



解説

流体としての磁場閉じ込め核融合プラズマ

—実験を意識した電磁流体力学方程式の拡張—

中島 徳嘉, 内藤 裕志¹⁾, 藤堂 泰, 石澤 明宏(核融合科学研究所, ¹⁾山口大学)

(原稿受付: 2008年12月26日)

拡張 MHD モデルの必要性を議論する。MHD モデルと実験結果との比較において標準 MHD モデルがなぜ拡張されるべきかを考察した後、三種類の典型的な拡張 MHD モデルをその導出に力点を置きながら説明する。最後に、様々な拡張 MHD モデルの特徴と関係をまとめ、拡張の方向性も議論する。

Keywords:

extended-MHD, reduced ordering, gyro-fluid, two-fluid, energetic particles

1. はじめに

核融合プラズマは、複合物理過程の有する様々な時空間スケールで特徴づけられる階層間の相互作用の結果として、その全体的な時空間構造が決定される非線形、非平衡な開放系として特徴づけられる。このようなプラズマの挙動を解析する手法としては、配位空間のみならず速度空間も含めた位相空間内でプラズマを記述しようとするジャイロ運動論に代表される運動論的手法と、速度空間の情報を平均化し配位空間内の連続流体としてプラズマを記述しようとする流体の手法がある。後者の典型的な例が、巨視的時空間現象を記述する MHD 方程式系に基づく MHD モデルである。

本稿では、プラズマの流体描写としての MHD モデルの拡張に関して解説するわけであるが、拡張の方向性を理解するために、環状系磁場閉じ込めプラズマを対象として、今なお MHD モデルが多用される理由をまず概観してみる。核融合プラズマ実験の主目的は、安定にプラズマを真空容器内に閉じ込め、核融合反応を持続させる効果的な実験条件・制御手法を確立することにあるといっても良いであろう。したがって、まず、安定にプラズマを閉じ込め得る運転領域（密度や温度の空間分布、持続時間）を知ることが鍵となる。このためには、発想を逆転して、プラズマの崩壊に繋がるような危険な運転領域を把握し、それを避けるというのが一つの方策となる。エネルギー原理が構築できる理想 MHD モデルや、さらに抵抗性 MHD モデルが多用された背景には、危険な運転領域を事前に知るために適した比較的簡便な理論モデルであったことが大きな理由といえよう。プラズマの崩壊に繋がる不安定性は、動径方向に大域的構造を持つことが多い。さらに、このような大域的不安定性は、ポロイダル方向にもトロイダル方向にも

長い波長を持つ。電子やイオンのスキン長等の微視的空間スケールを捨ててはいるが、巨視的空間スケールの不安定現象を記述できる MHD モデルは、危険な運転領域を事前に知るために適したモデルといえる。さらに、大域的構造を持つ不安定性は、実験的に観測しやすいという事実がある。この理論的側面と実験的側面が相まって、MHD モデルは大々的に発展し、成功を収めてきたといえる。実際、閉じ込め磁場のポロイダル成分がプラズマを流れる電流で生成される токмак に代表される内部電流系では、不安定性の主たる駆動源が磁力線方向の電流に由来する電流駆動型不安定性が最も危険な不安定性であり、且つ、電流駆動型不安定性は主として慣性項が重要となる共鳴有理面近傍以外の領域の自由エネルギーを利用する ($m/n = 1/1$ 抵抗性モードという重要な例外もあるが) ため、一般に長波長モード程不安定となるという実験的に観測しやすい性質がある (m および n は、それぞれポロイダルおよびトロイダルモード数)。このため、MHD モデルと実験結果とは、良好な対応を示している (参考文献[1]を参照)。一方、LHD 等に代表される外部電流系では、多少事情が複雑となる。外部電流系では、閉じ込め磁場が外部導体を流れる電流で基本的に形成されるため、危険な不安定性は、一般的に共鳴有理面付近の自由エネルギーを利用して成長し短波長程不安定となる傾向を持つ圧力駆動型不安定性となる。この特質を利用して、短波長極限での不安定性の判別条件 (理想交換型不安定性に対してはメルシェ判別条件、理想バレーニング不安定性に対してはバレーニング方程式による判別) が安定性の指標として用いられることが多い。しかし、プラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ大域的な長波長圧力駆動型不安定性の運転領域は、短波長極限の判別条件による運転領域より広くなり、この傾向は、交換型不安定

Magnetic Confinement Fusion Plasma in the Fluid Description-Extension of Magnetohydrodynamics with Relation to Experiments

NAKAJIMA Noriyoshi, NAITOU Hiroshi, TODO Yasushi and ISHIZAWA Akihiro

authors' e-mail: nakajima@LHD.nifs.ac.jp, naitou@plasma.eee.yamaguchi-u.ac.jp, todo@nifs.ac.jp, ishizawa@nifs.ac.jp

性において著しい。この理由は、交換型不安定性は、限界安定から成長率が非常に穏やかに増加することと、限界安定に近づくほど、固有関数が共鳴有理面近傍のきわめて局所的な分布となることによる。したがって、LHD の真空磁気軸内寄せ配位において議論されているように、メルシェ判別条件と実験結果との対応が付きにくい印象を与えている。しかし、実際には、参考文献[2]に見られるように、安定プラズマの運転領域（この場合は、ベータ値と圧力分布の尖塔程度）はメルシェ判別条件と対応関係を持っている。さらに、低ベータ領域で、プラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ大域的な長波長交換型不安定性も不安定となると考えられるきわめてメルシェ不安定な圧力分布は、実験的にはベータ値の時間的发展をホロー密度分布で（したがって、圧力勾配を緩和することにより）過渡的に達成することにより、回避されている[3]。このように、プラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ運転領域を回避するという意味において、MHD モデルは今だ有効なモデルといえる。

上記のような有効性にもかかわらず、現在、なぜ MHD モデルの拡張が議論されているのかを考えてみる。拡張の方向は大きく3つに分けられる。以下では、その3つの拡張の方向と拡張が必要となる背景について述べる。

第一の拡張の背景には、鋸歯状振動や主崩壊に見られるようにプラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ大域的な長波長不安定性を回避できる運転領域を放電時間中常に確保することは困難であるので、過渡的には不安定な状況が生じるとしても、その持続時間を極力短くする手法を開発するという要請がある。このため、プラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ大域的な長波長不安定性の性質をより詳しく調べ、効果的な抑制機構を検討する必要性が生じる。不安定性を駆動する自由エネルギー（電流駆動項、圧力駆動項）は MHD モデルの範囲内で記述できるとしても、不安定性の時間発展のスケール（成長率）は、慣性が効く共鳴有理面近傍の局所空間領域における様々な物理機構の影響を受けやすい。このため、時間発展も含めた現象の正しい理解には、慣性が効く共鳴有理面近傍の局所空間領域における微視的時空間スケールの影響を正しく取り入れるような拡張が必要となる。

第二の拡張の背景には、今までの解析では時空間のスケール分離を仮定してまったく独立に議論されてきた乱流輸送を引き起こす微視的揺動と巨視的不安定性の相互作用を考える必要性が生じているからである。プラズマの崩壊に繋がる危険性を持つ大域的な長波長不安定性は、鋸歯状振動の $\ell=1$ や主崩壊の $\ell=1/2, 2/3$ のように特定の共鳴有理面を持つことが多い（ここで、 ℓ は回転変換で、安全係数の逆数である）。これに対し、短波長の微視的揺動は、駆動力があれば特定の有理面の存在とは無関係に不安定となりうる。したがって、実際の実験を考えるならば、微視的揺動が作り出す乱流状態の中に巨視的不安定性が共存し、相互作用していると考えることが自然と考えられるからである。この種の拡張は、プラズマ解析の基本となっている時空間スケール分離の有効性の検証にも直結する問題を提起する。

第三の拡張の背景は、速度空間の情報の取り込み方によって来る。通常 MHD モデルの構築においては、対象とする粒子（電子、主イオン）の速度分布関数は、マクスウェル分布に近いと近似される。しかし、プラズマ加熱のための中性粒子入射 (NBI) においては、マクスウェル分布から大きくずれた速度分布関数を持つイオン成分が存在する。さらに、核反応においては、アルファ粒子等の背景プラズマとは異なるイオン種がマクスウェル分布とは異なる速度分布関数で存在する。このようにマクスウェル分布から明確にずれた速度分布関数を持つ粒子種と背景プラズマの相互作用を正しく取り入れる必要があるからである。

このような MHD モデルの拡張の動きは、米国において最も顕著である。米国ではエネルギー省 (Department of Energy, DoE) と国立科学財団 (National Science Foundation, NSF) によるプロジェクトにおいて拡張 MHD に関する研究が組織的に進められている。以下に主要なプロジェクトの内容を概観する。

・CEMM (Center for Extended MHD Modeling) [4]

プリンストンプラズマ物理研究所の S.C. Jardin が代表の DoE のプログラム SciDAC (Scientific Discovery through Advanced Computing) のプロジェクトの一つであり、大規模シミュレーションによる磁場閉じ込め核融合プラズマの崩壊機構や安定限界などの現実的な評価を目標としている。既存の2つの3次元非線形磁気流体シミュレーションコード、NIMROD (Non-Ideal Magnetohydrodynamics with Rotation - Open Discussion) と M3D (Multi-level 3D) をより現実の実験に近づけるため、拡張 MHD モデルの構築とコードへの実装を進めている。

・CSWIM (Center for Simulation of RF Wave Interactions with Magnetohydrodynamics) [5, 6]

オークリッジ国立研究所の D.B. Batchelor が代表の同じく SciDAC のプロジェクトの一つであり、磁場閉じ込め核融合プラズマにおける高周波と拡張 MHD で表される巨視的現象との相互作用を統合コードによる大規模シミュレーションで解明することを目的としている。核燃焼実験において鋸歯状振動や新古典テアリングモードなどを高周波によって制御し安定な放電状態を保つためのシナリオの構築に寄与することが目標となっている。

・CMPD (Center for Multiscale Plasma Dynamics) [7]

メリーランド大の W. Dorland と UCLA の S.C. Cowley (2008年まで) が代表の DoE Fusion Science Center の一つであり、微視的な運動論的乱流と MHD 現象を含む巨視的なダイナミクスとの相互作用を大規模シミュレーションで解明するためのマルチスケールアルゴリズムの開発を目的としている。実験室および宇宙・天体プラズマにおける広範囲の空間スケールに及ぶ現象を扱うため、MHD・ジャイロ運動論・Equation-Free などのシミュレーション手法を組み合わせて研究を進めている。

