●●● 小特集 核融合プラズマにおける電子サイクロトロン加熱・電流駆動の進展

2. ECH·ECCDの基礎,物理的理解やモデリングの進展

福山 淳,前川 孝¹⁾,濱松清隆²⁾,村上定義

京都大学大学院工学研究科原子核工学専攻,¹⁾京都大学エネルギー科学研究科,²⁾日本原子力研究開発機構 (原稿受付:2009年5月12日)

電子サイクロトロン周波数帯の加熱および電流駆動の基本となる波動の伝播特性,線形モード変換,相対論 的な波-粒子共鳴,電流駆動等の物理機構を概説する.特に,高密度プラズマにおける電子バーンシュタイン波 については,その基本特性,励起・伝播・吸収および電流駆動の物理機構を説明する.次に,これらの理論を実 験解析に用いるための手法として,波動の伝播解析手段である光線追跡法,ビーム追跡法,波動伝播の原理を説 明する.また,軌道平均されたフォッカープランク方程式を用いたトカマクの電流駆動の解析手法や,それを新 古典テアリングモードの磁気島制御に適用した例を紹介する.最後に,ヘリカル系における電子サイクロトロン 波電流駆動と電位制御を解析するために,モンテカルロ法を用いた速度分布解析の結果も示す.

Keywords:

EC wave, Bernstein wave, relativistic effects, current drive, ray tracing, full wave analysis, ECCD, NTM, potential control

2.1 ECH・ECCD の基礎理論

2.1.1 電子サイクロトロン周波数帯の波動

まず、磁気核融合プラズマの加熱および電流駆動に用いられる電子サイクロトロン周波数帯(ECRF)の波動の伝播と吸収を考える.

この周波数帯の波動の伝播特性は、電子密度と磁場強度 に依存する[1]. 図1に冷たいプラズマ近似における波の 分散関係を示す.この図では、分散関係を満たす波の分枝 は、それぞれハッチングされた面として表されている.プ ラズマ中を伝播する波は外部アンテナによって励起された 電磁波であるので、電磁波($\omega = kc$,ここで ω は波の角周 波数,kは波数,cは光速)につながる2つの分枝,すなわ ち右回り円偏波遮断周波数 ω_{CR} で反射される異常波(XR 波)とプラズマ周波数 ω_{pe} で反射される正常波(O波)が存 在する.厳密には正常波および異常波は静磁場に対して垂 直に伝播する波に対して定義されているが,ここでは垂直 伝播(磁力線方向の波数 $k_{ll} = 0$)の場合に正常波および異 常波につながる分枝を,それぞれ O 波および XR 波と呼ぶ ことにする.これらの2つの分枝に加えて,ECRF におい て重要となる分枝は高域混成共鳴周波数 ω_{UH} につながるも う一つの異常波(XL 波)の分枝である.

図1からわかる重要な点の一つは、O 波と XL 波が $k_{\perp} = 0$ 面上の一点で接することである.このことをより 詳しく説明するために、磁力線方向の屈折率 $N_{//} = k_{//} c/\omega$ を固定したときの分散関係を図2に示す. $N_{//}$ が



2. Basic Theory and the Progress in the Simulation and the Modeling of ECH • ECCD

FUKUYAMA Atsushi, MAEKAWA Takashi, HAMAMATSU Kiyotaka and MURAKAMI Sadayoshi

authors' e-mail: fukuyama@nucleng.kyoto-u.ac.jp, maekawa@energy.kyoto-u.ac.jp, hamamatsu.kiyotaka@jaea.go.jp, murakami@nucleng.kyoto-u.ac.jp

(1)

$$N_{\rm //c} \equiv 1/\sqrt{1+\omega_{
m pe}/\left|arOmega_{
m e}
ight|}$$

以外の値を取るときは、 ω_{pe} で反射される O 波と左回り円 偏波遮断周波数で反射される XL 波の分枝は明確に分離し ているが、 $N_{//} = N_{//c}$ の場合には $k_{\perp} = 0$ となる位置で分散曲 線が交わる.このとき、O 波から $N_{//}$ の符号が異なる XL 波への O-X 線形モード変換が生じる[2,3].XL 波は、一旦 高密度側に伝播したのち反射されて低密度側に伝播し、高 域混成共鳴($\omega = \omega_{UH}$)に達し N_{\perp} が非常に大きくなる が、有限ラーモア半径効果を取り入れると電子バーンシュ タイン波[4]に線形モード変換し、再び高密度側に伝播す る(詳細は2.1.3節参照). $N_{//}$ が $N_{//c}$ からずれている場合に は、O 波と XL 波の遮断位置が異なり、その間が伝播不能領 域となるため、波の一部が反射されて、モード変換効率が 低下する.

次に弱磁場側入射と強磁場側入射を比較する.XR波は 電子サイクロトロン共鳴層より弱磁場側にある右回り円偏 波遮蔽層のさらに弱磁場側しか伝播できないため,電子サ イクロトロン共鳴層に達することはできない.O波はプラ ズマ周波数の正常波遮断層が現れる密度よりも電子密度が 低い場合にはプラズマ中を自由に伝播することができる. 正常波遮断層が存在しても,入射角をN₁ = N₁にに選ぶこと により,O-Xモード変換を利用して電子バーンシュタイン 波を励起することができる.XL波は,左回り円偏波遮断層 が現れるほど密度が高くなるまでは,高域混成共鳴よりも 強磁場側を伝播できるので,強磁場側入射によりプラズマ 中心部を加熱することができる.電子サイクロトロン共鳴 の2倍高調波を用いる場合には,遮断電子密度が高くなる ため,プラズマ中心部への伝播が容易になる傾向がある.

最後に電子サイクロトロン共鳴およびその高調波共鳴に よる吸収を考える.磁力線方向の運動量 p_{\parallel} ,垂直方向の運 動量 p_{\perp} の電子に対する n 次の電子サイクロトロン高調波 共鳴条件は

$$\gamma - n \frac{|\Omega_{\rm e}|}{\omega} - \frac{k_{\prime\prime} p_{\prime\prime}}{m_{\rm e} \omega} = 0 \tag{2}$$

で与えられる.ここで相対論因子は $\gamma = \sqrt{1 + (p_{//}^2 + p_{\perp}^2)/m_e^2 c^2}$ である.非相対論的な場合には、この共鳴条件は運動量空間において $p_{//} = m_e (\omega - n |\Omega_e|)/k_{//}$ の直線で表される.しかしながら、相対論効果を取り入れると、次の2次曲線で表される.

$$(p_{\prime\prime} - p_{\prime\prime})^2 + \frac{1}{1 - N_{\prime\prime}^2} p_{\perp}^2 = p_r^2$$
(3)

ここで, $p_{//r} = n(|\Omega_e|/\omega) m_e c N_{//} (1-N_{//}^2), p_r^2 = [(n|\Omega_e|/\omega)^2 - (1-N_{//}^2)] m_e c / (1-N_{//}^2)^2$ で定義され. $N_{//}^2 < 1$ ならば図 3 に示すように楕円, $N_{//}^2 > 1$ ならば双曲線となる.

