



4. 宇宙における高速流と衝撃波研究の最前線

4.4 ホーキング輻射の謎と遷音速流による模擬実験

奥住 聡, 阪上 雅昭

京都大学人間・環境学研究所

(原稿受付: 2007年2月23日)

光すら脱出できないブラックホールに量子論を適用すると、熱輻射を放出していることが予言されている。しかし、この輻射は微弱なため、まだ観測されていない。本解説では、この興味ある現象を遷音速流すなわち音のブラックホールを用いて実験室で検証する試みを紹介する。

Keywords:

Hawking radiation, black hole, horizon, sonic point, Laval nozzle, transonic flow

4.4.1 はじめに

ブラックホール[1,2]とは、外部に向かっていかなる信号も送ることができない時空領域である。一般相対性理論によるとブラックホール時空は、星がその質量や角運動量で決まるある半径よりも小さくなるまで潰れてしまうと形成される。ブラックホール時空の周りではニュートン力学では考えられないような数々の興味深い現象が引き起こされることが理論的に知られており、その形成過程も含めて理論・観測を問わず非常に良く研究されている。

ところで、「光ですら脱出できない」というブラックホールの古典的な描像は、量子論を考えることによって大きく変わってしまう。ホーキングは1974年、ブラックホールが形成されると周囲の真空が変化し、形成されたブラックホールはプランク分布に従う熱輻射を放出しながら「蒸発」という驚くべき結果を示した[3]。この熱輻射はホーキング輻射と呼ばれ、ブラックホールの引き起こす最も興味深い現象の1つと認識されている。だが、非常に残念なことに、観測を通じてホーキング輻射を直接検証することは現実的には不可能である。というのも、観測するにはその強度があまりにも微弱であるということが予想されているからである。このため、ブラックホールが本当に輻射を出しながら蒸発してしまうのかどうか、もし輻射が存在するならばそのスペクトルは本当にプランク分布になるのかどうかといったことは、予言から30年以上経った今日もおブラックホール物理における最大の「謎」として残されている。

1981年、この観測困難な現象を実験室で検証する方法がUnruhによって提案された[4]。Unruhは、遷音速流(音速点を持つ流れ)の上を伝播する音波がブラックホール時空上を伝播する光の波動方程式と類似していることに気づき、遷音速流がブラックホールと同じようにフォノンの熱

輻射、いわば「音のホーキング輻射」を放出することを示したのである。これが実験室で検出できるようになれば、長年の謎とされてきたホーキング輻射の存在や性質などを実験で明らかにすることが可能となるだろう。

本稿では、はじめにブラックホール時空とホーキング輻射の本質的な特徴について解説し、続いて遷音速流とブラックホールがどのような関係にあるのか、それを用いてどのようにホーキング輻射を検証するのかを紹介する。詳しくは参考文献をみていただきたい[5,6]。

4.4.2 ブラックホール時空

ブラックホールが存在する時空は、粒子や光が無限遠方に脱出することが可能な外部領域と、それが不可能なブラックホール領域とに分けられる。両者の境界面である「事象の地平面」(event horizon, 以下ホライズンと呼ぶ)はブラックホールの性質を特徴づける最も基本的な構造であり、ホーキング輻射の機構においても重要な役割を果たす。

ブラックホール時空の完全な理解には一般相対性理論の知識が必要になるが、少なくとも直観的なイメージはニュートン力学からも得ることができる。まず、質量 M 、半径 R をもつ球形の天体を考え、この天体の表面からテスト粒子が無限遠方に脱出できるかどうかを考えよう(図1)。テスト粒子の質量と速度をそれぞれ m 、 v とすると、エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{一定} = E \quad (1)$$

という関係が得られる。ここで G は重力定数、 E は粒子の全エネルギーである。粒子が無限遠方に脱出できるための条件は $E > 0$ であるから、脱出に必要な速度の大きさの下限は

