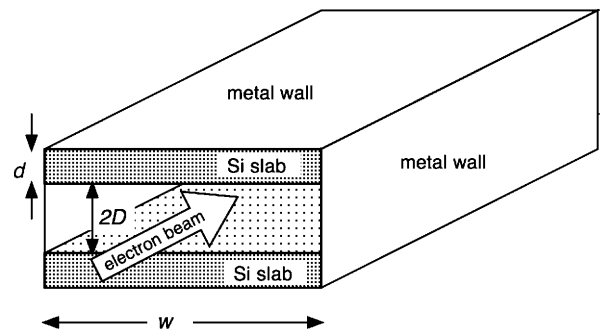


図2 CFEL の基本構造。

内に誘電体板を2枚対向配置したものである。誘電体板の間に電子ビームを入射する。誘電体板の近傍を伝搬するため電磁波の位相速度は下がり、電子の方が光より速いという状況を作り出せる。誘電率が高いほど光速を遅くすることができる。我々の光共振器ではテラヘルツ帯で比誘電率11.6を持つシリコンを用いており、光位相速度は真空中の光速の29%にまで下げられている。この速度に相当する電子の加速エネルギーは23.5 keVである。実際には電磁波は導波管中に閉じ込めるので、位相速度は若干速くなる。これを考慮して40～50 keVまで電子を加速している。

直進する電子ビームで光を増幅するためには、すなわち光の電場により直進する電子の速度を下げるためには、光は電子の進行方向に平行な電場成分を持たなければならない。これは導波管でいうところのTMモードである。以下ではダブルスラブ型CFEL共振器中のTMモードの分散関係および、CFELの共鳴条件について解説した後、光増幅特性について述べる。

4.2 CFEL 共振器内の電磁波の分散関係と共鳴周波数

図3に解析で用いるCFEL共振器モデル図を示す。電磁波の伝搬方向を z 軸にとり、解析を容易にするため導波管は y 軸方向に無限に広いと仮定した。

低電流密度の電子ビームを用いる場合、電磁波の電場に対して波動方程式

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{\epsilon(x)c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

が成立する。CFEL共振器では比誘電率は x 軸の位置の関数であり、真空領域 ($|x| < D$) では

$$\epsilon(x) = 1$$

シリコン板領域 ($D < |x| < D+d$) では

$$\epsilon(x) = \epsilon_r$$

である。これをシリコン板-真空領域の境界 (すなわち $|z| = D$) で電磁波の位相および E_z が連続、金属表面 (すなわち $|z| = D+d$) で電場の境界に平行な成分が0 (すなわち $E_z = 0$) という境界条件の下で解くと、角周波数と波数を

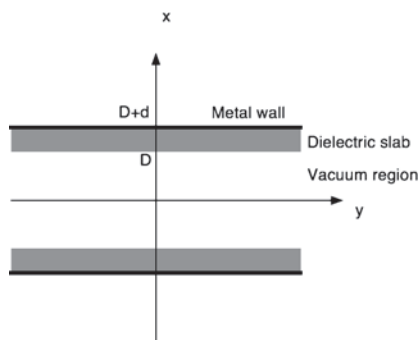


図3 CFEL 共振器.

持つ TM モードの電場は、真空中間隙で

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \frac{k_z}{k_0} \sinh(qx) \exp i(k_z z - \omega t) \\ E_y &= 0 \\ E_z &= E_0 \frac{q}{k_0} \cosh(qx) \exp i(k_z z - \omega t + \pi/2) \end{aligned} \quad (4)$$

シリコン板中で

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \frac{k_z}{\epsilon_r k_0} \left[\sinh(qD) \cos p(x-D) \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_r \frac{q}{p} \cosh(qD) \sin p(x-D) \right] \exp i(k_z z - \omega t) \\ E_y &= 0 \\ E_z &= E_0 \frac{p}{\epsilon_r k_0} \left[\sinh(qD) \sin p(x-D) \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_r \frac{q}{p} \cosh(qD) \cos p(x-D) \right] \exp i(k_z z - \omega t - \pi/2) \end{aligned} \quad (5)$$