このように相対論効果を取り入れることにより,運動量 空間における共鳴曲線の形状は大きく変化する.特に $N_{"}^{2} < 1$ の場合には,周波数が高くなると共鳴曲線の半径が 0となり,サイクロトロン共鳴が起こらなくなる.n次のサ イクロトロン高調波共鳴が起こるための条件は

$$\omega < \frac{n|\Omega_{\rm e}|}{\sqrt{1 - N_{\prime\prime}^2}} \tag{(4)}$$

で表される.この条件は $N_{l'}^2 > 0$ の斜め伝播の場合に は、サイクロトロン高調波共鳴周波数 $n|\Omega_e|$ よりも高い周 波数で、共鳴が起こることを表す.この共鳴のことを、up -shift resonance とよび、それに対して $n|\Omega_e|$ 以下となる共 鳴を down-shift resonance とよぶ.

図4に、 $p_{\perp} = 0$ の場合の共鳴周波数を、規格化された磁力線方向の運動量 $\hat{p}_{||} = p_{||}/m_ec}$ の関数として図示する、縦軸は $\omega/|\Omega_e|$ を表し、下側の曲線がn = 1のサイクロトロン基本調波共鳴を、上側の曲線が第2高調波共鳴を示している。垂直伝播($N_{||} = 0$)の場合には、共鳴条件は $p_{||} = 0$ について対称で、運動量の増加とともにサイクロトロン周波数が低下するため、共鳴周波数も低下する。したがって高速電子のサイクロトロン共鳴は強磁場側にしか生じない。斜め伝播($N_{||} = 0.5$)の場合には、共鳴曲線は $p_{||}$ の正の方向に平行移動するとともに、up-shiftする。基本調波共鳴に対しては $p_{||} = N_{||}m_ec/\sqrt{1-N_{||}^2}$ のときに、 $\omega/|\Omega_e|$ は最大値 $1/\sqrt{1-N_{||}^2}$ をとる。したがって、高速電子による吸収は弱磁場側にも広がるとともに、down-shift した第2高調波共鳴による吸収も受けやすくなる。(福山 淳)

2.1.2 電子サイクロトロン波電流駆動の物理機構

波動や中性粒子ビームによる電流駆動は、速度分布関数 に磁力線方向に関して非対称性を生じさせることによって 実現される.電子サイクロトロン波電流駆動においては、 そのような非対称性をもたらす機構を、図5に示すように 3種類に分けることができる.

A. 電子を磁力線方向に加速する. このような加速は、直





図5 運動量空間上での電流駆動の物理機構.

接電子に運動量を与えて速度分布関数の非対称にする だけでなく、電子の速度が速くなることによってクー ロン衝突が減少し、運動量緩和の非対称性による効果 も付け加わる[5].

- B. 磁力線方向の速度が0でない粒子を磁力線に対して垂直に加速する.加速された粒子はクーロン衝突が減少し、初めに持っていた磁力線方向の運動量を長く保持することになる.磁力線方向の速度が反対の符号を持つ粒子は、より強いクーロン衝突を受けて早く運動量を失うため、速度分布関数に非対称性が現れる[6].
- C. 磁場捕捉粒子を生成する.磁力線方向の磁場不均一の ために生じる捕捉粒子は,捕捉運動のために速度分布 関数が対称になり電流を運ぶことができない.磁力線 方向の速度に関して非対称な形で電子を垂直方向に加 速して,通過粒子を捕捉粒子に遷移させることによ り,非対称性を生み出す[7].

電子サイクロトロン波電流駆動においては、図3に示した共鳴曲線上で準線形拡散を受け、その方向は波とともに動く座標系 ($v_{//} = \omega/k_{//}$)でエネルギーが保存する方向となる.したがって、A、B、Cの3つの機構、いずれもが電流駆動に寄与することになり、電流駆動効率を評価するためには、速度分布解析を正確に行う必要がある.

電流駆動効率は、速度分布関数の変形に寄与した電子の クーロン衝突の強さに依存する.電子サイクロトロン波電 流駆動においては、低域混成波電流駆動に比べて加速され る電子の速度が遅いため、クーロン衝突が強く、駆動効率 は低くなる傾向がある.また、電子から失われた運動量は、 他の電子あるいはイオンに与えられることになる.他の電 子に与えられた運動量は電流に寄与することができるの で、その効果を取り入れた非線形クーロン衝突項を用いた 速度分布解析が、駆動効率の正確な評価に必要である.

(福山 淳)

2.1.3 電子バーンシュタイン波の励起・伝播・ 吸収

プラズマ中央部の加熱領域において電子プラズマ周波数 ω_{pe} が電子サイクロトロン周波数 Ω_e よりはるかに高い場合 のECHを考える.入射周波数を ω として,良好なサイクロ トロン吸収が得られるのは基本共鳴($\omega = \Omega_e$)のほかには せいぜい倍調波共鳴($\omega = 2\Omega_e$)であるので, ω は ω_{pe} より 低く,通常の電磁波モード(O波あるいはX波)はプラズ マ周辺部で反射され、加熱領域に達しない.すなわち、加熱したい領域は入射波に対してオーバーデンスになる.一方,電子バーンシュタイン波(B波)はこのような高密度領域においても密度限界なしに伝播し、サイクロトロン吸収されるので、オーバーデンスプラズマのECH法として用いることができる.最近、球状トカマクや逆転磁場ピンチなど比較的低い磁場での高ベータプラズマの生成をめざしている装置においては、プラズマ中央部はオーバーデンスになり、B波を用いたECH法と電流駆動法に期待が集まっている.B波は静電波モードである.図6にその分散関係の一例を示す.この図からもわかるように、B波は以下の特徴を持つ.

- ω/Ω_e = n ~ n+1 (n = 1, 2,...)の間に分枝を持つバン ド構造を持つ.
- 2. $k_{\perp}\rho \approx 1$ であるので,波長は熱電子のラーモア半径 ρ 程度となり,電磁波の波長に較べて v_t/c 程度短い. ここで $v_t \ge c$ はそれぞれ電子熱速度と光速である.
- 3. 波数ベクトルは磁場にほぼ垂直である $(k_{\prime\prime} \ll k_{\perp})$.
- 4. 磁場に垂直方向への群速度の大きさ $v_g = |\partial \omega / \partial k_\perp|$ は電子の熱速度のオーダである. 各バンドにおいて $k_\perp \rho$ が大きくなって分枝が高調波共鳴に近づき,サ イクロトロン共鳴吸収による時間的減衰率 (γ)が大 きくなるにつれ,群速度はさらに遅くなる. 時間的 減衰率 γ が実周波数 ω に比べてはるかに小さくても (1/100 程度),波束は熱速度よりはるかに遅い速度 で進行するので,空間的減衰率 $k_{\rm I} = \gamma / v_g$ は大きくな る.
- 5. 高 域 混 成 (Upper Hybrid) 共 鳴 周 波 数 $\omega_{\text{UH}} = (\omega_{\text{pe}}^2 + \Omega_{\text{e}}^2)^{1/2}$ がその中に含まれるバンドにお いて $k_\perp \rho$ が小さくなると, その分枝の ω は ω_{UH} に近 づく.
- 図6のB波の分散図は静電近似によるものであり、 k_⊥ρが小さくなりω_{UH}に近づくと成立しなくなる.正しくは、ここで電磁波モードであるX波とつながる.

図6のB波の分散図は静電近似を用い、X波は冷たいプ ラズマ近似を用いて得たものである.近似なしに求めると X波の分散とB波の分散が連続して滑らかにつながり、こ こでB波とX波が連結していることがわかる.