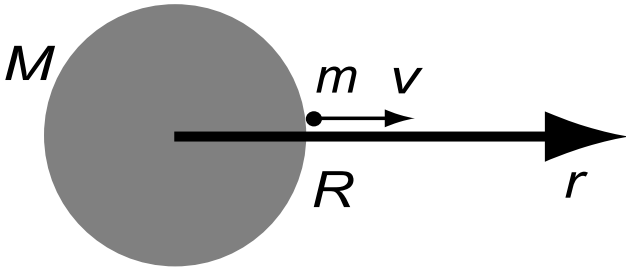


図1 天体の表面からの脱出.

$$v > v_{\text{esc}} \equiv \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (2)$$

で与えられる. さらに, 粒子の速度は光速 c を超えることができない ($v < c$) ことを要求すると, 星の半径が

$$R < r_g \equiv \frac{2GM}{c^2} \quad (3)$$

であるような場合には, テスト粒子は星の表面から無限遠方に脱出することができないことがわかる. この場合, $r < r_g$ の球形領域全体がブラックホール領域, 半径 $r = r_g$ の球面がホライズンである. また, このブラックホール領域から脱出できないという事実は, 質量を持たない光に対しても成立する. 一般相対論では, 光速 c は「重力場中で自由落下する観測者から見た光の速さ」と位置づけられている. 星に向かって自由落下する観測者の落下速度は $-v_{\text{esc}}$ であるから, 遠方に脱出しようとする光はブラックホールに対して速度 $c - v_{\text{esc}}$ で伝播する. これもやはり $r < r_g$ で負となってしまうことから, ブラックホール領域は光でさえも脱出できない領域であることがわかる. 一般相対性理論では, このような球形のブラックホールのことを Schwarzschild ブラックホール, ホライズン半径 r_g のことを Schwarzschild 半径と呼んでいる. r_g の大きさは太陽 ($M \sim 2 \times 10^{33} \text{ g}$) でおよそ 3 km であるから, 太陽がブラックホールになるためにはその半径が現在の10万分の1くらいになるまで潰れなければならないが, 太陽よりも20倍程度重い星は超新星爆発の際に実際このような猛烈な収縮(重力崩壊)を経験し, ブラックホールになると考えられている. また, 観測的にもブラックホールと思われる天体が見つかっている.

4.4.3 ホーキング輻射の機構

はじめに述べたように, ホーキング輻射は本質的に量子論的な現象である. その特徴は

- (I) ホライズンの近傍で真空の変化が起こり, 粒子が生成される.
- (II) 生成された粒子のエネルギースペクトルがプランク分布に従う.

の2点に集約される. この中で, (I)の性質は文字通り量子論の粒子性という側面が深く関わっている一方, (II)の性質はむしろ量子論の波動性から導かれるものである.

まず, ホーキング輻射を粒子的描像に立って見てみる.

量子論によると, 真空中では「仮想粒子対」と呼ばれる正のエネルギー E と負のエネルギー $-E$ を持つ光子のペアの生成と消滅がいたるところで繰り返されている. ただ, この光子のペアはあくまでも仮想的なものであり, これらを実際の光子として観測することは不可能である. というのも, 我々の周りのような通常の時空領域では負エネルギーの粒子が実際の粒子として存在することが禁止されているからである. ところが, ブラックホール領域の中では, 負のエネルギーを持つ粒子の存在が許される. したがって, ブラックホール領域の境界であるホライズンの近傍で生成された仮想光子対は, 負エネルギーのものがホライズンの内側に落下し, 正エネルギーのものが遠方に脱出することで, 現実の光子に変化することができる. これは, ホライズン近傍では「真空状態」が「真空でない状態」に変化することを意味する. 負エネルギー光子はブラックホールの中心まで落下してブラックホールの質量エネルギーを奪い, 遠方に届いた正エネルギー光子はブラックホールからの輻射として観測されるのである.