である。式中のパラメータはそれぞれ

$$\begin{aligned} k_0 &= \omega/c \\ p &= \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_z^2} \\ q &= \sqrt{k_z^2 - k_0^2} \end{aligned}$$

である。また分散関係は

$$\epsilon \frac{q}{p} \cos(pd) \cosh(qD) - \sin(pd) \sinh(qD) = 0 \quad (6)$$

である。これは金属表面で $E_z = 0$ となる条件である。すなわち(6)式が満たされれば(5)式の E_z が0になる。真空中間の電場は、シリコン板からの距離とともに指数関数的に減少し、 $x=0$ で最も弱くなる。これは真空領域の電磁波がエバネッセント波であることに起因する。電磁波は主に誘電体中を光速 c より遅い速度で伝搬しており、その一部が真空領域に漏れだしていると解釈すれば、このモードが真空中であっても c より遅い位相速度を持つことが理解できる。

厚さ $d=30 \mu\text{m}$ のシリコン板を間隔 $D=30 \mu\text{m}$ で配置した場合の分散関係を図4に示す。図中実線が式(6)に基づく分散曲線であり、破線は加速エネルギー50 keVの電子と同じ速さの位相速度を持つ電磁波の分散関係である。以下、これをビームモード分散直線とよぶ。図4の分散関係は、ある波数に対して根となる角周波数を無数に持つが、それらの中で最も周波数が低い根を TE_{01} モードと呼ぶことにし、これを図中に示した。 TE_{01} モードの分散曲線とビームモード分散直線の交点にあたる周波数では、電子速度と電磁波の位相速度が一致し増幅が起こる。この条件を共鳴条件と呼ぶ。上記の共振器構造での共鳴周波数は1 THzであり、これより高い周波数の電磁波の位相速度は電子速度より遅くチェレンコフ放射光発生条件を満たす。電子速度を遅くするとビームモード分散直線の傾きは小さくなり、共鳴周波数が高くなることがわかる。電子ビーム加速エネルギー

ギーを 27 keV にまで下げると、共鳴周波数は 2 THz まで上昇する。このようにして CFEL では周波数を連続的に調整できる。加速エネルギーを 26 keV より低くすると、すべての周波数の TM モードの位相速度よりも電子速度は遅くなり、チェレンコフ放射は発生しなくなる。

共鳴周波数を電子エネルギーにより調整できる範囲外にまで大きく変えたい場合には、電磁波の分散関係を変えなければならない。TE₀₁ モードの分散曲線は真空間隙 2D にはほとんど依存せず、シリコン厚さ d に大きく依存することが分散関係 (6) 式の数値計算からわかった。図 5 にシリコン厚さと共鳴周波数の関係を示す。電子ビームエネルギーを 27 keV から 50 keV までの範囲で変えた際の共鳴周波数可変範囲は、 $d=30\ \mu\text{m}$ では 1~2 THz、 $d=100\ \mu\text{m}$ では 0.25~0.6 THz、 $d=6\ \mu\text{m}$ では 5~11 THz となっており、共鳴周波数はほぼ d に反比例することがわかる。このことを考えると CFEL は簡単に高周波数化できるように見える。しかし高い周波数では (5) 式の q が大きくなり、真空領域での電場は急速に減衰する。その結果、電磁波と電子ビームの相互作用は弱くなり、利得が減少する。高周波数化には厚さ d とともに間隙 D も小さくしなければならない。