B波は今から50年ほど前に理論的に予言され,その特性 が解析された[4].その数年後にその高調波バンド構造が 実証された[8,9].実験は陽光柱プラズマを矩形導波管に 垂直に挿入し,そこから放射されて導波管を伝わる電磁波 を検出する方法で行われた.磁場強度を広範囲に掃引する ことによりバンド構造に関するデータを得た.陽光柱プラ ズマは細いので,B波の電場がトンネル効果でもれ出て導 波管モードを励起したと解釈された.

トーラスプラズマのECHをB波により行うとき,外部から送り込む電磁波をB波に変換する必要がある.熱核融合をめざす現在のトーラスプラズマの寸法は大きいので,上記のようなトンネル効果は期待できない.そこで図6に示



図 6 電子バーンシュタイン波(B波)の分散関係. $\omega_{Pe}^2 \Omega_e^2 = 6.84$, $k_{l/\rho} = 0.03$ の場合. $k_{l/} \geq k_{\perp} t_{l}$, それぞれ, 波数ベクトルの磁場に平行と垂直成分であり, $\rho = v_t / \Omega_e$ は熱速度 $v_t = (2T_e/m_e)^{1/2}$ での電子ラーモア半径. ω は実周波数であり, γ は波動場の時間的減衰率.

した高域混成共鳴でのX波とB波の連結を用いて,X波からB波へのモード変換をはかる.外部からの電磁波により B波を励起できることが干渉法を用いて検証されている [10].

トーラスにおいては、プラズマに入射された固定周波数 の波動が、プラズマ表面から中央の加熱部に向かって進行 する. その際, 波動は経路上のプラズマパラメータ (密度, 磁場,温度)に応じて波数ベクトルk を調節しながら進行 する. トーラスの弱磁場側から入射した場合の一例を図7 に示す. 球状トカマクの赤道面上において適切な角度で磁 場に斜め入射されたO波が、X波へのモード変換を経て最 終的に高域混成共鳴層において B 波にモード変換し、この B波がプラズマ中央部のEC共鳴層に向かって伝播し、ドッ プラー効果によりEC共鳴層の前面においてEC共鳴吸収さ れる場合が示されている. ここでは、トロイダル磁場が主 であるとしてポロイダル磁場を無視し、トーラスの軸対称 性を仮定した.この場合 $k_{II} = k_{IIi} R_i / R$ が成立する.添え字 iは入射点での値であることを示す. さらに, ここでは波数 k ではなく屈折率 $N = ck/\omega = k/k_0 = \lambda_0/\lambda$ を用いた.これに より B 波にモード変換して EC 共鳴層に向かって進行する とともに波数 $k(波長\lambda)$ が自由空間波数 $k_0(波長\lambda_0)$ に比 べていかほど増大(縮小)していくかが明示される.

共鳴相互作用に際し波動と共鳴電子はエネルギーに加え 磁場方向の運動量 p//をやりとりする.小振幅波動の極限で は

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}p_{\prime\prime}}{\mathrm{d}t} &= \frac{\mathrm{d}(m_{\mathrm{e}}\gamma v_{\prime\prime})}{\mathrm{d}t} \\ &= -e[\boldsymbol{E}_{1} + \boldsymbol{v}_{0} \times (\boldsymbol{B}_{1} + B_{0}\hat{\boldsymbol{z}})]\cdot\hat{\boldsymbol{z}} \\ &= -(e/\omega)[(\omega - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v}_{0})E_{1\prime\prime} + (\boldsymbol{v}_{0} \cdot \boldsymbol{E}_{1})k_{\prime\prime}] \\ &\times \exp i(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}_{0} - \omega t) \end{aligned}$$

である.ここで、 $r_0 \ge v_0$ は電子の(波動場 E_1 の影響を無 視した)ゼロ次軌道と速度である.また $\omega B_1 = k \times E_1$ の関 係を用いた.この式の第1項は



図7 球状トカマクにおいてOXB方式によりB波にモード変換し て ECH を 行 う 場 合 の 波 動 伝 播 吸 収 図. *R*₀ = 0.72 m, *a* = 0.54 m, 周波数 18 GHz, *N*_{//,i}=0.56, *n*₀=7.5×10¹⁸ m⁻³, *B*_{t0} = 0.669 T, *T*₀ = 1 keV. 添え字 0 はプラズマ中心での値, i は入射点での値を示す.電子密度と温度は放物分布. *r* = *R* - *R*₀, *N*_{//} = *k*_{//}*c*/ω, *N*_⊥ = *k*_⊥*c*/ω, Im *N*_⊥ = *k*₁*c*/ω.

$$i(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{0}(t)) E_{1/\prime} \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{0} - \omega t)$$
$$= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} [E_{1/\prime} \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{0} - \omega t)]$$

なので、時間平均するとゼロになる.よって、

$$\begin{split} \left\langle \frac{\mathrm{d} p_{\prime\prime}}{\mathrm{d} t} \right\rangle &= -e \frac{k_{\prime\prime}}{\omega} \langle v_0 \cdot E_1 \rangle \\ &= \frac{k_{\prime\prime}}{\omega} \left\langle \frac{\mathrm{d} W}{\mathrm{d} t} \right\rangle \end{split}$$

の関係を得る. つまり, サイクロトロン共鳴条件, $\omega - k_{||}v_{||} = n\Omega_e/\gamma$ (n = 0, 1, 2, ...) が満たされるとき共鳴電子はエネ ルギー ΔW と運動量 $\Delta p_{||} \in \Delta p_{||}/\Delta W = k_{||}/\omega$ の割合で得る. 電子バーンシュタイン波のような静電波の場合は波数ベク トル k と波動電場ベクトル E_1 が平行であるので同じ結果 になる.

磁場方向屈折率 N₁₁ = ck₁₁/ω が大きいほど, 共鳴電子への 運動量入力割合が大きく,電流駆動において有利である. 特に電流ランプアップにおいては N₁₁に伴う順方向運動量 入力が本質的に必要である.電流ランプアップに際して電 流を運ぶ共鳴電子群は自己誘導電場Eにより逆方向に制動 を受ける.これに加えてバルクプラズマとの衝突による制 動も受ける.両者の制動が等しくなる速度を逃走電子速度 とよぶ. 電子速度が上昇するとともに衝突との制動は急速 に小さくなる.逃走電子速度より速い電子は自己誘導電場 による制動が主であり、一方、これより遅い電子は衝突に よる制動が主である. 電流ランプアップとは波動エネル ギーをプラズマ電流ループの磁気エネルギーに変換するこ とである. 高い変換効率を確保するためには共鳴電子群の 速度帯を、逃走電子速度を十分超える領域に設定する必要 がある.このように設定できたとしても,運動量入力がな ければ、この共鳴電子群は自己誘導電場による制動を受 け、急速に逃走電子速度以下に減速され効率が低下する.

十分な運動量入力があって初めて逆電場に抗して高効率速 度帯に共鳴電子群を形成・維持できる.O波とX波の伝播 は*N*// <1の場合に限られているが,電子バーンシュタイン 波は波長が電子ラーモア半径のオーダの短波長波であり, 原理的に*N*// は1より大きくなり得る.実際,トロイダル効 果により伝播軌道に沿って*N*// が2を超えてアップシフトす ることが知られている.このような高*N*// 電子バーンシュ タイン波は電流ランプアップに有効だと期待できる.