ここまでの議論では, ホーキング輻射のスペクトルがなぜプランク分布になるのかは明らかでない. そこで, 今度は波動的描像でホーキング輻射を見てみよう. スペクトルの厳密な導出は場の量子論を通じて行われるが, ここではより直観的な方法でホーキング輻射のプランク分布を導くことにする. まず, ホライズン近傍から脱出してくる光子を有限領域に広がった単色波で置き換え, この波形を遠方で観測することを考えよう(図2). 前節で述べたように, ブラックホールの周りから遠方へ脱出する光の波は位相速度 $c - v_{\text{esc}}$ でブラックホールから遠ざかっていくが, 自由落下速度 $-v_{\text{esc}}$ が位置 r によって異なる(=潮汐力が働く)ために, 位相速度も波形の各点で異なる大きさをとる. そのため, はじめ単色波であった光も遠方へ脱出する過程で変形していく. 具体的には, ホライズンに近い部分の波形ほど強く引き延ばされ, 特にホライズンのごく近傍ではこの引き延ばしは指数関数的に強くなる. この光の波形を遠方で定点観測すると, 十分時間が経った後は漸近的に

$$\exp(i e^{-\kappa t/c}) \quad (4)$$

のように指数関数的に赤方偏移していく形に見えることが示されている(図2). ここで,

$$\kappa \equiv c \left| \frac{dv_{\text{esc}}}{dr} \right|_{r_g} = \frac{c^2}{2r_g} \quad (5)$$

は表面重力と呼ばれ, ホライズン上での潮汐力の大きさ,

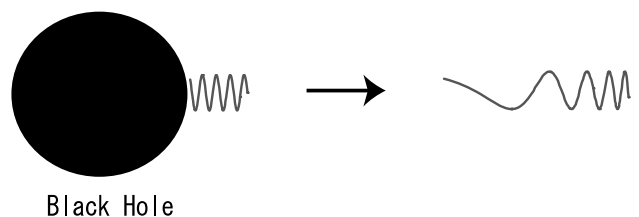


図2 ホライズン近傍から放出される光の波の波形.

すなわち引き延ばし効果の特徴づける量である。また、(4)は初期の単色波の周波数に依存しないことに注意されたい。このような表式にすることができるのは、観測時刻 t の原点の取り方の自由度が存在するからである。

さて、このような引き延ばしを受けた光のパワースペクトルは、もはやデルタ関数的ではなく、ピークのまわりの周波数帯にスペクトル成分が流出したような形になるはずである。そこで、観測された光の波形の漸近形(4)をフーリエ変換してみると、そのパワースペクトル P は

$$P = \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \exp(-ie^{-\kappa t/c}) dt \right|^2 \propto \frac{\omega^{-1}}{\exp(2\pi\omega c/\kappa) - 1} = \frac{\omega^{-1}}{\exp(\hbar\omega/k_B T_H) - 1} \quad (6)$$

となり、驚くべきことに(ω のべきを除けば)プランク分布であることがわかる。ここで、

$$T_H = \frac{\hbar}{2\pi k_B} \kappa = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M} \quad (7)$$

はホーキング輻射の輻射温度を表す量であり、ホーキング温度と呼ばれている。ここまでは場の量子論を用いずに議論を行ってきたが、量子論を用いると輻射スペクトルは ω のべきまで含めて完全にプランク分布に一致することがわかっていて、重要なことは、「ホライズン近傍で生成された光は、初期の周波数に関わらず、表面重力の影響で1つの熱的なスペクトルを持つ光に変形される」ということである。

この議論からわかるように、ホーキング輻射の熱的な性質はホライズン近傍における波の引き延ばしに起因するものであるが、波の引き延ばし自体は古典論的な現象であることに注意されたい。言い換えれば、輻射スペクトルがどのようなものになるかは、物質を量子化する以前の古典論のレベルですでに決まっているということである。この事実、遷音速流を用いてホーキング輻射を検証する際のきわめて重要な鍵となる。