・CMSO (Center for Magnetic Self-Organization) [8]

ウィスコンシン大学の E. Zweibel が代表の NSF Physics Frontier Center の一つであり、実験室および宇宙・天体プラズマにおける磁場の自己組織化現象を実験・理論・シ

ミュレーションにより解明することを目的としている。複数あるテーマのうち、ダイナモトリコネクションにおいて MHD で表される現象に対する二流体効果の研究が行われている。

以上のように、米国では拡張 MHD モデルの構築をめざした組織的な活動が行われているのに対し、残念ながら日本では全国の研究者を対象とした組織的な活動は未だ顕著でない。そのため、先に述べた三つの拡張の必要性の観点から、一流体背景プラズマを記述する MHD 方程式系が、どのように微視的時空間スケールおよび複合物理過程を導入する方向に拡張されているか、流体描像の拡張の手法を中心として次章で解説する。まず、巨視的 MHD 不安定性をより正確に解析するためのモデルとして、ジャイロ運動論的方程式から導出される 5 場の簡約化 MHD 方程式系（ジャイロ簡約化 MHD モデル）の導出に関して 2.1 章で解説する。次に、微視的乱流輸送と MHD 的巨視的不安定性の相互作用を解析するモデルと簡単なシミュレーション結果を 2.2 章で述べる。最後に、2.3 章でマクスウェル分布とは大きく異なる速度空間情報を取り入れる手法として、高エネルギー粒子と背景 MHD との相互作用を解析するモデルに関して解説する。そして、3 章において、2 章で論じられた具体例に現れる様々な拡張 MHD モデルを含む現在の拡張 MHD モデルの特徴、相対的関係をまとめる。

2. 電磁流体モデルの拡張

2.1 ジャイロ運動論による MHD モデルの拡張

拡張 MHD モデルはオーダの異なるスケール長を含むため本質的にマルチスケールモデルである。拡張 MHD モデルの導出には、MHD 方程式を基礎とするものと、簡約 MHD 方程式を基礎とするものがある。ここでは後者を中心に解説する。簡約 MHD 方程式は、歴史的には MHD 方程式をトカマク等の低ベータの磁場閉じ込め装置のシミュレーションに便利ように近似を行って求められた。強い縦磁場（トロイダル磁場）の変動分を無視するため、圧縮性のアルヴェン波成分は除外される。簡約 MHD では Strauss の 2 場モデル [9] やその拡張としての Hazeltine 等の 4 場モデル [10, 11] がよく用いられる。一方、低ベータの閉じ込め装置のプラズマシミュレーション手法の基礎理論としてジャイロ運動論 [12] がある。ジャイロ運動論では荷電粒子のジャイロ運動の周期について平均を行った方程式系を用いる。具体的にはジャイロ運動論的ブラソフ方程式とジャイロ運動論的ポアソン式とアンペールの法則からなる。ジャイロ運動論的ブラソフ方程式のモーメントをとり、場の量を支配する方程式と組み合わせると比較的簡単に簡約 MHD 方程式もしくはその系列の方程式系を得ることができる。文献 [12] ではジャイロ運動論的方程式系から Strauss の 2 場モデルが導かれることが示された。

ここでは、ジャイロ運動論的方程式系から、5 場の簡約 MHD 方程式系を導く。方程式系を構成する 5 個の方程式は網掛けをして表す。このようにして求められる方程式系を筆者らはジャイロ簡約 MHD [Gyro-Reduced-MHD (GRM)] 方程式と呼んでいる。MHD 理論と GRM 方程式系

については文献 [13] で解説した。また 3 場までの GRM 方程式系の概要は文献 [14] に示した。以下では簡単のためイオンの有限ジャイロ半径効果は無視 ($T_{i\perp} = 0$) した場合について議論する。またトロイダルプラズマの最低次モデルである円柱プラズマを想定する。基本の場の量としては、静電ポテンシャル ϕ とベクトルポテンシャルの縦磁場方向 (z 方向) 成分 A_z を用いる。電場は静電場と誘導電場の和で、磁場はトロイダル磁場とポロイダル磁場の和で表される。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial A_z}{\partial t}\mathbf{b},$$

$$\mathbf{B} = B_0\mathbf{b} + \nabla \times (A_z\mathbf{b}) = B_0\mathbf{b} + \nabla A_z \times \mathbf{b} = B_0\mathbf{b}^* \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{b}$ はトロイダル方向 (z 方向) の単位ベクトルを表し、 $\mathbf{b}^*$ は近似的に磁力線方向の単位ベクトルを表している。電子 ($s=e$) とイオン ($s=i$) に対するジャイロ運動論的ブラソフ方程式は速度分布関数 $f_s(\mathbf{r}, v_z, t)$ に対して以下に示される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s}{\partial t} + \left(\frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} + v_z \mathbf{b}^* \right) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{r}} \\ + \frac{q_s}{m_s} \left(-\mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi - \frac{\partial A_z}{\partial t} \right) \frac{\partial f_s}{\partial v_z} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで v_z は磁力線方向の速度、 q_s , m_s は荷電粒子の電荷と質量を示す。(2) 式の特性格線は粒子の運動方程式に対応し、粒子の速度は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトと磁力線方向の並進運動の和で、加速は電場の磁力線方向の成分による加速 $[(q_s/m_s)E_{\parallel}]$ で表されている。粒子密度 n_s と磁力線方向の流体的速度 V_s は、各々速度分布関数の 0 次と 1 次のモーメントから定義される。

$$n_s = \int f_s dv_z, \quad \Gamma_s = n_s V_s = \int v_z f_s dv_z \quad (3)$$

一方、 ϕ と A_z はそれぞれジャイロ運動論的ポアソン式

$$\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \nabla_{\perp}^2 \phi = \frac{1}{\epsilon_0} (en_e - q_i n_i) \quad (4)$$

とアンペールの法則

$$\nabla_{\perp}^2 A_z = \mu_0 (e\Gamma_e - q_i \Gamma_i) \quad (5)$$

から求められる。ここで、 ϵ_0 と μ_0 は真空の誘電率と透磁率を、 ω_{pi} と ω_{ci} はイオンプラズマ角振動数とイオンサイクロトロン角振動数を示す。また、 $\nabla_{\perp}$ はオペレータ ∇ の縦磁場に直角方向成分 $[\nabla - \mathbf{b}(\mathbf{b} \cdot \nabla)]$ を表す。注意すべきことは、ジャイロ運動論ではイオンの運動は分極ドリフトを含まない運動方程式により決定されていることである。このため実際のイオン密度 N_i は、(3) 式で計算される n_i と分極効果によるイオン密度の変化分（最低次の効果）の和

$$N_i = n_i + \frac{\epsilon_0}{q_i} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} \nabla_{\perp}^2 \phi \quad (6)$$

で表される。ジャイロ運動論的ポアソン式は電荷の中性条件 ($en_e = q_i N_i$) と等価である。通常、簡約 MHD 方程式系では $q_i = e$ を用いる場合が多いが、ここでは一般性を考慮して q_i はそのまま残して表記することにする。

ジャイロ運動論的プラソフ方程式のモーメント式の厳密な導出は徳田等[15]に示されている。ここでは、標準的な導出法とは少し異なった導出を試みる。ジャイロ運動論的ポアソン式[(4)式]を時間に関して偏微分し、(2)~(5)式を用いると渦方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi = -\frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 \phi) - v_A^2 \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 A_z) \quad (7)$$

が導かれる。これはプラズマ中の流れの回転(渦)の縦磁場方向成分が $\mathbf{b} \cdot \nabla \times (\mathbf{b} \times \nabla \phi / B_0) = \nabla_{\perp}^2 \phi / B_0$ と表されることから理解できる。ここで $v_A = c \omega_{ci} / \omega_{pi}$ はアルヴェン速度を表す。アンペールの法則 [(5)式] を時間に関して偏微分し、(2)~(5)式を用いると、磁力線方向の一般化されたオームの法則を得ることができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 A_z = & \mu_0 \left(\frac{e^2 n_e}{m_e} + \frac{q_i^2 n_i}{m_i} \right) \left(\frac{\partial A_z}{\partial t} + \mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi \right) \\ & - \frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 A_z) - \mu_0 e \mathbf{b}^* \cdot \nabla \int v_z^2 f_e dv_z \\ & + \mu_0 q_i \mathbf{b}^* \cdot \nabla \int v_z^2 f_i dv_z \end{aligned} \quad (8)$$

上式は、 $m_e \rightarrow 0$ (電子の慣性を無視) の極限では右辺第1項が支配的になる(厳密には電子の圧力項も残る)。よってこの極限で(8)式は

$$\frac{\partial A_z}{\partial t} = -\mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi \quad (9)$$

となり、磁力線方向の電場が0であることを示している。(9)式は、プラズマが磁力線に凍りついて運動することを示し、磁力線の再結合は禁止される。(7)式と(9)式は、Straussの2場モデル[9]を構成し、理想MHDの場合の方程式系に対応している。(9)式右辺にジュール損失項 $-\eta J_z$ (η は抵抗率、 J_z は磁力線方向の電流密度) を付け加えると抵抗性MHDの式になり磁力線の再結合が可能になる。磁気再結合は磁気面のトポロジーを変化させるためプラズマの閉じ込めにとって非常に重要で未解明の物理を含む物理過程である。

GRM 方程式系を説明するために、内部キンクモードのシミュレーションを例にあげる。内部キンクモードはトカマクの内部で生じるキンク不安定性で、プラズマの表面は完全導体壁で囲まれた固定境界で考えてよい。内部キンクモードで最も重要なものは、磁気軸上の安全係数 q_0 が1以下で、プラズマ表面まで単調に増加し、プラズマ中で $q(r_s) = 1$ の面がある場合に不安定になる、 $m=1$, $n=1$ (m はポロイダルモード数、 n はトロイダルモード数) のモードである。ここで、安全係数は磁力線のピッチの逆数に比例する量であり、 $q(r) = r B_0 / R B_p$ で定義されている。内部キンクモードは $r < r_s$ の領域に巨視的な構造を持ち、

磁気再結合によりプラズマのコアのエネルギーが周辺領域に掃出される鋸歯状振動の崩壊過程に対応している。ジュール損失項を含む2場モデルでは、抵抗性の内部キンクモードのシミュレーションをすることができる。