以上,電子バーンシュタイン波による加熱と電流駆動に ついての特長を概観した.実験結果も含めた最近の成果に ついては本小特集第3章や参考論文[3,11,12]を参照され たい. (前川 孝)

2.2 ECH・ECCD のモデリングとシミュレーションの進展

電子サイクロトロン周波数帯の波動の伝播解析を概観 し、光線追跡法、ビーム追跡法、波動伝播法の原理を説明 する.次に、トカマクにおける電流駆動の解析に軌道平均 されたフォッカープランク方程式を用いてその時間発展お よび定常解を求める手法を説明し、新古典テアリングモー ドの磁気島制御に適用した結果を報告する.最後に、ヘリ カル系における電子サイクロトロン波電流駆動と電位制御 を解析するために、モンテカルロ法を用いた速度分布解析 を説明し、その結果を示す.

2.2.1 電子サイクロトロン波の伝播解析

電子サイクロトロン周波数帯の波動は、プラズマの空間 不均一の特性長に比べて波長が短い場合が多いことと、他 の周波数帯の波動とは異なり、アンテナからプラズマ内部 まで伝播不能領域が存在しない場合が多いことから、幾何 光学近似が広く用いられている.しかしながら、小型装置 やO-X モード変換を含む場合等には、波動光学的に取り扱 うことが必要となる場合がある.また、波動に対するプラ ズマの応答を記述する誘電率テンソルモデルには、相対論 効果や非マクスウェル速度分布の効果をどのように取り入 れるかが、課題となってきている.以下では、これらの課 題を含めて、伝播解析手法を概観する.

2.2.1.1 光線追跡法

EC 波の光線追跡法による伝播解析[1,13]では,波束の 波数ベクトルkと位置ベクトルrの伝播経路に沿った発展 が,光線追跡方程式

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}} = -\frac{\partial D}{\partial \boldsymbol{k}} / \frac{\partial D}{\partial \omega} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{g}}, \quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}} = \frac{\partial D}{\partial \boldsymbol{r}} / \frac{\partial D}{\partial \omega}, \quad (5)$$

によって記述される.ここで τ は経路に沿って群速度 v_g で伝播する時間に対応し、分散関係 $D(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{r}, t)$ は

$$D = \det \mathbf{D}, \ \mathbf{D} = \frac{c^2}{\omega^2} [\mathbf{k}\mathbf{k} - \mathbf{k}^2 \mathbf{I} + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{r}, t)]$$
(6)

で定義され, ε はプラズマの応答を記述する誘電率テンソ ルである. 波のエネルギー Ww の発展は

$$\frac{\partial W_{\rm w}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} (\boldsymbol{v}_{\rm g} W_{\rm w}) = 2\gamma W_{\rm w} = -\varepsilon_0 \boldsymbol{E}^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm A} \cdot \boldsymbol{E}$$
(7)

に従い、 γ は成長率、 ϵ_A は誘電率テンソルの反エルミート 成分である.

光線追跡法は、本来平面波に対して定義された表式を用 いているため、有限半径 *d* をもつ ECRF 波ビームの解析に 適用するには制約がある.フレネル条件より波長 λ のビー ムが *d*²/λ よりも長い距離を伝播する場合には回折効果が 重要になることがあるが、光線追跡法では解析することが できない.また、有限の大きさをもつアンテナによって励 起される場合には、多数の光線を追跡することが行われて いるが、その初期条件および重みづけをうまく選ぶ必要が ある.

2.2.1.2 ビーム追跡法

有限半径をもつ波動ビームの伝播を回折および集束の効 果を取り入れて解析するために, ビーム半径d_aと等位相波 面の曲率 Ro を新たに変数として取り入れたビーム追跡法 が開発されている[14,15]. 計算例を図8に示す. 等位相波 面が凹でビームが2m先で集束する初期条件で計算を始め ても、ビーム半径に依存する Fresnel 条件を満たさなくな る距離まで進むと回折効果によりビームは発散を始める. NTM 抑制のようにビームの集束性を正確に評価する必要 がある場合には、ビーム追跡法による解析が有用である. しかしながら、3次元空間の光線追跡法では6本の常微分 方程式を解くのに対して、ビーム追跡法では18本の常微分 方程式を解くことになるのに加えて、方程式がより stiff になるために細かい計算ステップを必要とする等、より多 くの計算資源が必要になる. さらに磁場や電子密度をビー ムの中心でのみ評価することになるため、プラズマが強い 不均一を持っている場合には、ビーム周辺部の伝播が不正 確となる可能性がある等の問題点も残されている。

2.2.1.3 波動伝播法

球状トカマクのように電子密度の高いプラズマでは、プ ラズマ中心部まで伝播することができる電子バーンシュタ イン波を用いた加熱電流駆動の研究が進められている.



図8 ビーム追跡法によるECビーム径空間変化の解析例.それぞれの2束の線は垂直方向と水平方向のビーム径に対応する (f=170GHz,真空,波面曲率半径2m, d_{ini}は初期ビーム径).

O-X-B 変換を利用する場合には,2.1.1節で述べたよう に,特定の平行屈折率 N_{lle} をもつ波だけは伝播不能領域を 越える必要はないが,それ以外の波は右回り円偏波遮断層 と高域混成共鳴層の間の伝播不能領域を越えて伝播する必 要がある.光線追跡法では,遮断点での振幅に伝播不能領 域の透過率を乗じて,新たに XL 波の光線追跡を行う手法 が取られている.しかしながら,モード変換率の正確な評 価に加えて,磁場の低い小型球状トカマクでは波長がプラ ズマサイズが同程度になるため,波動光学的な解析手法が 求められていた.

図9に,波動伝播解析コードTASK/WM[16]による小型球状トカマクLATE[17]におけるEC波伝播解析例を示す[18].主な計算パラメータは、周波数f=2.8 GHz,トロイダルモード番号n=16,トロイダル磁場B=0.0552 Tで、波は弱磁場側から正常波と異常波が混ざった形で励起されている.電子密度が低い場合(n_e =10¹⁷m⁻³)には、波はプラズマ中を伝播し、電子サイクロトロン共鳴で吸収される.2×10¹⁷m⁻³では右回り遮断層が、3×10¹⁷m⁻³では高域混成共鳴層がプラズマ中心部に現れ、遮断層と共鳴層の間の伝播不能領域を越えた異常波が短波長モードにモード変換し、高域混成共鳴層近傍で吸収されている.さらに密度が高くなると(4×10¹⁷m⁻³)、中心部に正常波遮断層が現れ、波は中心部に伝播できなくなる.

この解析では、冷たいプラズマ近似を用い、衝突周波数 と波の周波数の比を $\nu/\omega = 10^{-3}$ として波動の吸収を評価し ているが、実際には有限ラーモア半径効果によって電子 バーンシュタイン波が励起され、サイクロトロン第2高調 波共鳴で吸収されることになる。有限ラーモア半径効果を 正確に取り入れるために、積分形誘電率テンソルによる波 動伝播解析コードの開発が進められている[18].

2.2.1.4 誘電率モデル

EC 波の伝播・吸収の数値計算にあたっては、伝播は冷 たいプラズマ近似を用いて解析し、吸収は相対論効果を取 り入れた誘電率テンソルにより求めることが多い.相対論 的効果を取り入れた誘電率としては、解析的に求められた 近似式[19]や運動量空間における積分を数値的に行う方法 が開発されている.数値的に積分する方法は、フォッカー プランク方程式による速度分布解析によって計算された分 布関数を用いることができ、速度分布関数の変形を自己無 撞着に取り入れた解析を可能にする.