この節を終える前に、ホーキング輻射の温度の典型的な値を評価しておく。ホーキング温度(7)を太陽質量で評価すると、 $T_H \cong 82 \text{ nK}$ ときわめて低温であることがわかる。現実存在するブラックホールの質量は太陽質量よりも大きいと考えられているが、 T_H は質量に逆比例するので、現実のブラックホールの輻射温度はさらに低いことになる。ホーキング輻射を観測から検出することがいかにむずかしいことであるかがおわかりいただけると思う。

4.4.4 「音のブラックホール」としての遷音速流

ブラックホールにまつわる理論的予言を観測に頼らずに検証するには、何らかの方法で実験を行うしかない。考えられる1つの方法は、きわめて小さいブラックホールを実験室で作ることである。これは、適当なサイズの物質をSchwarzschild半径よりも小さく潰すことができれば理論的に可能であるが、もちろん技術的にはきわめて困難である。

もう1つの方法は、ある意味でブラックホールに“類似した”物理系を利用することである。そもそもブラックホール時空とは、「光が脱出できない領域」を持つ時空であった。これに対して、「光」と「音」との類似から、「音が脱出できない領域」を持つ系というものを考えてみる。これは、以下に示すように、遷音速流に他ならない。

ここでは簡単のため、図3のように流速が流れに沿って加速していき、ある固定された位置において音速点を持つような1次元遷音速流を考える。音速 c_s は局所的な流体静止系から見た音波の伝播する速さであるから、速さ v の流れに逆らって進む音波は、実験室系では速度 $c_s - v$ で伝播することになる(ここで流れの方向を負にとった)。音速点より上流では、流体は音速よりも遅い速さ(亜音速)で流れているので、音波は上流へも下流へも進むことができる。一方、音速点より下流では流体が音速よりも速いスピード(超音速)で流れているので、音波は音速点より上流側に脱出することができない。ここで、「流体」と「時空」、「音」と「光」をそれぞれ同一視してみると、音速点は音に取っての“ホライズン”、それより下流側は音にとっての“ブラックホール領域”とみなすことができる。一般相対論の分野では、遷音速流のことを「音のブラックホール(acoustic black hole)」と呼ぶことがある。

「音のブラックホール」といってもただのブラックホールの例え話に過ぎないのではないかという印象を持たれるかもしれない。だが、遷音速流のブラックホールとの類似性は、例え話の域をはるかに超えていると言ってよい。実は、遷音速流中を伝播する音波の波動方程式は、ブラックホール時空上における無質量スカラー場の波動方程式と等価であることが知られている[4]。ここで無質量スカラー場とは、縦波の“光子”を表す量子場のことだと思っていただければよい。この事実は、遷音速流がブラックホール時空上の古典的な波動現象のみならず、ホーキング輻射のような量子論的現象までも再現可能であるということを示唆している。すなわち、もしホーキング輻射の予言が正しいのであれば、遷音速流は音速点から上流に向けてフォノンの熱輻射を放出するはずである。そして、これを実験室で確かめることができれば、長年の謎とされてきたホーキング輻射の存否に決着を与えることができるのである。