4.3 増幅過程と CFEL 共振器の最適設計

電磁波との相互作用による電子の運動エネルギー K の時間変化は電子の電気量を $-e$ 、速さを v_z とすると

$$\frac{dK}{dt} - e\vec{v} \cdot \vec{E} = -ev_z E_z \quad (7)$$

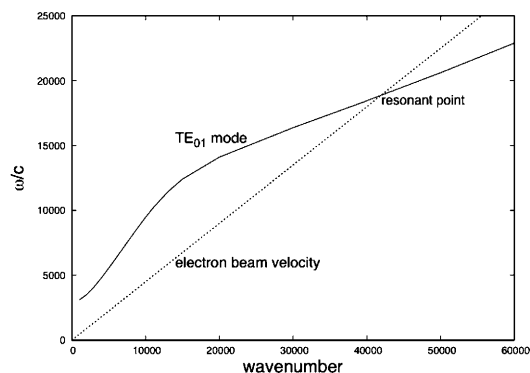


図 4 分散関係、 $d=D=30\ \mu\text{m}$ での計算結果。

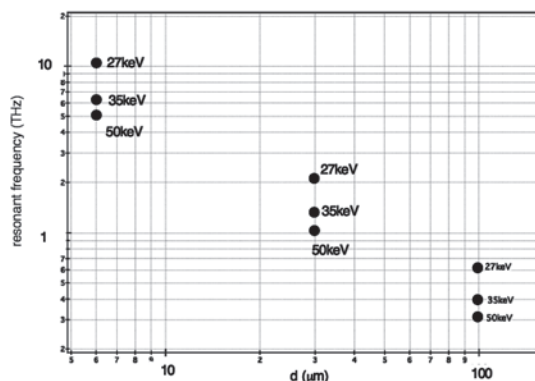


図 5 共鳴周波数とシリコン板厚 d 。

で与えられる。即ち電子速度と電場の E_z 成分が同じ向きであれば電子はエネルギーを失い、電磁波が増幅される。電子が共振器を通過する間、このような条件を維持するためには、電子速度は電磁波の位相速度に近くなければならない。これが図 4、5 で議論した共鳴条件である。実際の装置では CW の電子ビームを入射するので電子は図 6 (a) に示すように、電磁波のすべての位相を感じる。この場合、減速されて電磁波にエネルギーを渡す電子と、加速され電磁波からエネルギーを奪う電子がほぼ同数存在する。これでは正味の光増幅は期待できない。レーザー発振のためには共鳴条件から若干はずれた、すなわち電磁波の位相速度より若干速い電子を入射することで、減速粒子数のほうを加速粒子数より多くし、電子ビーム全体の運動エネルギーが減少するような状況を作らなければならない。CFEL における電子ビーム - 電磁波相互作用を調べるため 1 次元シミュレーションコードを開発し、発振に必要な装置設計パラメータおよび飽和出力について調べた。

図 7 は共鳴速度で進む電子のエネルギー K_0 より大きいエネルギー K を持つ電子ビームを入射した場合の小信号利得の計算結果である。計算は共鳴周波数 1 THz、共振器長 11 cm の条件で行った。この条件では $K/K_0 = 1.0001$ のところで小信号利得は最大となった。この最適なエネルギーを持つ電子が共振器を通過する間 (L/v_z) に、電磁波より先行する位相量 $k_z L - \omega L/v = k_z L(1 - v_{\text{phase}}/v_z)$ は 2.7 rad である。これは解析解 2.6 に近い値となっており、他の様々な条件でも同様の値になった。このような最適エネルギーの電