代表的な電子サイクロトロン波伝播・吸収解析コードに よる ITER プラズマにおけるベンチマークテストが ITPA 活動の一環として行われ、その結果が報告されている[20]. (福山 淳)

2.2.2 トカマクにおける電子サイクロトロン波 電流駆動の解析

電子サイクロトロン波による電流駆動の評価には, 2.1.2節で述べたように電子の運動量分布の解析が本質と なる.即ち,フォッカープランク方程式を基礎方程式とす る数値解析モデルが必要になる.トカマクの軸対称性を利 用して構築される数値モデルは2つに大別される.1つは 直接的に分布関数を求める方法と,もう1つは分布関数を 求めずに駆動電流を評価する方法である.実際に電流駆動 解析を行うには波動の伝搬解析も同時に行う必要があり, 数値解析コードは波動伝播解析部分と電流駆動解析部分よ り構成される.前節で述べた波動伝播解析の方法との組み 合わせにより様々な数値解析コードが開発されており,代 表的なコードの一覧が文献[20]の表1に示されている.ま た,新古典テアリングモード (NTM)の安定化には電子サ イクロトロン波電流駆動が有効とされている(後述



図 9 小型球状トカマクにおける電子サイクロトロン波伝播の密度依存性: (a)ポロイダル電界および(b)電子吸収パワーの空間分布を示 す[18].

Special Topic Article

3.2.2.1節).しかし、この場合には磁気島が形成され磁気 面の軸対称性が破れ、軸対称を仮定する数値解析モデルの 妥当性が疑問となる.最後に磁気島内部での電子サイクロ トロン波電流駆動のモンテカルロ・シミュレーションの一 例を示す.

2.2.2.1 軌道平均フォッカープランク方程式による方法 磁気面を横切る電子の運動を無視できると仮定する時, 電子の運動量分布関数 f の時間発展はドリフト運動論的方 程式から

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{p}_{ll}}{m_{\rm e}\gamma} \cdot \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{r}} f + \dot{\eta} \frac{\partial f}{\partial \eta} = C^{e/e} \left(f, f \right) + C^{e/i} \left(f \right) - \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{S}_{\rm EC}$$
(8)

と書くことができる. 左辺第2項は磁力線方向への移流を 第3項はピッチ角 η 方向への移流を表す. 右辺の $C^{ele}(f,f)$ は電子間の衝突による非線形クーロン衝突項で運動量保存 を保証する, $C^{eli}(f)$ はイオンとの衝突項で運動量は保存 せず,通常は有効電荷数 Z_{eff} を用いてピッチ角散乱だけで 評価する. 右辺最後の項は電子サイクロトロン波による準 線形拡散項であり,粒子束 $S_{EC} = -\mathbf{D}_{EC} \cdot \nabla_{pf}$ は拡散テンソ ν \mathbf{D}_{EC} によって表される. なお,磁気面を横切る電子の運 動を無視しているので,以下では磁気面を示すラベ $\nu \rho$ を略す.

トカマク中での電子はピッチ角によって捕捉電子と周回 電子に分類されるが、いずれも周期運動をする.一般に、 その周期はクーロン衝突時間および電子サイクロトロン波 による運動量空間での拡散時間に比べてかなり短いので、 周期に渡っての時間平均によってトロイダル磁場の不均一 性の効果を失うことなく2つの移流項を消去することがで きる[21].即ち、周期運動の周期 τ_B の冪乗で f を展開し

$$f = \mathcal{F} + \mathcal{O}(\tau_{\rm B}) \mathcal{F}_1 + \mathcal{O}(\tau_{\rm B}^2) \mathcal{F}_2 + \cdots$$
(9)

とおき、(8)式に代入し最低次をとると

$$\frac{1}{\tau_{\rm B}}\frac{\partial F}{\partial \phi_{\rm B}} = 0 \tag{10}$$

となる.ここで、 $\phi_{\rm B}$ は周期運動の位相である.1次の項の 中には F_1 の項と2つの移流項が含まれるが、いずれも $\phi_{\rm B}$ の全微分となり $\phi_{\rm B}$ に関する平均

$$\langle X \rangle_{\rm B} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X \,\mathrm{d}\phi_{\rm B} \tag{11}$$

によって消える. 結局, 軌道平均されたフォッカープラン ク方程式として

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \langle C^{e/e} (\mathcal{F}, \mathcal{F}) \rangle_{\mathrm{B}} + \langle C^{e/i} (\mathcal{F}) \rangle_{\mathrm{B}} - \langle \nabla_{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{S}_{\mathrm{EC}} (\mathcal{F}) \rangle_{\mathrm{B}}$$
(12)

が導かれる.

さて、トーラス外側の赤道中央面での運動量空間 (p_0, η_0)とその空間での分布関数 $F_0(p_0, \eta_0)$ を用いて、 (12)式を表すことにする.磁力線に沿っての軌道の長さを sで表すと、座標系(p, η, s)と(p_0, η_0)の間には、エネルギー 保存則より $p = p_0$,磁気モーメントの断熱不変性よりBを磁場の強さとして

$$\sin^2 \eta = \frac{B(s)}{B(0)} \sin^2 \eta_0 \tag{13}$$

が成立し、 η は (s, η_0) の関数となる.そして、座標系が変わっても分布関数は等しくなければならないので $F(p, \eta, s) = F_0(p_0, \eta_0)$ が成立する.さらに、軌道平均演算 子は

$$\langle X \rangle_{\rm B} = \frac{1}{\tau_{\rm B}} \oint \frac{\mathrm{d}s}{|v_{\prime\prime}|} X \tag{14}$$

と表される.ここで、 \int はポロイダル面上で軌道が閉じる までの1周期に渡る積分を意味する.以上の手続きによ り、(12)式は($p_{0,70}$)の空間で完結することができる.

数値解析結果の一例を図10に示す.パラメータはR = 3 m, a = 1 m, $\rho = 0.2$ m, $\omega/\Omega_{e0} = 1$, $N_{//} = 0.5$, $n_{e0} = 0.5 \times 10^{20}$ /m³, $T_{e0} = 5$ keV である.上図は運動量分布関数の等高線 図である.各線はマクスウェル分布の時に等間隔になる値 で表示している.下図は運動量方向の運動量拡散係数 (\mathbf{D}_{EC})_{bb} の等高線図である.

2.2.2.2 随伴方程式を用いる方法

随伴方程式はビーム電流駆動の評価のために Hirshman [22]が最初に導入した方法である。その後, Antonsen と Chu[23]が波動電流駆動に用いている。ここでは, 田口の 方法[24]を相対論領域に拡張した結果[25]を通観する。

電子サイクロトン波によって電子の運動量分布関数はマ クスウェル分布 f_M からわずかに歪んでいると仮定する,即 ち, $f = f_M + f_1$, $|f_1| \ll f_M$ である.なお、本節では運動量p



図10 運動量空間における電子の運動量分布関数と運動量拡散係 数の等高線図.