プラズマが高温になるに従って、抵抗率はゼロに近づき、磁気再結合の時間スケールは大きくなるが、実際の実験では磁気再結合はもっと早い時間スケールで生じている。これは無衝突の磁気再結合現象が生じているためと考えられる。以下では電子の慣性を含め、ジュール損失項を無視して定式化を行う。(8)式で、速度の2次のモーメントを $p_s/m_s = T_{s0} n_s/m_s$ (T_{s0} = 一定; 等温近似) で評価し、右辺第1項で $n_s = n_{s0}$ と近似し、 $\mu_0 e^2 n_{e0}/m_e = \omega_{pe}^2/c^2 = 1/d_e^2$ (ω_{pe} は電子のプラズマ角振動数、 c は真空の光速、 d_e は電子の無衝突スキン長) を用い、 $m_i \gg m_e$ を用いて微量量になる項を消去すると次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} A_z = -\mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi + d_e^2 \frac{d}{dt} (\nabla_{\perp}^2 A_z) + \frac{T_{e0}}{n_{e0} e} \mathbf{b}^* \cdot \nabla n_e \quad (10)$$

ここで $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{b} \times \nabla \phi / B_0) \cdot \nabla$ は対流微分を示す。上式の右辺第2項が電子の慣性項を示し、第3項が電子圧力勾配の効果を示す。無衝突の場合には、電子の慣性項がジュール損失項のかわりをする $[\eta] J_z \rightarrow (\mu_0 d_e^2 / \tau) J_z$, τ は電子加速にかかる時間スケール] と考えると理解しやすい。電子温度が十分小さいとして(10)式右辺第3項を無視すると、(7)式と(10)式は閉じた方程式系になり、無衝突の内部キンクモードのシミュレーションが可能になる。この場合、 $q=1$ の有理面近傍でのモード構造を決定する特徴的な厚みは d_e である。 d_e は通常のコカマクで mm 程度になるため、空間メッシュの解像度に注意する必要がある。

(10)式は、平衡のプラズマ密度が一定の場合には、次式で表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} A_z = -\mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi + d_e^2 \frac{d}{dt} (\nabla_{\perp}^2 A_z) + \frac{q_i}{e} \rho_s \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 \phi) \quad (11)$$

ここで $\rho_s = \sqrt{T_{e0}/m_i}/\omega_{ci}$ は電子温度で評価したイオンのジャイロ半径である。 ρ_s は通常のコカマクで数 mm の値になる。上式の導出では、イオンの磁力線方向の速度を無視すると分極効果を含まないイオン密度 n_i が常に一定になることを用いた。(7)式と(11)式で閉じた方程式系を構成することができる。この方程式系を用いた場合とジャイロ運動論的粒子コード[17]を用いた場合のシミュレーション結果の比較が文献[16]に示されている。 $\rho_s \gg d_e$ で内部キンクモードのシミュレーションを行うと有理面近傍の電流層の特徴的スケールは d_e 、静電ポテンシャルの特徴的スケールは ρ_s になり、内部キンクモードの線形成長率は $\rho_s \ll d_e$ の場合と比べて大きくなる[14, 18]。2つのスケール長があることにより、内部キンクモードの成長率が時間的に加速して大きくなることがシミュレーション結果として示されている[11]。

内部キンクモードの安定化には電子やイオンの反磁性効

果が重要である．ここでは電子の反磁性効果のみを取り上げる．線形安定性に対するイオンの反磁性効果は文献[14]で議論されている．(10)式右辺の第3項で電子の密度勾配を取り入れると反磁性効果を取り入れることができる．電子密度の時間空間的变化を表す式は，(2)式の0次のモーメントから求めることができる．

$$\frac{\partial}{\partial t} n_e = -\frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} \cdot \nabla n_e - \frac{1}{e\mu_0} \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 A_z) - \frac{q_i}{e} \mathbf{b}^* \cdot \nabla \Gamma_i \quad (12)$$

上式の右辺第2項と第3項の和は $-\mathbf{b}^* \cdot \nabla \Gamma_e$ であるがアンペールの式[(5)式]を用いて書き換えている． $\Gamma_i = 0$ とすると，(7)，(10)，(12)式は3場の方程式系を構成する．3場の方程式系より電子の反磁性効果による内部キンクモードの線形安定性を議論することができる[18]．また，密度勾配が大きいとき，線形モード構造にポロイダルシア流が現れるため，2次の不安定としてケルビンヘルムホルツの不安定性が起こり，多数の渦が形成され，この渦が内部キンクモードの非線形発展に大きな影響を与えることがシミュレーション的に示されている[19, 20]．

3場の方程式系によるシミュレーション結果から，境界層理論では内部キンクモードが安定になる領域で弱い不安定性が残ることがわかってきた[18]．この弱い不安定性が実際に存在するかどうかは3場方程式の"closure"の問題にも関連して重要である．安定性に対する議論の過程でイオンのランダウ減衰の効果を評価する必要がでてきたため，(12)式で Γ_i の項を無視せず，以下の2式を加えて5場の方程式系を構成した．

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Gamma_i = & -\frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} \cdot \nabla \Gamma_i - \left(\frac{T_{e0}}{m_i} + \frac{e}{q_i} \frac{T_{i0}}{m_i} \right) \mathbf{b}^* \cdot \nabla n_e \\ & + \frac{\varepsilon_0 T_{i0} \omega_{pi}^2}{m_i q_i \omega_{ci}^2} \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 \phi) - \frac{n_{i0}}{m_i} \mathbf{b}^* \cdot \nabla \tilde{T}_i \quad (13) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{T}_i = -\frac{\mathbf{b} \times \nabla \phi}{B_0} \cdot \nabla \tilde{T}_i - T_{i0} \mathbf{b}^* \cdot \nabla V_i - \frac{2^{3/2}}{\sqrt{\pi}} |k_{\parallel}| v_{ti} \tilde{T}_i \quad (14)$$

ここで， T_{i0} は磁場方向のイオン温度(一定)を， $\tilde{T}_i$ は磁場方向のイオン温度の変化分を表している．(13)式は，電子とイオンに対するジャイロ運動論的ブラソフ方程式の1次のモーメント式から電場による加速の項を消去することにより導かれた式

$$\begin{aligned} m_e \frac{d\Gamma_e}{dt} + m_i \frac{d\Gamma_i}{dt} + m_e \mathbf{b}^* \cdot \nabla \int v_z^2 f_e dv_z \\ + m_i \mathbf{b}^* \cdot \nabla \int v_z^2 f_i dv_z = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

で第3項を $T_{e0} \mathbf{b}^* \cdot \nabla n_e$ で，第4項を $T_{i0} \mathbf{b}^* \cdot \nabla n_i + n_{i0} \mathbf{b}^* \cdot \nabla \tilde{T}_i$ で近似した後，左辺第1項を微量量として無視して求められる．ただし， n_i はジャイロ運動論的ポアソン式を用いて $(e/q_i) n_e - (\varepsilon_0 \omega_{pi}^2 / q_i \omega_{ci}^2) \nabla_{\perp}^2 \phi$ で置き換える．(13)式で $\tilde{T}_i = 0$ とすると，(7)，(10)，(12)，(13)式は4場モデルを構成する．この4場モデルは Hazeltine 等の4場モデル

[10]で電子の慣性項を加え，イオンの有限ジャイロ半径効果を無視した場合に対応している．4場モデルは，(13)式の右辺第2項からもわかるようにイオン音波の効果を含んでいる．イオン音波の効果が入ることにより，密度勾配が大きい場合，3場モデルで残った弱い不安定性の一部が安定化され，安定性の窓が存在することがわかった．このことは，特に限界安定近傍のMHDモードの解析に対して，どの程度までの物理を含む拡張MHD方程式系を使用する必要があるかを，注意深く検討することが重要であることを示している．

(13)式でイオン温度の変化分 $\tilde{T}_i$ を加えたのは，(14)式と連動してイオンのランダウ減衰の効果を取り入れるためである[21-23]．(14)式右辺の第3項はイオンの線形ランダウ減衰の効果をシンボリックに表している．実際にはフーリエ空間で磁力線方向の波数 $k_{\parallel}$ を計算する必要がある．線形シミュレーションの結果では内部キンクモードの安定性へのランダウ減衰の効果は無視できる程度であることが確認できた．

拡張MHDでは，クロージャの問題が存在し，式をどのモーメントで打ち切るか，または高次のモーメントをいかにして低次のモーメントで置き換えるか(または無視するか)という問題が存在する．方程式系の正当性(validation, verification)の検証が非常に重要である．筆者等は，GRMコードによるシミュレーション研究と並行してMHD的現象のシミュレーションに特化したジャイロ運動論的粒子コード(GpicMHD)を開発し，GRMコードとのベンチマークを行いながら研究を進めている．このような拡張MHD的流体モデルとジャイロ運動論を基礎とする粒子(またはブラソフ)モデルとの比較を注意深く行いながら研究を進めていくことが重要と思われる．

拡張MHD的流体方程式系は，多くの新しい項を付け加えていくに従って，乱流モデルで用いられるジャイロ流体方程式系との違いがなくなっていく方向にある．一方，乱流の研究者は，磁場の変動を含むようにジャイロ流体方程式を拡張している．またMHD現象と乱流現象の競合や相互作用等は興味深い研究テーマであり，これからの研究の大きなトレンドの一つとして，参考文献[24]や次節の「2.3 微視的乱流中に現れる巨視的磁気流体不安定性」で取り上げられている．拡張MHD方程式系を用いたシミュレーションは，超巨大計算にならない範囲で，現実的な時間内で運動論的效果を含む巨視的MHD現象のシミュレーションができるため，これからのマルチ物理・マルチスケールに対応するプラズマ物理研究の動向に対応できる，きわめて有用な研究手段である．

2.2 微視的乱流中に現れる巨視的磁気流体不安定性

本節では，実験を意識した電磁流体力学現象として，磁場閉じ込めプラズマ実験において巨視的磁気流体不安定性が観測されるとき，その背景に微視的乱流が存在することを考える．これは，巨視的磁気流体不安定性は，通常，小さなポロイダルおよびトロイダルモード数の組み合わせで共鳴する有理面(共鳴有理面)の存在を介して不安定になるが(共鳴有理面を持たない磁気流体不安定性もある)，一