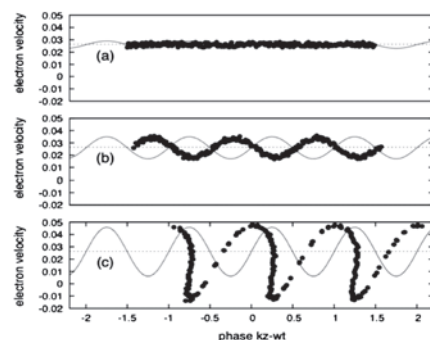


図 6 電子と電磁波の相互作用。

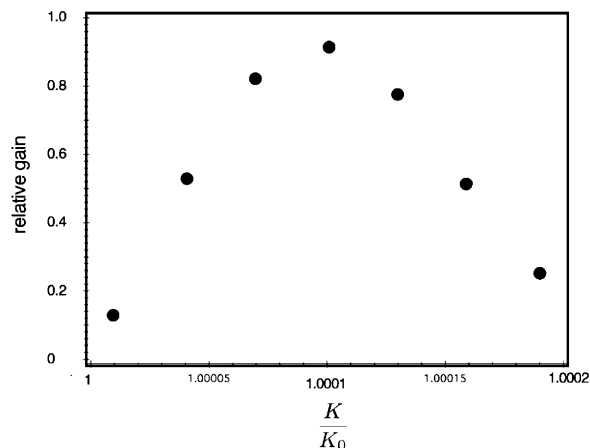


図 7 電子エネルギーと利得。

子を入射した場合の増幅過程が図6 (b)および(c)に示されている。電磁波強度が弱い小信号領域(b)では電子速度は弱い変調を受けるが、減速粒子のほうが多いため電磁波は増幅される。電磁波強度が飽和レベルに達した場合(c)ではこの傾向が顕著である。さらに飽和時には電子は電磁波の波長おきに並んだ狭い領域に集群化し、コヒーレントな放射光が出力される。このような現象は通常の自由電子レーザー発振原理と同じである。しかし、直進する電子で光り増幅を実現できる点が大きく異なる。小信号利得が最大となる K/K_0 を α とし、電子エネルギーのディチューニング量 $\alpha-1$ と共振器長 L の関係を調べると $\alpha-1 \propto 1/L$ の関係があった(図8参照)。ディチューニングエネルギーは電子が過剰に持っているエネルギー、すなわち電子が電磁波に渡すことができる最大のエネルギーであるから飽和出力はおおよそ L に反比例すると考えられる。しかしながら図9に示すように小信号利得はおおよそ L^3 に比例するから、共振器長は飽和出力と小信号利得の兼ね合いで決めなければならない。

表1に開発中のテラヘルツ帯チェレンコフ自由電子レーザー動特性をまとめる。電子ビームパラメータは我々が開発したコンパクトCFEL用電界放出アレイ電子銃の動作パラメータである[7]。この電子銃は最大60 A/cm²に達する電子ビームを、CFEL発振器の断面積より広いエミッ

表1 テラヘルツ CFEL の最適構造.

Electron beam	Energy	30~50 keV
	Current density	60 A/cm ²
	Current	2.3 mA
Resonator	Thickness d	30 μ m
	Gap $2D$	30 μ m
	Length L	11 cm
	Width w	3 mm
THz output	1 THz:50 keV	35 mW
	1.5 THz:35 keV	15 mW

ション面から発生できる。共振器パラメータはシミュレーションにより最適化したものである。以下で共振器パラメータ、特にシリコン板厚 d と真空間隙 $2D$ の最適化について説明する。シミュレーションは、1往復当たりの共振器損失を5%として行った。この損失には光取り出し効率2.5%が含まれている。式(3)から真空間隙を広げると間隙中の平均 E_z は低下し、電子と電磁波の相互作用は弱くなる。これは小信号利得を低下させる効果がある。一方で、間隙を広くすると共振器を通過する電子ビーム電流量は増加し、小信号利得を高めるという効果もある。したがってCFEL共振器の真空間隙 d は最適化できるパラメータである。図10に小信号利得に対する間隙 $2D$ の影響を示す。電子ビームエネルギー50 keV(周波数1 THz)では $2D/d=1$ で最大の利得が得られ、35 keV(周波数1.5 THz)では $2D/d=0.6$ で利得は最大となる。さらにエネルギーを下げると(周波数を上げると)利得は間隙を狭くするほど高くなる。この結果から周波数可変範囲を1~1.5 THz程度におさえれば、 $2D$ は $0.6d \sim d$ 程度にとるとよいといえる。

共振器幅を広げると電力密度が下がる。これは相互作用が弱くなるために起こる小信号利得低下と飽和出力増加効果をもたらす。共振器幅を3 mmとすることで発振に十分な小信号利得と10 mWを越える飽和出力が得られることがシミュレーションからわかった。