の代わりに単位質量あたりの運動量*u* = *p*/*m*_eを用いる.定 常状態で線形化したフォッカープランク方程式は

$$\frac{u_{\parallel}}{\gamma} \frac{B_{\rm p}}{B} \frac{\partial f_1}{\partial \ell_{\rm p}} = \hat{C}(f_1) - \nabla_{\boldsymbol{u}} \cdot \mathbf{S}_{\rm EC}$$
(15)

となる. ここで, B_p はポロイダル磁場の強さ, ℓ_p はポロイ ダル面上での磁力線の弧長で, 左辺は磁力線に沿っての移 流を表す.又, $\hat{C}(f_1) = C^{e/e}(f_M, f_1) + C^{e/e}(f_1, f_M) + C^{e/i}(f_1)$ であり, f_M と f_1 の間でのクーロン衝突は運動量を保存す る.ここで,新たな関数 $\chi = \frac{f_1}{f_V}$ に対する方程式

$$\frac{u_{\prime\prime\prime}}{\gamma} \frac{B_{\rm p}}{B} \frac{\partial \chi}{\partial \ell_{\rm p}} = -\frac{\tilde{C}(\chi f_{\rm M})}{f_{\rm M}} - \frac{u_{\prime\prime}}{\gamma} B$$
(16)

を導入する,この方程式を随伴方程式と呼ぶ.この x を用いると,駆動電流 J と吸収パワー P は

$$J = -\frac{eB}{\langle B^2 \rangle_{\rm MS}} \left\langle \int d^3 u \boldsymbol{S}_{\rm EC} \cdot \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{u}} \boldsymbol{\chi} \right\rangle_{\rm MS}$$
(17)

$$P = \left\langle \int \mathrm{d}^3 u \, \frac{m_e \boldsymbol{u}}{\gamma} \cdot \boldsymbol{S}_{\mathrm{EC}} \right\rangle_{\mathrm{MS}} \tag{18}$$

と表すことができる.ここで,磁気面平均演算子の定義は $\langle X \rangle_{MS} = (1/V') \oint d\ell_p X/B_p, V' = \oint d\ell_p/B_p$ である.(16)式の解は

$$\chi(u,\lambda) = \begin{cases} \frac{\langle B^2 \rangle_{\rm MS}}{2f_{\rm c}} \sigma \int_{\lambda}^{\lambda_{\rm c}} \frac{d\lambda'}{\langle \sqrt{1-\lambda'B} \rangle_{\rm MS}} K(u) \\ & \text{for } \lambda < \lambda_{\rm c} : \exists \Box \blacksquare \blacksquare \mathcal{F}, \\ 0 & \text{for } \lambda > \lambda_{\rm c} : \ddagger \natural \blacksquare \blacksquare \mathcal{F}, \end{cases}$$
(19)

となる.ここで, $\lambda = u_{\perp}^{2/}(u_{\parallel}^{2}B)$ はピッチ角 η に対応する変数であり, $\sigma = u_{\parallel}/|u_{\parallel}|$,

$$f_{\rm c} = \frac{3}{4} \langle B^2 \rangle_{\rm MS} \int_0^{\lambda_{\rm c}} \frac{\lambda' d\lambda'}{\langle \sqrt{1 - \lambda' B} \rangle_{\rm MS}},\tag{20}$$

 $\lambda_{c} = 1/B_{max}, B_{max}$ は磁気面上でのBの最大値である. さら に新たに導入された関数K(u)は微積分方程式

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(u^2 D_{uu} \frac{\partial K}{\partial u} \right) - \frac{m_e u}{T_e \gamma} D_{uu} \frac{\partial K}{\partial u} - \left(\frac{2D_{\theta\theta}}{u^2} + \frac{\gamma \Gamma^{e/e} Z_{\text{eff}}}{u^3} \right) \frac{K}{f_e} + I^{e/e} \left[K \right] - \frac{u}{\gamma} = 0 \quad (21)$$

の解である.この方程式は $f_c = 1$ とすると文献[26]の(39) 式に等しいので、各係数についての説明を省くが、 $I^{e/e}\langle K \rangle$ は $C^{e/e}(f_{M}, f_{1})$ に由来する関数K(u)に対する積分演算子で ある.この方程式の数値解法は文献[27]に記述されてお り、数回の繰り返し計算により非常に低コストで解を求め ることができる.

まとめると、1) $f(u,\eta)$ を求める代わりに $\chi(u,\lambda)$ から駆動電流を求めることができる、2) $\chi(u,\lambda)$ はプラズマと磁場配位だけで決定され電子サイクロトロン波に独立である、3) $\chi(u,\lambda)$ は2変数関数であるが数値解析で求めるの

は1変数関数K(u)である、4)その数値コストは非常に低い、である.以上の理由から、JT-60Uでのショット間での 実験データ解析はこの方法を採用した.また、与えられた プラズマ($\chi(u, \lambda)$)は固定される)に対して駆動電流を標的 磁気面に局在させるための波の入射条件(周波数,入射角, 入射位置等)の探索も可能にした[28].

2.2.2.3 磁気島でのモンテカルロ・シミュレーション

トロイダル方向にヘリカル対称性のある NTM 擾乱磁場 によって形成される磁気島内部での電子波サイクロトロン 波による電流駆動をモンテカルロ法を用いて数値シミュ レーションした結果[29]を紹介する.

図11はシミュレーションを行うモデル磁場である.3.5 mの主半径でのトロイダル磁場を2Tとし、m/n = 2/1の NTMの擾乱磁場の強さはポロイダル磁場の約0.5%として いる.ここでは、径電場ならび磁気島のトロイダル回転は 無視している.電子サイクロトロン波は周波数 f ≃ 126 GHz の第2高調波共鳴でN₁₁=0.7とし、共鳴領域は図中の網か けで示す様に〇点近傍に局在しトロイダル方向にも狭い範 囲に局在すると仮定する[28].テスト電子と衝突する背景 電子は空間的に一様で n_e =3×10¹⁹/m³, T_e =10 keV とし, 有効電荷数も一様に1とする. テスト電子は背景電子と同 様に実空間に一様に配置し、速度空間では温度10 keVのマ クスウェル分布に配置する. テスト電子のドリフト軌道を 追跡しながら背景プラズマとのクーロン衝突と電子サイク ロトロン波による準線形拡散をモンテカルロ法で模擬す る.これらは全て非相対論近似のもとに行うが、電子と電 子サイクロトロン波との共鳴条件は相対論効果が本質的で あるので(2)式を用いる.駆動電流は固定したトロイダル 位置でポロイダル断面を単位時間に通過する電荷量から測 定する.

図12は時間平均した駆動電流密度 j を磁気島内部の磁気 面のラベル ξ の関数として示している.ここで, $\xi = 0$ は O



図11 新古典テアリングモードによる磁気島のポロイダル断面 図.電子サイクロトロン波の共鳴領域を網掛けで示してい る[29].



 図12 磁気島内部での時間平均した駆動電流密度の分布. ξ=0 は O 点, ξ=1 は X 点を含むセパラトリックスを示す.実線 は 10 MW,破線は 5 MW 吸収の場合である[29].

点, ξ=1はX点を含むセパラトリックスを示しており,破線は5MW,実線は10MW吸収の場合である.駆動電流は 電子サイクロトロン波の共鳴領域であるO点の磁力線近傍 に強く閉じ込められており,トロイダル方向にヘリカル対称なスネイク構造を作っている.そして,電流駆動効率は 磁気島のない場合を大きく上まわるシミュレーション結果 が得られている.電子はO点近傍の磁力線に沿って運動す るためトーラスを2周する毎に電子サイクロトロン波と共 鳴し選択的に加熱を受け続け,クーロン衝突の減少する高 エネルギー領域へと加速されるためと考えられる.