方、微視的不安定性は、大きなモード数を持つため、 $\ell = 1/1$, $\ell = 1/2$ といった特定の有理面の存在やベータ限界には直接関係なく不安定になるからである(ここで、 ℓ は磁力線の回転変換である)。したがって、トラス磁場閉じ込め実験の放電中に小さなトロイダルモード数を持つモードが共鳴する共鳴有理面が現れ、巨視的磁気流体不安定が不安定になるとき、すでに背景に微視的乱流が存在していることを考慮に入れることが重要である。ここで巨視的磁気流体不安定性とはテアリングモード、内部キンクモード、ポロイダルモード数が小さなインターチェンジモードなどを意味する。従来、巨視的磁気流体不安定性と微視的乱流(微視的不安定性によって生じる乱流)は、ポロイダル方向の空間スケールが分離されるため(前者は小半径程度、後者はラーモア半径の数倍程度のスケール)、独立に研究されてきた。この解説では、巨視的磁気流体不安定性と微視的乱流の相互作用の研究の中でも特に、実験的に想定される巨視的磁気流体不安定性が微視的乱流から受ける影響に関する研究について紹介する。前半で磁気流体不安定性への微視的乱流の影響を記述するために必要な方程式の拡張を概観し、後半でそのシミュレーション結果を示す。

2.2.1 簡約化二流体方程式

静電的なイオン温度勾配不安定性や電磁的な運動論的バルーニングモードなどの微視的不安定性によって生じる乱流は、一流体まで単純化された磁気流体方程式系では記述できないため、イオンと電子の反磁性効果を導入する必要がある。流体描像を用いつつイオンと電子の反磁性効果を導入する方法に二流体方程式系を用いる方法がある。この解説では、Hazeltineの方法に従って二流体方程式系から簡約化二流体方程式系を導出する手順を概観する[25-27]。手続きは、磁気流体方程式系から簡約化磁気流体方程式系を導く過程とはほぼ同様で、ジャイロ粘性テンソルを含んだ二流体方程式系を微小パラメータ ε で展開することにより簡約化二流体方程式系を得る(密度方程式の圧縮性については一つ高次までとる)。その際、1)トロイダル磁場 B_T はポロイダル磁場 B_P より十分大きい: $B_P/B_T \approx \varepsilon$, 2)大アスペクト比近似(大半径 R は小半径 a より十分大きい): $a/R \approx \varepsilon$, 3)高ベータトカマクオーダリング: $2\mu_0 P_{eq}/B^2 \approx \varepsilon$, 4)フルート近似(磁場に垂直方向の波数 $k_\perp$ は磁場に平行方向の波数 $k_\parallel$ より十分大きい): $k_\parallel/k_\perp \approx \varepsilon$, 5)ドリフトオーダリング(時間変化は、イオン熱速度と小半径から見積もられる時間より十分遅い): $\partial/\partial t \approx \varepsilon V_{Ti}/a$ 等のオーダリングを用いて、物理量、演算子を微小展開パラメータ ε で展開する。参考文献[25, 26]では、この手続きにより渦度方程式、一般化オーム則、電子密度式、磁力線方向速度式、の4つの式が導かれる。これに、イオン温度の式[23, 28-30]を加えた式を以下に書く。

$$n_{eq} \frac{d}{dt} \nabla_\perp^2 \Phi = -\nabla_\parallel J - \beta K[p] + d_i \beta \nabla_\perp \cdot [\nabla_\perp \Phi, p_i],$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi = -\nabla_\parallel \Phi + d_i \beta \nabla_\parallel p_e + \eta_L v_{e\parallel} + \eta J,$$

$$\frac{d}{dt} n = -n_{eq} \nabla_\parallel v_{e\parallel} + K[n_{eq} \Phi - d_i \beta p_e],$$

$$n_{eq} \frac{d}{dt} v_\parallel = -\beta \nabla_\parallel p,$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} T_i = & -(\gamma-1) T_{eq} \nabla_\parallel v_\parallel - (\gamma-1) \kappa_L T_i \\ & + T_{eq} K[(\gamma-1)(\Phi + d_i \beta T_i + d_i \beta T_{eq} n/n_{eq}) + \gamma d_i \beta T_i]. \end{aligned}$$

ここで Hammett and Perkins のクロージャーを用いた[21]。規格化は従来の簡約化磁気流体方程式と同じである。また、 $df/dt = \partial f/\partial t + [\Phi, f]$, $\nabla_\parallel f = \varepsilon \partial_\xi - [\psi, f]$, $K[f] = 2\varepsilon[r \cos \theta, f]$, $[A, B]$ はポアソン括弧, Φ は静電ポテンシャル, ψ は磁気フラックス, n は密度, p は圧力, p_i はイオン圧力, p_e は電子圧力, $v_\parallel$ はイオンの磁力線方向速度, $v_{e\parallel} = v_\parallel + d_i J/n_{eq}$ は電子の磁力線方向速度, $J = -J_\parallel = \nabla_\perp^2 \psi$ は磁力線方向電流密度, β はプラズマベータ, d_i はイオン表皮長, γ は比熱比, η_L および κ_L は線形ランダウ減衰の効果である。イオン表皮長はイオンラーモア半径 ρ_i と $d_i = \rho_i/\sqrt{\beta}$ の関係にある。また、 $K[f]$ はトロイダル曲率によって現れる項で、悪い曲率領域にバルーニング型不安定性を生じる。

簡約化二流体方程式系は、磁気流体方程式系と比較して、非線形効果を含むイオンの反磁性効果(渦度方程式の $d_i \beta \nabla_\perp \cdot [\nabla_\perp \Phi, p_i]$) および電子の反磁性効果(一般化オーム則の Hall 項に対応する $d_i \beta \nabla_\parallel p_e$) が導入されている。これらの項が加わったことにより、ドリフト不安定性(イオン温度勾配不安定性、ドリフトアルヴェン不安定性、抵抗性ドリフト不安定性など) および運動論的磁気流体不安定性(運動論的バルーニングモードなど)の線形および非線形発展が記述可能になる。このように、イオンラーモア半径またはイオン表皮長や反磁性周波数などの微視的時空間スケールは、磁気流体方程式系から二流体方程式系への拡張により現れたプラズマ固有の特徴的時空間スケールである。

ドリフトオーダリングを用いた結果、運動量保存則において圧力テンソル項が他の項と同じオーダになるとともに反磁性ドリフト速度が現れる。これらは二流体効果として磁気流体方程式系に新たに加わった効果である。そして、方程式系を閉じるため圧力テンソルの時間発展方程式が必要になり、方程式系の形を複雑にする。しかし、ドリフトオーダリングなど簡約化方程式系を導いた近似のもとでは、圧力テンソル方程式はジャイロ粘性相殺と呼ばれる関係式に帰着し[27, 31]、その結果、圧力テンソル項とイオン反磁性速度のラグランジュ微分項[27]またはイオン反磁性速度による対流項[31]が相殺し、渦度方程式は上述の式のように簡約化磁気流体方程式の渦度方程式にイオン反磁性項が加わるのみの単純な形になる。ここでは、参考文献[27]に従い静電ポテンシャル Φ による表示を用いた[27]。一方、流れ関数 $\phi = \Phi + d_i \beta p_i$ による表示を用いた場合[31]、イオン反磁性項の符号が逆になることに注意する。また、温度変化がある場合は後者のほうが良いといわれている[31]。例えば、参考文献[32-34]は参考文献[31]に従って流れ関数による表示を採用している。ジャイロ運動論方程式の0次モーメント式との対応を考えると、ジャイロ中心座

標を粒子座標で書き直した際に有限ラーモア半径効果として現れる項が、イオン反磁性項の中でイオン圧力揺動からなる部分対応する[35].

簡約化二流体方程式系はイオンの表皮長がゼロの極限で圧縮性簡約化磁気流体方程式系に帰着し、さらにベータゼロの極限を取ると非圧縮簡約化磁気流体方程式系になる[25](参考文献[25]ではイオン温度揺動は無視する). 非線形項の形は、イオンの反磁性項をのぞいてポアソン括弧の形に書かれ簡約化磁気流体方程式系と同じ形をしている(イオン反磁性項もポアソン括弧の形に変形することが可能である[25]). 簡約化二流体方程式系は、近似を行う前の二流体方程式に比べて、数値シミュレーションを行う上で重要な長所を持っている. 一つは、速い音波を含まないので時間ステップ幅を大きく取れることで、もう一つは、解くべき変数の数が減っていることである. また、磁気流体不安定性やドリフト不安定性はフルート型の不安定性なので、これらの不安定性の線形および非線形発展を精度よく記述できる.

2.2.2 乱流中に現れるテアリングモードの数値シミュレーション

具体的な3次元シミュレーション結果として、長波長(マクロスケール)が不安定になりやすい電流駆動型の磁気流体不安定性であるテアリングモードが微視的乱流中に現れる過程を示す. テアリングモードが不安定になるような磁場揺動が発生しやすい状況では、微視的不安定性として運動論的バルーニングモードが不安定であり、このモードにより乱流が生じる.

乱流中にテアリングモードが発生する状況を数値シミュレーションするために運動論的バルーニングモードとテアリングモードが不安定な初期平衡を選ぶ. 初期発展は、運動論的バルーニングモードが指数関数的に成長し支配的である. このモードが飽和し微視的乱流を含んだ準静的な平衡が実現する[36]. 図1の左図($t=245$)は、このときの微視的乱流の静電ポテンシャル ϕ を示す. また、図2は $t=100$ 以後乱流を含んだ準静的な平衡が形成されていることを示す. さらに $t=100$ 以降において、テアリングモードと同じトロイダルモード数である $n=1$ の長波長モードがかなり高いレベルで飽和状態にあることがわかる. この長波長モードへのエネルギー輸送は、ゾーナル流へのエネルギー輸送と類似点が多い. これは、レイノルズ応力がエネルギー輸送のソースとして作用し、マクセル応力と非線形イオン反磁性がシンクとして作用する点である[37]. この長波長モードへのエネルギー輸送は、テアリングモードの励起とは異なる[36]. なぜならその空間分布はテアリングモードの固有関数の空間分布と大きく異なるからである. したがって、トロイダルおよびポロイダル波数空間におけるエネルギー輸送を考察するだけでは、乱流と巨視的磁気流体不安定性の相互作用を理解することはできない. 乱流はテアリングモードに対応する波数モードにエネルギーを与えるのみで、その固有モードとしての成長を直接引き起こすことはない.