これまでに提案されている「音のブラックホール」の具体的なモデルは、大気、水、プラズマなどといった“古典

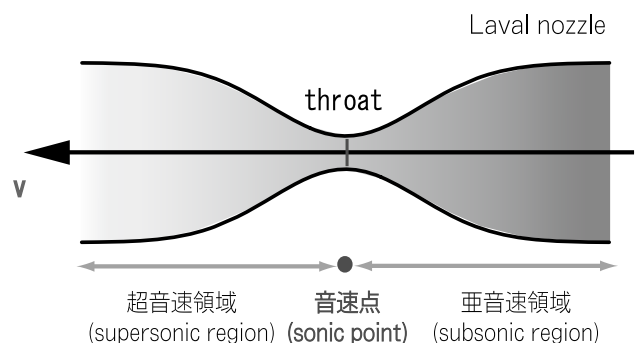


図3 Lavalノズルで実現される音のブラックホール(遷音速流)。

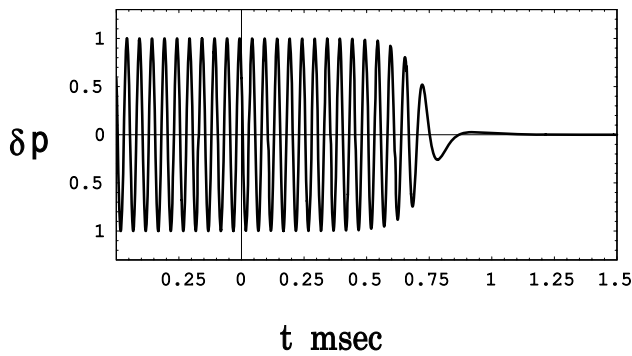


図4 Laval ノズルの上流で観測される音波（圧力摂動）．音速点近傍での引き延ばしを受けている．

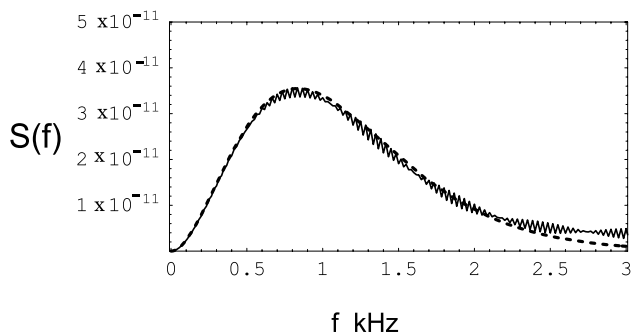


図5 数値実験から推定された生成フォノンのパワースペクトル．破線はプランク分布の理論曲線を示す．

的な”流体を用いるものと、超流動ヘリウムや Bose-Einstein 凝縮体 (BEC) といった“量子的な”流体を用いるものに大別される．古典流体モデルではフォノンの粒子生成という量子論的な現象自体を実現させることはできないが、ホーキング輻射のスペクトルを（間接的にではあるが）検証することは可能である．というのも、先に述べたよう

に、ホーキング輻射のスペクトルはホライズンにおける波の引き延ばしという現象から知ることができるからである．

最後に、筆者らが取り組んでいる大気の変音速流を用いた実験のシミュレーションについて紹介する．筆者らのモデルでは、変音速流の形成のために Laval ノズルと呼ばれる風洞を使用している（図 3 参照）．Laval ノズルとは中央部のくびれた風洞のことであり、両端に十分な圧力差をかけると最もくびれた箇所（スロートと呼ばれる）に音速点が形成される．Laval ノズルでの音速点形成については本講座 1.2 節を参照していただきたい[7]．筆者らは、音速点が形成される際にスロートを通じた音波がどのように変形されるかを数値計算によって求め、その波形からホーキング輻射に対応する音波のパワースペクトルを推定した．これまでの計算では、スペクトルはホーキングの予想通りのプランク分布になることを示唆している（図 4, 5）．今後、他のモデルで同様の結果が得られるかどうかに興味深いところである．

参考文献

- [1] キップ・S. ソーン 著、林一、塚原周信 訳：ブラックホールと時空の歪み アインシュタインのとんでもない遺産（白揚社、1997）．
- [2] 佐々木 節：「一般相対論」（産業図書、1996）．
- [3] S.W. Hawking, Comm. Math. Phys. **43**, 199 (1975)．
- [4] W.G. Unruh, Phys. Rev. Lett. **51**, 1351 (1981)．
- [5] M. Sakagami and A. Ohashi, Prog. Theor. Phys. **107**, 1267 (2002)．
- [6] 阪上雅昭、大橋 憲：「流体での Hawking 輻射」物性研究 **76**, 328 (2001)．
- [7] 犬竹正明：プラズマ・核融合学会誌 **83**, 62 (2007)．