4.4 まとめ

ダブルスラブ型共振器内を伝搬する電磁波の電磁場分布および分散関係の解析解を示した。材料を固定して考えれ

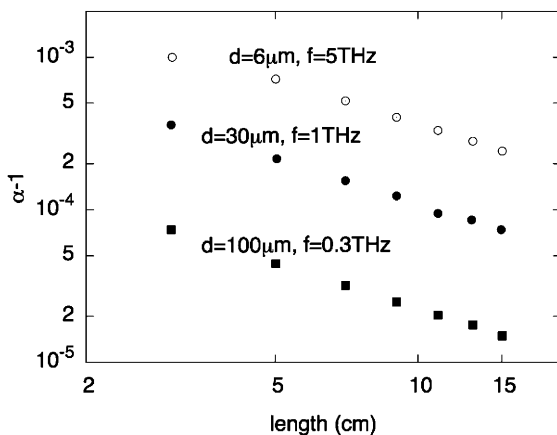


図8 共振器長とディチューニングパラメータ.

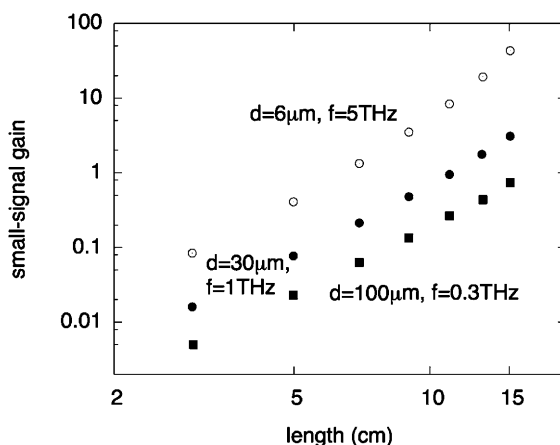


図9 共振器長と小信号利得.

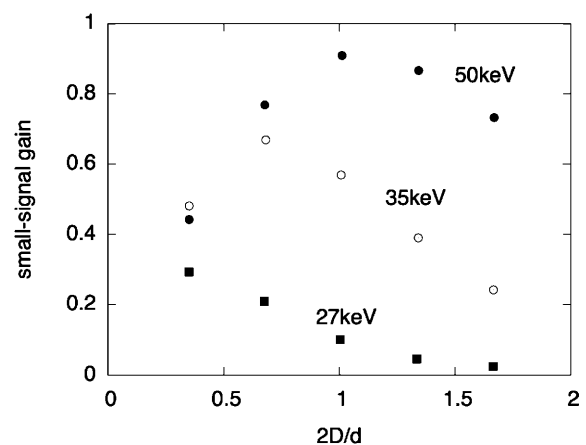


図10 真空間隙と小信号利得.

ば、分散関係は誘電体板の厚さでほぼ決定される。そして CFEL の共鳴周波数は厚さに反比例することが解った。共鳴周波数を 1 THz にするには厚さを 30 μm にすればよい。そして、増幅率を上げるためには電子を通過させる真空間隙の間隔を、誘電体板厚の 60% 程度にとればよいことがわかった。このような最適設計のもとで、加速エネルギー 50 keV、電流 2.3 mA の低電力の電子ビームを用いて、周波数 1 THz で 35 mW の出力が得られることがシミュレーションから予測されている。現在、CFEL 用の小型電界放出アレイ電子銃の開発と並行して発振実験を遂行している。

参考文献

- [1] J.E. Walsh, T.C. Marshall and S.P. Schlesinger, Phys. Fluids **20**, 709 (1977).
- [2] E.E. Fisch and J.E. Walsh, Appl. Phys. Lett. **60**, 1298 (1992).
- [3] H.L. Andrews and C.A. Brau, J. Appl. Phys. **101**, 104904 (2007).
- [4] D. Li, G. Huo, K. Imasaki, M.R. Asakawa and Y. Tsunawaki, Infrared Phys. Technol. **53**, 204 (2010).
- [5] 例えば, W. Greiner, *Classical Electrodynamics* (Springer, 1991) 421.
- [6] M.R. Asakawa, N. Miyabe, A. Ikeda, M. Kusaba and Y. Tsunawaki, J. Jpn. Soc. Infrared Sci. Technol. **17**, 39 (2008).
- [7] M.R. Asakawa, A. Ikeda, N. Miyabe, S. Yamaguchi, M. Kusaba and Y. Tsunawaki, Thin Solid Films **517**, 1493 (2008).