乱流を含んだ準静的な平衡が形成され、その後、 $n=1$

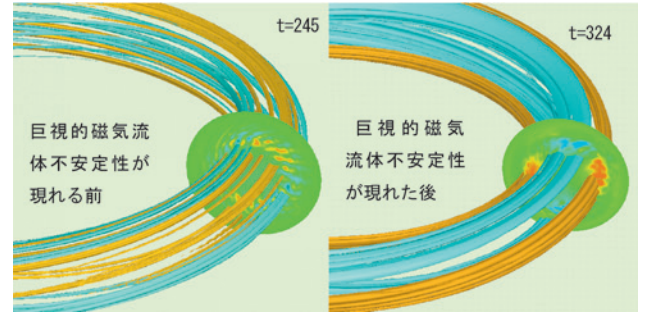


図1 静電ポテンシャルの3次元等値面. 左図は巨視的不安定性が現れる前の乱流状態を示す. 右図は巨視的不安定性が現れ、乱流と混在した状態を示す.

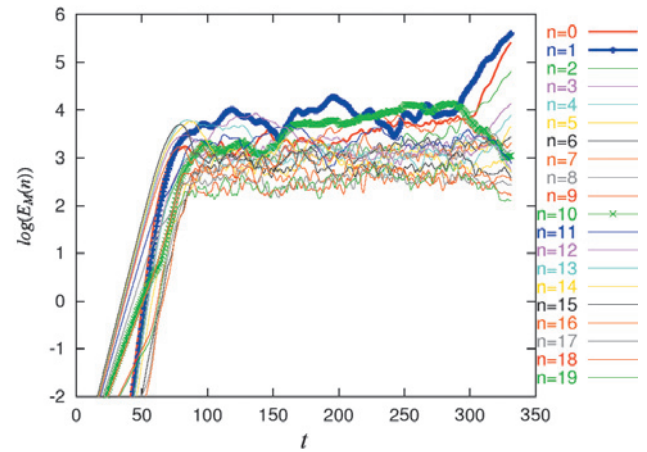


図2 磁場揺動エネルギーの時間変化. n はトロイダルモード数を表す. 青太線($n=1$)がテアリングモードのエネルギーに対応する. 乱流を含む平衡状態は $t=100$ に形成され、その平衡中にテアリングモードが $t=290$ 以後現れる($n=1$ モードが成長する).

モードは、テアリングモードの固有関数としてのコヒーレントなモード構造を持ち、磁気リコネクションを起こしながら成長する. 図2は $t=290$ 以降テアリングモードが成長することを示している. また、図1の右図($t=324$)はこのときの乱流とテアリングモードが混在した乱れの分布を示す. このとき $n=1$ モードの空間分布はテアリングモードの固有関数分布に近くなる[36, 37]. 平衡のもつ電流駆動型の自由エネルギーによりテアリングモードが線形不安定な場合、この成長は起こり、この自由エネルギーの大きさによりテアリングモードの飽和レベルが決まる. 図2の場合は自由エネルギーが大きくテアリングモードの飽和状態は形成されない. 一方、自由エネルギーが小さい場合は、テアリングモードが飽和し、乱流、磁気島、およびゾーナル流を含んだ準静的な平衡が形成される(参考論文[38]ではこの状態が示されている). テアリングモード成長過程において、一般化オーム則(電子の平行方向運動方程式)を有理面上で評価した結果、乱流揺動によって磁気フラックスが混合されて磁気リコネクションが起こることが示された[38].

乱流はゾーナル流を励起するので、乱流を含む準静的な平衡は自然にゾーナル流をも含む. この流れのシアはテア

リングモードの成長を抑制する可能性がある。しかし、ゾーナル流のテアリングモードへの影響は安定化に効くときもあれば不安定化に効くときもある[39]。一方、ゾーナル流は、磁気島出現によりその動径方向分布が変化する[36, 40]。また、乱流はゾーナル磁場も作るが、我々が行ったシミュレーションではその影響は小さい[37]。

シミュレーション結果のまとめを述べる(図3)。乱流を含んだ平衡中に現れるテアリングモード(巨視的電磁流体不安定性)は、乱流によって初期摂動が与えられる。そして、乱流拡散による磁気リコネクションにより成長する。前者は、乱流が作る巨視的モードの影響であり、後者は乱流が作る微視的モードの影響である。乱流はゾーナル流を作り、その流れはテアリングモードの成長に対して安定化に作用するときもあれば不安定化に作用するときもある。成長したテアリングモードは磁気島を作り、乱流および乱流輸送に影響を与え、平衡分布を変えるなど、多彩で複雑な相互作用が現れる[40]。

2.3 高エネルギー粒子と MHD の相互作用

核燃焼プラズマでは DT 核融合反応から生成する高速アルファ粒子が自律的なプラズマ加熱の役割を担うので、高速アルファ粒子をプラズマ内部に閉じ込めておく必要がある。しかし、高速アルファ粒子は速度がアルヴェン波の位相速度に近いので、電磁流体力学的な固有振動であるアルヴェン固有モードと共鳴する。その結果、高速アルファ粒子がアルヴェン固有モードの振幅を増大させ、成長したアルヴェン固有モードによって高速アルファ粒子の閉じ込めが劣化する可能性がある。多くの環状磁場閉じ込め装置でアルヴェン固有モードの研究が活発に推進されており、興味のある方は本学会誌小特集「アルヴェン固有モード研究の最新事情」[41]を参照していただきたい。ここでは、アルヴェン固有モードのシミュレーションで用いられる物理モデルについて解説する。

アルヴェン固有モードのシミュレーションでは、プラズマを高速アルファ粒子などの高エネルギー粒子とその他の部分に分けて連結し、両者の時間発展が矛盾なく計算され

る[42-44]。背景プラズマが電子($s=e$)と一種のイオン($s=i$)から構成され、さらに、高速アルファ粒子などの高エネルギー粒子($s=h$)が存在する場合を考える。この場合、速度分布関数がマクスウェル分布に近い背景プラズマは流体近似が可能で二流体方程式系が構成できるが、高エネルギー粒子の速度分布関数はマクスウェル分布から大きくずれる場合が多いため、粒子法またはブラソフ法で位相空間の分布関数が直接評価される。背景プラズマと高エネルギー粒子の相互作用は、背景プラズマの二流体運動方程式に高エネルギー粒子の位相空間分布関数の速度の1次モーメントから作り出される高エネルギー粒子の電流の影響を取り込んだものをさらに一流体化して評価される。全電荷密度を Q 、全電流密度を J とすれば、 $Q = Q_e + Q_i + Q_h$ 、 $J = J_e + J_i + J_h$ であり、背景プラズマの二流体運動方程式を電子とイオンで足し合わせた一流体運動方程式は、電子の質量がイオンの質量に対して無視できること、および高エネルギー粒子の密度が背景プラズマと比較して十分に小さいこと等を考慮して、

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = (Q_e + Q_i) \mathbf{E} + \sum_{s=e,i} Q_s \mathbf{v}_s \times \mathbf{B} - \nabla p$$

$$= (Q - Q_h) \mathbf{E} + (\mathbf{J} - \mathbf{J}_h) \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (16)$$

と近似できる。ここで、 ρ は背景プラズマの質量密度であり、 $p = p_e + p_i$ である。電磁流体モデルでは、準中性条件が成立すること ($Q = 0$)、および電場 $\mathbf{E}$ を磁力線に平行方向と垂直方法に分離すること $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\parallel} + \mathbf{B} \times \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}$ により、(16)式は、

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = -Q_h \mathbf{E}_{\parallel} + \left[\mathbf{J} - \left(\mathbf{J}_h - Q_h \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \right] \times \mathbf{B} - \nabla p \quad (17)$$

となる。電磁流体モデルでは、電場はオームの法則 $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{J}$ で与えられる。ここで η は電気抵抗であり、磁場に平行な電場成分は $\eta J_{\parallel}$ だけであることがわかる。これは磁力線方向に垂直な電場成分と比較すると一般に小さいのでここでは無視して、あわせて $\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}$ を用いると、高エネルギー粒子の寄与を考慮した理想 MHD 運動方程式は次のように与えられる。

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{J}_h^* \right) \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_h^* \equiv \mathbf{J}_h - Q_h \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (19)$$

高エネルギー粒子については、3次元環状プラズマ中の電磁場における荷電粒子ジャイロ運動中心の軌道が追跡される。ジャイロ運動中心の速度 $\mathbf{u}$ は以下のように与えられる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_{\parallel}^* + \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_B \quad (20)$$

$$\mathbf{v}_{\parallel}^* = \frac{v_{\parallel}}{B^*} [\mathbf{B} + \rho_{\parallel} B \nabla \times \mathbf{b}] \quad (21)$$

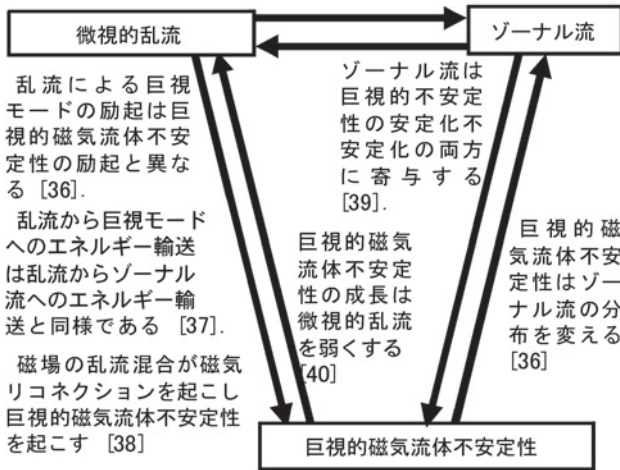


図3 微視的乱流、巨視的磁気流体不安定性、ゾーナル流の相互作用に関するシミュレーション結果のまとめ[36]-[40]参照。

$$\mathbf{v}_E = \frac{1}{B^*} [\mathbf{E} \times \mathbf{b}] \quad (22)$$

$$\mathbf{v}_B = \frac{1}{Z_h e B^*} [-\mu \nabla B \times \mathbf{b}] \quad (23)$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{m_h v_{\parallel}}{Z_h e B} \quad (24)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}/B \quad (25)$$

$$B^* = B(1 + \rho_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{b}) \quad (26)$$

$$m_h v_{\parallel} \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \mathbf{v}_{\parallel}^* \cdot [Z_h e \mathbf{E} - \mu \nabla B] \quad (27)$$