まとめると、磁気島のO点近傍での電子サイクロトロン 波電流駆動の特徴として、1)電子サイクロトロン波共鳴 領域を含むヘリカルな磁気面領域に駆動電流が閉じ込めら れる、2)電流駆動効率は磁気島のない場合より大幅に改 善される、の2点が挙げられる.尚、X点近傍で共鳴する 場合のシミュレーションは行っていないが、この場合には 共鳴電子はセパラトリックス近傍の磁気面に広がるために 電流駆動効率の改善は期待できないと考えられる.最後 に、ここではテスト粒子問題として取り扱っており運動量 保存が成立していない.これに関わる問題点は2.1.2節で の議論を振り返っていただきたい. (濱松清隆)

2.2.3 ヘリカル系における電子サイクロトロン 波電流駆動と電位制御

ECH においては、電子は主に磁場に垂直方向に加速さ れ、高エネルギー捕捉粒子が生成される.また、ヘリカル 系など3次元的な磁場配位においては、捕捉粒子の運動が 複雑であり、ECH の解析を正確に行うためには高エネル ギー捕捉電子の振る舞いによる径方向拡散まで考慮に入れ たグローバルなシミュレーションコードの開発が必要であ る.しかしながら、径方向拡散を考慮するためには、少な くとも空間3次元・速度空間2次元の5次元位相空間を考 える必要があり、トカマクで主に用いられているフォッ カー・プランク方程式を直接解くことは困難となる.

一方,一般に多次元における数値解析の問題を取り扱い にはモンテカルロ法による解法が有効であることが示され てきている. ヘリカル系におけるECH解析においてもモン テカルロ法を用いたグローバルシミュレーションコード GNET[30]が開発された. このコードでは、モンテカルロ シミュレーション手法を基にグリーン関数による新しいア ルゴリズムを用いることにより、グローバルな電子の分布 関数を精度良く求めることが可能となった. これまでの単 純モンテカルロシミュレーションでは、高エネルギー粒子 の初期分布からの時間発展を追跡し、閉じ込め時間等の結 果を得ていた.しかしながら、この単純法では実際の実験 プラズマとの定量的な比較を行う精度がなく,また高エネ ルギー粒子分布を得ることができなかった. GNET は,5 次元位相空間における定常分布を評価することができ、実 験結果と定量的に比較することができる初めてのシミュ レーションコードである. ECH以外の加熱法 (NBH, ICH, アルファ粒子加熱)にも適用され、解析が行われている [31, 32].

以下では、GNET コードに用いられているシミュレー ション手法について簡単に説明を行い、次に電流駆動およ び電位制御の計算例について示す.

2.2.3.1 グローバル輸送シミュレーションモデル

GNETにおいては、まずジャイロ平均された粒子(電子) の分布関数を以下のように、マクスウェル分布の背景プラ ズマf₀とプラズマ加熱による分布関数の変位*&*とに分ける.

 $f(\mathbf{x}, v_{//}, v_{\perp}, t) = f_0(r, v^2) + \delta f(\mathbf{x}, v_{//}, v_{\perp}, t)$

ここで、マクスウェル分布 $f_0(r, v^2)$ は、密度および温度が 平均小半径 r の関数であることから、空間依存性は、r のみ とする。 δf の初期分布を $\delta f(x, v_{//}, v_{\perp}, t)$ とすると、 δf に対す るドリフト運動論的方程式は、

$$\frac{\partial \left(\delta f\right)}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_{//} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{D}}\right) \cdot \boldsymbol{\nabla} \left(\delta f\right) + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{v}} \left(\delta f\right)$$
$$= C^{\operatorname{coll}}\left(\delta f\right) + L^{\operatorname{orbit}}\left(\delta f\right) + S^{\operatorname{ql}}\left(f_{0}\right) \tag{22}$$

となる.ここで、 v_D は、磁力線に垂直なドリフト速度で、 v_{\parallel} は、磁力線方向のドリフト速度である.加速項は \dot{v} = $\dot{v}_D + \dot{v}_{\parallel}$ であり、これは磁気モーメントの保存およびエネル ギーの保存より得られる. C は粒子間衝突項である. S^{q1} は ECH による速度空間の変動を表す駆動項であり、また L は軌道損失による粒子損失項である.

このドリフト運動論的方程式を解くために、方程式 (22) の斉次フォッカー・プランク方程式の解で定義されるグリーン関数 $\mathcal{G}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t | \mathbf{x}', \mathbf{v}')$

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{ll} + \boldsymbol{v}_D) \cdot \nabla \mathcal{G} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v} \ \mathcal{G} - C(\mathcal{G}) - L(\mathcal{G}) = 0 \quad (23)$$

を導入する.ここで、 Gの初期条件は、

 $\mathcal{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t | \boldsymbol{x}', \boldsymbol{v}') = \delta(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}') \delta(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}')$

$$\delta f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t) = \int_{0}^{t} \mathrm{d}t' \int \mathrm{d}\boldsymbol{x}' \int \mathrm{d}\boldsymbol{v}'$$

$$S^{\mathrm{ql}}(f_{0}) \mathcal{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}, t - t' | \boldsymbol{x}', \boldsymbol{v}')$$
(24)

で与えられる.

したがって、このグリーン関数Gを求めることができれ ば、方程式(22)の解すなわち、高エネルギー粒子の定常分 布が得られる. GNET コードでは、このグリーン関数をモ ンテカルロ法を用いて求めている. 複雑な磁場配位におけ る粒子軌道をBoozer座標において解き、高精度に粒子軌道 を追跡している. また、粒子間衝突に関しては、背景プラ ズマとの衝突のみを考慮し、線形衝突オペレータを用いて いる.

2.2.3.2 電子サイクロトロン電流駆動

ヘリカル系においては、平衡のためのプラズマ電流が必 要がないことから EC 駆動電流を高精度に計測することが でき、シミュレーション結果との詳細な比較が可能であ る.一方、3次元的な磁場配位のため電流駆動の計算にお いては、リップル磁場による捕捉の影響など高エネルギー 電子の運動が複雑となることから、Fisch-Boozer 効果と Ohkawa 効果などが混在する状態を高精度に評価する必要 がある.

GNETコードを用いることにより複雑な粒子軌道を考慮 に入れたシミュレーションを行うことができ,捕捉粒子の 効果や径方向拡散の影響など正確に評価できると考えられ る.

次に、Heliotron J プラズマにおける捕捉粒子の影響を受けた電流駆動のGNETによるシミュレーション結果の例を示す.ここで、実験プラズマと同様なプラズマ温度・密度を仮定し、磁場配位としては、バンピー磁場の強い配位 $\epsilon_b = 0.18 \ \epsilon_b = 0$

$$\begin{split} S_{+} &= \frac{1}{2\pi v_{\perp}} \delta(\rho - 0.1) \delta(\theta - \theta_{0}) \delta(\phi - \phi_{0}) \\ &\times \delta(v_{\prime\prime} - 1.5 v_{\rm th}) \delta(v_{\perp} - 3 v_{\rm th}) \\ S_{-} &= \frac{1}{2\pi v_{\perp}} \delta(\rho - 0.1) \delta(\theta - \theta_{0}) \delta(\phi - \phi_{0}) \\ &\times \delta(v_{\prime\prime} - 1.5 v_{\rm th}) \delta(v_{\perp} - 0.5 v_{\rm th}) \end{split}$$

を仮定した.図13(a)は,ECHによる速度空間の変化量 が を示した.上側の円弧状の部分がECHにより増加した領域 であり,下側の半円状の部分が減少した領域である.ECH により加速された電子は捕捉粒子となり,往復運動の時間 スケールで磁場に平行方向の速度についてほぼ対称となっ ていることがわかる.図13(b)は,ECHによる速度空間変 化について速度空間積分を行い得られた平行方向速度の時 間依存性を示したものである.実際の定常状態の電流は,



図13 ECCD による速度空間の変化(a)および平均流の時間 r 依存 性(b).