ここで、 m_h と $Z_h e$ は高エネルギー粒子の質量と電荷であり、 μ は磁気モーメントである。

この運動方程式に基づいて、高エネルギー粒子電流密度 $\mathbf{J}_h^*$ (前述したように $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトからの寄与は含まない) は、高エネルギー粒子分布関数を f_h として次のように定義される。

$$\mathbf{J}_h^* = \int (\mathbf{v}_{\parallel}^* + \mathbf{v}_B) f_h d^3 v + \nabla \times \mathbf{M} \quad (28)$$

$$\mathbf{M} = - \int \mu f_h \mathbf{b} d^3 v \quad (29)$$

この式は、高エネルギー粒子電流密度 $\mathbf{J}_h^*$ が、磁力線に平行な電流密度および磁場曲率ドリフト、磁場勾配ドリフト、磁化電流密度 $\mathbf{M}$ [27] から構成されることを示している。磁場曲率・勾配ドリフトの分母に現れる B^* を B で近似すると高エネルギー粒子電流密度は、磁場に対して平行圧力 $p_{h\parallel}$ および垂直圧力 $p_{h\perp}$ を用いて次のようにまとめることができる。

$$\mathbf{J}_h^* = \mathbf{J}_{h\parallel} + \frac{1}{B} \left(p_{h\parallel} \nabla \times \mathbf{b} - p_{h\perp} \frac{\nabla B \times \mathbf{b}}{B} \right) - \nabla \times \left(\frac{p_{h\perp} \mathbf{b}}{B} \right). \quad (30)$$

磁化電流密度を表す最終項はベクトルの公式を用いて、

$$-\nabla \times \left(\frac{p_{h\perp} \mathbf{b}}{B} \right) = -\frac{p_{h\perp}}{B} \nabla \times \mathbf{b} + p_{h\perp} \frac{\nabla B \times \mathbf{b}}{B^2} - \nabla p_{h\perp} \times \frac{\mathbf{b}}{B}$$

と変形できるので、高エネルギー粒子電流密度を以下のように表現することもできる。

$$\mathbf{J}_h^* = \mathbf{J}_{h\parallel} + \frac{(p_{h\parallel} - p_{h\perp})}{B} \nabla \times \mathbf{b} - \nabla p_{h\perp} \times \frac{\mathbf{b}}{B}. \quad (31)$$

さらに高エネルギー粒子の速度空間分布が等方的な場合、つまり $p_{h\parallel} = p_{h\perp} = p_h$ である場合には、MHD運動方程式に現れる高エネルギー粒子からの寄与 $-\mathbf{J}_h^* \times \mathbf{B}$ は、高エネルギー粒子圧力勾配による力の垂直成分 $-(\nabla p_h)_{\perp}$ と等しくなることに注意されたい。

次に、拡張 MHD 運動方程式である式(18)の平衡状態を考えてみることにする。対称性のない3次元平衡に対しては、それを記述する厳密な方程式は知られていないので、ここでは円柱座標系 (R, φ, z) における軸対称 ($\partial/\partial\varphi = 0$) で

流れと電場のない平衡を取り上げる[45, 46]。式(18)において、定常 ($\partial/\partial t = 0$) かつ $\mathbf{v} = 0$ とすると、力の釣り合いの式

$$-\nabla p + \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \mathbf{J}_h^* \right) \times \mathbf{B} = 0 \quad (32)$$

が得られる。この式の φ 成分を考えると、 $\partial p/\partial\varphi = 0$ なので、

$$\left(\frac{\partial}{\mu_0 R \partial R} R B_{\varphi} - J_{h,z}^* \right) B_R - \left(-\frac{\partial B_{\varphi}}{\mu_0 \partial z} - J_{h,R}^* \right) B_z = 0 \quad (33)$$

という関係を満たす必要があることがわかる。平衡状態では高エネルギー粒子電流密度は $\nabla \cdot \mathbf{J}_h^* = 0$ を満たすので、あわせて軸対称性を考慮すると $J_{h,R}^*$ と $J_{h,z}^*$ を次のように与える流れ関数 K を考えることができる。

$$J_{h,R}^* = -\frac{\partial K}{\mu_0 R \partial z}, \quad (34)$$

$$J_{h,z}^* = \frac{\partial K}{\mu_0 R \partial R}. \quad (35)$$

同時に、ポロイダル磁場を

$$B_R = -\frac{\partial \psi}{R \partial z}, \quad (36)$$

$$B_z = \frac{\partial \psi}{R \partial R} \quad (37)$$

と与える磁束関数 ψ を考え、 $I = R B_{\varphi}$ とおくと、式(33)は

$$-\frac{\partial(I-K)}{\mu_0 R \partial R} \frac{\partial \psi}{R \partial z} + \frac{\partial(I-K)}{\mu_0 R \partial z} \frac{\partial \psi}{R \partial R} = 0 \quad (38)$$

となる。 $I-K$ が ψ のみに依存する関数ならば、この式が自動的に満たされることは明らかであろう。高エネルギー粒子の寄与がない標準的な MHD 平衡では $K=0$ なので I が ψ のみの関数となるが、高エネルギー粒子からの寄与が無視できない場合には $I-K$ が ψ の関数となる。つまり、 $I-K = M(\psi)$ とおくことができる。

最後に、 R 方向と z 方向の力の釣り合いを考える。ローレンツ力は磁場に対して平行方向には働かないので、磁力線方向の圧力勾配は0でなければならない。このことから圧力も磁束関数 ψ のみに依存することがわかるので、 $p = p(\psi)$ と書ける。 R 方向の力の釣り合いの式は、

$$-\frac{\partial}{\partial R} p(\psi) + \left[-\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial}{R \partial R} + \frac{\partial^2}{R \partial z^2} \right) \psi - J_{h,\varphi}^* \right] \frac{\partial \psi}{R \partial R} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial M(\psi)}{R \partial R} \frac{I}{R} = 0 \quad (39)$$

となる。 z 方向に対しても同様の式が得られる。 $\partial p(\psi)/\partial R = (\partial\psi/\partial R)(dp/d\psi)$ と書けるので、式(39)から

$$-\frac{dp}{d\psi} + \left[-\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial}{R \partial R} + \frac{\partial^2}{R \partial z^2} \right) \psi - J_{h,\varphi}^* \right] \frac{1}{R} - \frac{I}{\mu_0 R^2} \frac{dM}{d\psi} = 0 \quad (40)$$

が導かれる．この式に $-\mu_0 R^2$ を乗じて順番を整理すると、最終的に

$$\left(R \frac{\partial}{\partial R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \psi + \mu_0 R J_{h,\varphi}^* + \mu_0 R^2 \frac{d\psi}{d\psi} + I \frac{dM}{d\psi} = 0 \quad (41)$$

という方程式が得られる．これは、MHD 平衡を記述するグラッドシャフラーノフ方程式を高エネルギー粒子の効果を考慮して拡張したものである．通常のグラッドシャフラーノフ方程式との違いは、高エネルギー粒子トロイダル電流密度 $J_{h,\varphi}^*$ および新しい磁気面関数 $M(\psi) = I - K$ が考慮されているところにある．

3. おわりに

本稿では、巨視的不安定性に対する微視的效果(2.1章)、巨視的不安定性と微視的乱流の相互作用(2.2章)、さらに、背景プラズマと高エネルギー粒子の相互作用(2.3章)といった、物理課題に応じた形で、MHD モデルの拡張を概観してきた．ここでは、現在までに提唱されている主だった拡張 MHD モデルを取り上げ、その相互関係および特徴を整理して、拡張 MHD モデルの役割、今後の展開の方向性等を論じてみたい．

表1は主だった拡張 MHD モデルを、拡張の全体構造を理解するのに十分なレベルで整理したものである．したがって、表1は、様々な拡張 MHD モデルの相互関係と特徴をわかりやすく整理することに重点を置いているため、多少厳密性に欠ける部分があることを最初に断っておく．また、物理モデルの拡張という視点に立てば、二流体効果の導入、速度分布関数情報の導入、ペレットアブレーション等に現れるプラズマ以外の多相性(気相、液相、固相)の導入、流体モデルの構築に宿命的なクロージャー問題等、様々な拡張の方向性が考えられるが、本稿では、それ故表1においても、実験との関わりとの観点から、この内の二つの拡張の方向性を中心として議論を進めた．一つは、MHD でいうところのオームの法則、二流体的に言えば電子の運動方程式と、MHD でいう運動方程式、二流体的に言えばイオンの運動方程式の両者を、二流体効果を取り込むために如何に拡張するか、ということであり、もう一つは、如何にして速度分布関数がマクスウェル分布から大きくずれる高エネルギー粒子と背景プラズマの相互作用を取り入れるように拡張するか、というものである．したがって、表1は、電子およびイオンの運動方程式の拡張をめざす、簡約化モデルと非簡約化モデルからなるモデル群と、背景プラズマと高エネルギー粒子を取り扱うモデル群との二つに大別される．ここで、電子の運動方程式の拡張は、電子の運動方程式(MHD のオームの法則)に、電子の圧力勾配や Hall 電流項($\mathbf{J} \times \mathbf{B}$)、さらに、電子の慣性項を導入することであり、イオンの運動方程式の拡張は、ジャイロ粘性等の有限ラーモア半径効果を導入することに相当する．高エネルギー粒子との相互作用を取り入れる拡張においては、背景プラズマとは別に高エネルギー粒子の運動を考慮する拡張である．電子およびイオンの運動方程式の拡張

をめざすモデル群は、さらに、簡約化オーダリングを用いているモデル群(簡約化モデル)と用いていないモデル群(非簡約化モデル)とに大別されることになる．ここで、簡約化オーダリングは、2.1章および2.2章で取り扱われているように、早い磁気音波を方程式系から取り除くためのオーダリングである．この結果として、簡約化モデルは、非簡約化モデルと比較して、シミュレーションにおける時間的制約(クーラン条件)を大きく緩和できる特徴を持つ．他方、簡約化オーダリングの導入により、詳細な配位情報は捨てられてしまうことになる．したがって、3次元磁場配位の解析に対して拡張 MHD 方程式系を使用する場合には、特に注意が必要と考えられる．3次元磁場配位に関しては、ステラレータ展開法等に基づく MHD モデルに対する簡約化方程式系が存在するが、3次元磁場配位を作るコイルのトロイダルピッチ数を超える短波長変動を平均化することにより導出された平均的な2次元平衡に対する非線形方程式系となっている．この平均化操作ため、MHD モデルに対する簡約化方程式のレベルですでにトロイダルピッチ数を超える短波長揺動は適用範囲外となっている．このため、この簡約化方程式に対して、MHD 運動方程式(イオンの運動方程式)およびオームの法則(電子の運動方程式)等を一般化し、微視的揺動による乱流輸送の解析に用いようとしても、理論モデルの適応範囲外となってしまう点である．これに対し、非簡約化モデルは、必要以上に磁場配位に関して、オーダリング等の条件を設定していないので、3次元磁場配位に対しても、直接適用可能である．

表1の第1列は、拡張モデルの開発者、または利用者、および方程式系を特徴づける、二流体、ジャイロ流体、およびハイブリッド等の分類名を示している．また、番号は、参考論文を示している．第2列のクロージャーとは、高次の速度モーメントの式をどのように閉じているか、背景プラズマと高エネルギー粒子の相互作用をどのように閉じているかを示している．簡約化モデルや非簡約化モデルでは、速度分布関数がマクスウェル分布から大きくずれないという衝突性プラズマの仮定によるもの、さらに衝突性の度合いをゆるめて新古典効果を評価したもの、また、粒子と波の相互作用としてのランダウ減衰を線形化して熱フラックスとして評価したもの(Hammet Perkins[21])等のクロージャーが用いられている．後者の場合には、線形ランダウ減衰が考慮されることになる．これに対し、背景プラズマと高エネルギー粒子モデルでは、特に両者の相互作用の閉じ方に対応して記述しているが、いずれの場合も、高エネルギー粒子の圧力分布が作り出す電流を MHD 運動方程式に取り入れて、方程式を閉じている．高エネルギー粒子の軌道を考慮することから、線形、ないしは非線形のランダウ減衰が考慮されることになる．第4列の基本オーダリングとは、イオン流体速度のオーダの取り扱いを示している．MHD オーダリングは、 $v/v_{Ti} \approx O(1)$ を、ドリフトオーダリングは、 $v/v_{Ti} \approx O(\epsilon)$ を示す．ここで、 $\epsilon \approx \rho_i/L$ は展開のための微小パラメータで、 v_{Ti} 、 ρ_i 、および L は、各々、イオンの熱速度、イオンラーモア半径、平衡の特性長を示す．平衡の特性長 L をイオン流体速度 v で割って時間のオーダ

表 1

簡約化モデル	クロージャ	ランダウ減衰	基本オーダーリング	場	反磁性	微視スケール	波	不安定性及び解析対象等
Hazeltine [25] 二流体	衝突性 プラズマ (Braginskii)	×	ドリフト オーダーリング	4場: $\Phi, \Psi, n_e, V_{ }$	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング
Ramos [34] 二流体	弱衝突性 プラズマ	×	ドリフト オーダーリング	7場: $\Phi, \Psi, n, P_{\perp}, P_{e\perp}, P_{ }, P_{e }$	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 運動論的アルヴェン波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング
Scott [47] 二流体	Hammet Perkins [21]	線形	ドリフト オーダーリング	6場: $\Phi, \Psi, n_e, V_{ }, T_e, q_{e }$	電子	イオン表皮長, 電子表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	ドリフトアルヴェン 不安定性, ITG/ エッジ乱流
Scott [33] 二流体	Hammet Perkins [21]	線形	ドリフト オーダーリング	8場: $\Phi, \Psi, n_e, V_{ }, T_e, T_i, q_{e }, q_{i }$	電子, イオン	イオン表皮長, 電子表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	ドリフトアルヴェン 不安定性, ITG/ エッジ乱流
Scott [28] ジャイロ流体	Dorland Hammet [56]	線形	ドリフト オーダーリング	14場: $\Phi, \Psi, n_e, n_i, V_{ }, V_{e }, T_{i }, T_{i\perp}, T_{e }, T_{e\perp}, q_{i }, q_{i\perp}, q_{e }, q_{e\perp}$	電子, イオン	イオン表皮長, イオンローモア半径, 電子表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	ドリフトアルヴェン 不安定性, ITG/ エッジ乱流
Naitou [48] ジャイロ流体	Hammet Perkins [21]	線形	ドリフト オーダーリング	5場: $\Phi, \Psi, n_e, V_{ }, T_{i }$	電子	イオン表皮長, 電子表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	内部キンク, テアリング/ 鋸歯状振動
Ishizawa [49] 二流体	Hammet Perkins [21]	線形	ドリフト オーダーリング	5場: $\Phi, \Psi, n_e, V_{ }, T_i$	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング, ITG
非簡約モデル	クロージャ	ランダウ減衰	基本オーダーリング	場	反磁性	微視スケール	波	不安定性及び解析対象等
Braginskii [50] 二流体	衝突性 プラズマ, 古典輸送	×	MHD オーダーリング	スカラー場: (n, T_i, T_e), ベクトル場: (V, B, q_i, q_e)	電子, イオン	イオン表皮長, 電子表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波, 運動論的アルヴェン波, ホイッスラー波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング, ITG
Sugiyama [51] 二流体	衝突性 プラズマ 新古典輸送	×	ドリフト オーダーリング	スカラー場: (n, T_i, T_e), ベクトル場: (V, B)	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波, 運動論的アルヴェン波, ホイッスラー波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング, ITG
Schnack [52] 二流体	全衝突領域 新古典輸送	×	MHD オーダーリング	スカラー場: (n, T_i, T_e), ベクトル場: (V, B, q_i, q_e)	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波, 運動論的アルヴェン波, ホイッスラー波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング, ITG, NTM
Hazeltine [27] 二流体	有限ローモア 半径効果を 考慮	×	ドリフト オーダーリング	スカラー場: (n, P), ベクトル場: (V, V_{mhd}, B)	電子, イオン	イオン表皮長	ドリフト波, シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波, 運動論的アルヴェン波	内部キンク, テアリング, インターチェンジ, バルーニング, ITG
背景 MHD と 高エネルギー粒子	クロージャ	ランダウ減衰	基本オーダーリング	場	反磁性	微視スケール	波	不安定性及び解析対象等
Park [42] Todo [53] ハイブリッド	高エネルギー 粒子圧力 (MHD+粒子)	非線形 (高エネルギー 粒子)	背景プラズマ: MHD オーダーリング 高エネルギー粒子: ドリフトオーダーリング	背景プラズマ: スカラー場: (n, T), ベクトル場: (V, B), 高エネルギー粒子: $f(x, y, z, v_{ }, \mu)$	×	ドリフト軌道 (高エネルギー 粒子)	シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波	TAE, EPM, 鋸歯状振動, 魚骨状振動
Cheng [54] ハイブリッド	高エネルギー 粒子圧力 (MHD+Vlasov)	線形 (高エネルギー 粒子)	背景プラズマ: MHD オーダーリング 高エネルギー粒子: ドリフトオーダーリング	背景プラズマ: スカラー場: (n, T), ベクトル場: (V, B), 高エネルギー粒子: $f(x, y, z, v_{ }, \mu)$	×	ドリフト軌道 (高エネルギー 粒子)	シアアルヴェン波, 遅い磁気音波, 速い磁気音波	TAE, EPM
Spong [55] ハイブリッド	高エネルギー 粒子圧力 (MHD+Hammet Perkins)	線形 (高エネルギー 粒子)	背景プラズマ: MHD オーダーリング 高エネルギー粒子: ドリフトオーダーリング	背景プラズマ: Φ, Ψ 高エネルギー粒子: $V_{ }, n$	×	ドリフト軌道 (高エネルギー 粒子)	シアアルヴェン波	TAE, EPM

を評価すれば、時間に関するオーダーリングとも解釈できる。ただし、非簡約化モデルの Braginskii と Schnack の MHD オーダーリングは、イオン熱速度程度の速度までが取り扱えるオーダーリングと理解していただく方が適切である。また、非簡約化モデルの[46, 51]や簡約化モデルのように、ドリフトオーダーリングに基づくモデルにおいては、2.2 章で述べられているジャイロ粘性相殺が使用されていることに注意すべきである（ただし、磁場に垂直方向のイオン温度を無視しているジャイロ流体モデル[48]や、イオン温度が低いことを前提とした簡約化二流体モデル[47]では、ジャイロ粘性相殺は使用されていない）。第 5 列は、クロージャや基本オーダーリング等の結果として、どのような場の量に対する方程式系が構成されるかを示している。第 6 列は、電子やイオンの運動方程式が拡張されることにより現れる反磁性効果の存在を示している。イオン反磁性（ドリフト）は、イオンの運動方程式の中のイオンの平衡および揺動圧力勾配から現れる。これに対し、電子の反磁性（ドリフト）は、電子の運動方程式における電子の平衡および揺動圧力勾配から現れる。この電子の反磁性（ドリフト）に対応して、第 7 列に示すイオン表皮長が現れる。電子表皮長は電子慣性項の導入で現れることになる。ただし、イオン表皮長がイオンラーモア半径とベータ値を介して $d_i = \rho_i / \sqrt{\beta}$ と関連づけられることから理解できるように、 $\beta < 1$ の磁場閉じ込め核融合プラズマでは、イオン表皮長の方がイオンラーモア半径よりも大きい。第 7 列の微視スケールの覧では、大きい方のスケール長であるイオン表皮長を表記してある。これに関連して、注意点を述べておく。通常オーダーリングを用いて方程式系を構築する際、適当な正規化（normalization）を行うが、この正規化に用いる係数に応じて、最終的な方程式に現れる係数は変化する。この事実からもわかるように、ある正規化の元で方程式系に現れたイオン表皮長やイオンラーモア半径等のスケールが、実際のシミュレーションの結果において、特徴的長さとして出現するかどうかはシミュレーションを実行してみなければわからないということである。例えば、抵抗性内部キンクモードの線形解析に電子慣性項を導入した場合の境界層の幅は、電気抵抗が支配的な場合は、 S （磁気レイノルズ数）の $-1/3$ に比例するが、電子慣性が支配的な場合には、 d_e/L に比例することになる（ここで、 d_e は電子表皮長である）[57]。実際のシミュレーションにおいて正規化された物理量、演算子が、オーダー 1 の大きさを示す時、初めて方程式系に現れた係数の大きさが特徴的スケールとしての意味を持つ点に注意すべきである。第 8 列は、各モデル方程式系で表現される波の種類を、周波数の低い順に記述している。シアアルヴェン波、遅い磁気音波、および速い磁気音波は、標準的な MHD モデル方程式系で記述できる波である。これに対し、周波数の低いドリフト波は反磁性ドリフトに関連して現れ、運動論的アルヴェン波は、電子の圧力勾配から、周波数の高いホイスラー波は、Hall 電流項から現れる。最後の第 9 列は、各モデルの主だった解析対象を示している。同じような不安定性や解析対象に対して、それぞれの視点から複数の拡張モデルが存在し

ていることが理解できる。したがって、ある物理現象の解析を念頭において拡張モデルを使用する場合、いずれの拡張 MHD 方程式を用いるか、個々の方程式系の特徴を十分に見極めて選択する必要がある。