この値を時間について積分したものとなる. ECHにより増加した *f*₊ では,捕捉粒子となることから電流が小さいことが示され,また減少する *f*₋ では,徐々に減少することがわかる.このことにより,*k*_{//}方向とは反対の電流が Ohkawa効果により流れることが示された.実験結果[33]との詳細な比較については,ECH駆動項のより正確なモデルを用いた計算が現在進められている.

2.2.3.3 ECH による電位制御

ヘリカル系における高温・低密度プラズマでは,ECH により加速された高エネルギー電子が,捕捉粒子となり, 熱化される前に径方向に拡散する可能性がある.この拡散 は,熱プラズマの輸送に比べ非常に早い時間スケールで, 高エネルギー電子の対流的な輸送を発生させる.また同時 に,電子輸送による電位(径電場)への影響が示唆されて いる.W7-AS,H-E,CHS等の実験結果[34,35]は,この高 エネルギー電子の対流的な輸送がECR加熱分布の「広が り」や密度分布の平坦化などにおいて重要であることを示 唆している.図14は,W7-ASにおけるECHプラズマにお いて観測された正の強い電場が計測された結果を示す [35].ECHによる電子流束が径電場を強い正に変化さ せ,輸送へ影響を与えたことが考えられる.

我々はW7-ASにおけるECR加熱による電子分布の変化 および高エネルギー電子の非局所的な輸送についてGNET コードを用いて研究を行った.実験と同様なECR波のパラ メータを用いてray-tracingを計算し,ECR加熱による準線 形拡散項を計算した.これを用いて,シミュレーションを 行い,高エネルギー電子の定常分布を求めた.図15(a)は,



図14 W7-AS における ECH による強い正の電場の観測とその時の輸送係数[35].





radius (cm)

 図15 W7-AS における e-root プラズマの ECH による速度空間分 布の変化(a)および径方向流束の新古典流束との比較(b)
 [30].

GNET コードにより得られた ECR 加熱による電子分布関数のマックスウェル分布からのずれを示した. ECR 加熱により低エネルギー側で分布は減少し,高エネルギー側で増加している.また,高エネルギー側では,ヘリカルリップル捕足粒子の径方向拡散の効果により, $v_{//} \approx 0$ 付近において分布が径方向に引き延ばされているのが見られる.

この高エネルギー電子の径方向輸送が電位(径電場)に どのような影響を与えるのか調べた.図15(b)は,ECH(X -mode)による電子流束のシミュレーション結果および熱 粒子の流束として新古典輸送理論による結果とを比較した ものである.結果として,ECHによる駆動流束が新古典流 束に比べ強い電場領域で大きくなり,正の電場生成に重要 な働きをしていることが示された.

以上のように、グローバルシミュレーションコードの開発により、ヘリカル系における電流駆動や径方向輸送によ る電位制御など実験研究と比較研究できる精度の計算が可 能となった.今後超並列計算機を用いることによりシミュ レーションがさらに高精度化され、実験との比較による ECH 物理の解明が進められると期待される.(村上定義)

参考文献

- [1] T.H. Stix, *Waves in Plasmas* (American Institute of Physics, New York, 1992).
- [2] J. Preinhaelter and V. Kopecky, J. Plasma Phys. 10, 1 (1973).
- [3] 前川 孝: プラズマ・核融合学会誌 78,508 (2002).
- [4] I.B. Bernstein Phys. Rev. 109, 10 (1958).
- [5] N.J. Fisch, Phys. Rev. Lett. 41, 873 (1978).
- [6] N.J. Fisch and A. Boozer, Phys. Rev. Lett. 45, 720 (1980).
- [7] T. Ohkawa, Nucl. Fusion 10, 185 (1970).
- [8] K. Mitani, H. Kubo and S. Tanaka, J. Phys. Soc. Jpn. **19**, 211 (1964).
- [9] H. Kubo, K. Mitani, S. Tanaka and Y. Terumichi, J. Phys. Soc. Jpn. 19, 221 (1964).
- [10] H. Sugai, Phys. Rev. Lett. 47, 1899 (1981).
- [11] H.P. Laqua, Plasma Phys. Control. Fusion 49, R1-R42 (2007).
- [12] H. Igami, H. Tanaka and T. Maekawa, Plasma Phys. Control. Fusion 48, 573 (2006).
- [13] S. Weinberg, Phys. Rev. 126, 1899 (1962).
- [14] G.V. Pereverzev, Phys. Plasmas 4, 3529 (1998).
- [15] A.G. Peeters, Phys. Plasmas 3, 4386 (1996).
- [16] A. Fukuyama *et al.*, *Proc. 20th IAEA Fusion Energy Conf.* (Villamoura, 2004) IAEA-CSP-25/CD/TH/P2-3.
- [17] T. Maekawa *et al.*, *Proc. 20th IAEA Fusion Energy Conf.* (Villamoura, 2004) IAEA-CSP-25/CD/EX/P4-27.
- [18] A. Fukuyama et al., Proc. 21st IAEA Fusion Energy Conf. (Chengdu, 2006) IAEA-CN-149/TH/P6-10.
- [19] E. Mazzucato, I. Fidone and G. Granata, Phys. Fluids 30, 3745 (1987).
- [20] R. Prater et al., Nucl. Fusion 48, 035006 (2008).
- [21] J.Killeen, G.D.Kerbel, M.G.McCoy and A.A.Mirin, Computational methods for kinetic models of magnetically confined plasmas (Springer-Verlag, 1986).
- [22] S.P. Hirshman, Phys. Fluids 23, 1238 (1980).
- [23] T.M. Antonsen, Jr. and K.R. Chu, Phys. Fluids 25, 1295

(1982).

- [24] M. Taguchi, J. Phys. Soc. Japan 54, 11 (1985).
- [25] K. Hamamatsu and A. Fukuyama, Fusion Eng. Des. 53, 53 (2001).
- [26] B.J. Braams and C.F.F. Karney, Phys. Fluids B 1, 1355 (1989).
- [27] C.F.F. Karney, Computer Phys. Reports 4, 183 (1986).
- [28] K. Hamamatsu and A. Fukuyama, Plasma Phys. Control. Fusion 42, 1309 (2000).
- [29] K. Hamamatsu, T. Takizuka, N. Hayashi and T. Ozeki, Plasma Phys. Control. Fusion **49**, 1995 (2007).
- [30] S. Murakami et al., Nucl. Fusion 40, 693 (2000).
- [31] S. Murakami et al., Nucl. Fusion 46, S425 (2006).
- [32] S. Murakami et al., Fusion Sci. Technol. 46 241 (2004).
- [33] 長崎百伸 他: プラズマ・核融合学会誌 83,764 (2007).
- [34] H. Idei et al., Phys. Plasmas 1, 3400 (1994).
- [35] H. Maassberg et al., Phys. Plasmas 7, 295 (2000).