表 1 に示された主だった拡張 MHD 方程式系からもわかるように、拡張の方向性は系統だったものではない。これは、元のボルツマン方程式ないしはジャイロ運動論方程式の速度モーメントから出発する流体描写においては、拡張には、必ず、クロージャの問題とオーダーリングの問題がつきまとうためである。現在のところ、対象とする物理を想定し、物理対象に適切なモデルを構築するため、ある現象を取り出すためのクロージャやオーダーリングが使用されている。それでもなお、流体描写に基づく拡張 MHD 等の構築や、それを用いたシミュレーション研究が精力的に行われる理由は、以下のような利点があるからである。つまり、導出された方程式系の各項が、それぞれの物理的意味を表現しているため、粒子、運動量、エネルギー等の伝達経路や、波の励起項や不安定性の駆動機構が理解しやすいという利点がある。そのため、定量性には欠ける側面もややあるが、現象の基本的物理機構の理解や概念の構築に適している。さらに、配位空間（3 次元）の取り扱いであり、位相空間（ジャイロ運動論では 5 次元）と比較して、格段に小さい計算機資源で解析できるという、シミュレーションとしての即応性を持つ、等の利点があるからである。そして、この事実からもわかるように、現状での拡張の方向性は、既存の理論モデルによる予測の検証や実験結果（物理機構）の解釈・予測に向かっているといえる。つまり、系統だった拡張をめざすというよりは、ある種の実験結果を解釈・予測するために必要とされる方向に、拡張の方向性が自然に定まってしまう、ということであり、新しい要素を含んだ理論予測や実験が行われれば、それを解釈・予測するための新しい拡張モデルの機運が自然と生み出される、と考えられる。一方で、核融合プラズマの持つ時間・空間の多重スケールと複合物理過程が作り出す階層間相互作用の物理機構を緻密に解析し、その知見を取り入れて、核融合プラズマの全体的挙動を予測しようとする組織的な活動の中で、拡張 MHD の系統的な構築が模索（検討・探求）されていることも申し添えておく。

謝 辞

本稿をまとめるにあたり、「はじめに」における、実験との比較においては渡邊清政博士との議論が、米国における拡張 MHD の動きにおいては、伊藤淳博士との議論が、また、「おわりに」の表の作成等において、石澤明宏博士、伊藤淳博士、藤堂泰博士との議論が、大変参考となりました。ここに感謝いたします。（中島）

参考文献

- [1] J. Wesson, *Tokamaks* (Oxford University Press, Inc., New York, USA.)
- [2] K.Y. Watanabe *et al.*, Nucl. Fusion **45**, 1247 (2005).
- [3] S. Sakakibara *et al.*, Nucl. Fusion **41**, 1117 (2001).

- [4] <http://w3.pppl.gov/cemm/>
- [5] <http://cswim.org/>
- [6] D.B. Batchelor *et al.*, J. Phys. Conf. Ser. **78**, 012003 (2007).
- [7] <http://cmpd.umd.edu/>
- [8] <http://www.cmso.info/>
- [9] H.R. Strauss, Phys. Fluids **19**, 134 (1976).
- [10] R.D. Hazeltine, C.T. Hsu and P.J. Morrison, Phys. Fluids **30**, 3204 (1987).
- [11] A.Y. Aydemir, Phys. Fluids B **4**, 3469 (1992).
- [12] T.S. Hahm, W.W. Lee and A. Brizard, Phys. Fluids **31**, 1940 (1988).
- [13] 内藤裕志：トカマクの MHD 理論とその運動論的拡張，第41回プラズマ若手夏の学校テキスト，プラズマ・核融合学会（2002）.
- [14] H. Naitou, T. Kuramoto, T. Kobayashi, M. Yagi, S. Tokuda and T. Matsumoto, J. Plasma Fusion Res. **76**, 778 (2000).
- [15] S. Tokuda, H. Naitou and W.W. Lee, J. Plasma Fusion Res. **74**, 44 (1998).
- [16] H. Naitou, H. Kitagawa and S. Tokuda, J. Plasma Fusion Res. **73**, 174 (1997).
- [17] H. Naitou, K. Tsuda, W.W. Lee and R.D. Sydora, Phys. Plasmas **2**, 4257 (1995).
- [18] H. Naitou, T. Kobayashi, T. Kuramoto, S. Tokuda and T. Matsumoto, J. Plasma Fusion Res. SERIES **2**, 259 (1999).
- [19] D. Biskamp and T. Sato, Phys. Plasmas **4**, 1326 (1997).
- [20] H. Nagahara, H. Naitou, O. Fukumasa, M. Yagi, S. Tokuda and T. Matsumoto, 電気学会研究会資料 PST-05-20～22・24～35, 電気学会（2005）29.
- [21] G.W. Hammett and F.W. Perkins, Phys. Rev. Lett. **64**, 3019 (1990).
- [22] C.L. Hedrick and J.N. Leboeuf, Phys. Fluids B **4**, 3915 (1992).
- [23] J.N. Leboeuf, V.E. Lynch, B.A. Carreras, J.D. Alvarez and L. Garcia, Phys. Plasmas **7**, 5013 (2000).
- [24] M. Yagi, S. Yoshida, S. -I. Itoh, H. Naitou, H. Nagahara, J. -N. Leboeuf, K. Itoh, T. Matsumoto, S. Tokuda and M. Azumi, Nucl. Fusion **45**, 900 (2005).
- [25] R.D. Hazeltine, M. Kotschenreuther and P.J. Morrison, Phys. Fluids **28**, 2466 (1985).
- [26] R.D. Hazeltine and J.D. Meiss, Phys. Rep. **121**, 1 (1985).
- [27] R.D. Hazeltine and J.D. Meiss, *Plasma Confinement* (Addison-Wesley Publishing Company, 1992).
- [28] B. Scott, Phys. Plasmas **7**, 1845 (2000).
- [29] X. Garbet *et al.*, Phys. Plasmas **8**, 2793 (2001).
- [30] N. Miyato, Y. Kishimoto and J. Li, Phys. Plasmas **11**, 5557 (2004).
- [31] Z. Chang and J.D. Callen, Phys. Fluids B **4**, 1766 (1992).
- [32] A.Y. Aydemir, Phys. Fluids B **3**, 3025 (1991).
- [33] B. Scott, Plasma Phys. Control. Fusion **40**, 823 (1998).
- [34] J.J. Ramos, Phys. Plasmas **14**, 052506 (2007).
- [35] E.V. Belova, Phys. Plasmas **8**, 3936 (2001).
- [36] A. Ishizawa and N. Nakajima, Phys. Plasmas **14**, 040702 (2007).
- [37] A. Ishizawa and N. Nakajima, Nucl. Fusion **47**, 1540 (2007).
- [38] A. Ishizawa and N. Nakajima, AIP Conf. Proc. **1069**, 110 (2008).
- [39] A. Ishizawa and N. Nakajima, Phys. Plasmas **15**, 084504 (2008).
- [40] A. Ishizawa and N. Nakajima, 22nd IAEA FEC TH/P8-16 (2008).
- [41] 藤堂 泰, 福山 淳, 篠原孝司, 武智 学, 石川正男, 東井和夫, 長壁正樹, 磯部光孝：「アルヴェン固有モード研究の最新事情」プラズマ・核融合学会誌 **83**, 865 (2007).
- [42] W. Park, S. Parker, H. Biglari, M. Chance, L. Chen, C.Z. Cheng, T.S. Hahm, W.W. Lee, R. Kulsrud, D. Monticello, L. Sugiyama and R. White, Phys. Fluids B **4**, 2033 (1992).
- [43] Y. Todo, T. Sato, K. Watanabe, T.H. Watanabe and R. Horiuchi, Phys. Plasmas **2**, 2711 (1995).
- [44] Y. Todo and T. Sato, Phys. Plasmas **5**, 1321 (1998).
- [45] E.V. Belova, N.N. Gorelenkov and C.Z. Cheng, Phys. Plasmas **10**, 3240 (2003).
- [46] Y. Todo, K. Shinohara, M. Takechi and M. Ishikawa, Phys. Plasmas **12**, 012503 (2005).
- [47] B. Scott, Plasma Phys. Control. Fusion **39**, 1635 (1997).
- [48] この解説の2. 1章.
- [49] この解説の2. 2章.
- [50] S. I. Braginskii, Rev. Plasma Phys. **1**, 205-311 (1965).
- [51] L.E. Sugiyama and W. Park, Phys. Plasmas **7**, 4644 (2000).
- [52] D.D. Schnack *et al.*, Phys. Plasmas **13**, 058103 (2006).
- [53] この解説の2. 3章.
- [54] C.Z. Chen, Phys. Rep. **211**, 1 (1992).
- [55] D.A. Spong *et al.*, Phys. Fluids B **4**, 3316 (1992).
- [56] W. Dorland and G.W. Hammett, Phys. Fluids B **5**, 812 (1993).
- [57] D. Biskamp, *Magnetic Reconnection in Plasmas* (Cambridge University Press, 2000) 4 章および6. 3節.



なか じま のり よし
中 島 徳 嘉

核融合科学研究所シミュレーション科学研究部，主な研究分野：MHD 平衡・安定性，新古典輸送，流体モデルなどなど。最近，白髪が目立ち，もはや昔日の面影もない状態です。さらには，メタボ症候予備軍として登録されつつあり，如何にして任務を遂行するか，それとも脱走するか，現在迷っているところです。また，絶滅危惧種としての登録を受けているため，煙草も止められそうありません（ある筋によりますと，禁煙すると資格を失い，登録を取り消されるようです）。



とう どう やすし
藤 堂 泰

核融合科学研究所教授，総合研究大学院大学教授。専門は核融合プラズマの計算機シミュレーション。最下位常連チームのプロ野球ファンには，シーズン開幕時にどのチームも0勝0敗からスタートすることがとても幸運に感じられます。



ない とう ひろ し
内 藤 裕 志

山口大学大学院理工学研究科，教授。研究分野：トカマクプラズマのコンピュータシミュレーション。出身は大阪。趣味はプログラミング。最近の目標は，韓国ドラマを韓国語で聞けるようになることです。



いし ざわ あき ひろ
石 澤 明 宏

核融合科学研究所シミュレーション科学研究部。最近，磁場閉じ込めプラズマにおいて磁場揺動が生じる過程やその相互作用に興味を持って数値シミュレーションを行っています。週末はサイクリングを楽しんでいます。