

レーザー冷却イオンの周辺技術と応用

占 部 伸 二 (大阪大学大学院基礎工学研究科)

Laser-Cooled Ions and Their Applications

URABE Shinji

Graduate School of Engineering Science, Osaka University, Toyonaka 560-8531, Japan (Received 24 June 2005)

In an ion trap, laser-cooled ions can be confined in a small space in an ultra-high vacuum so that collisions rarely happen and the ions are well isolated from the environment. Since these conditions enable high-resolution spectroscopy of single ions, laser-cooled ions are suitable for use in developing frequency standards. The ions can be cooled to the motional ground state to give a well-defined initial quantum state for quantum state manipulation and quantum computing. In this review, principles of ion traps and laser cooling, and recent progress in optical frequency standards and quantum computing with trapped ions are described.

Keywords:

ion trap, laser cooling, frequency standard, quantum computing

1. はじめに

電磁場を用いて荷電粒子を捕獲するイオントラップは, 当初は質量分析への応用を念頭に研究が始められた.分光 への応用は1960年代後半から始められた.1970年代後半に レーザー冷却が可能になるとイオンの高分解能分光実験が 進み,現在では周波数標準や量子計算などへの応用が目覚 しく進展してきている.イオントラップ中のイオンを用い るとレーザー冷却により周囲からの擾乱の非常に少ない環 境下で極低温状態のイオンを発生することができる.この ため量子力学的な純粋状態の発生,操作,状態検出がレー ザー光などを用いて行うことができ,周波数標準や量子計 算への応用には最適なものとなる.本解説では周波数標準 や量子計算への応用を中心にイオントラップ中のレーザー 冷却イオンの周辺技術について述べる[1].

2. イオントラップ

イオントラップとは電磁場を用いてイオンを空間に閉じ 込める装置である.静電場のみを用いてイオンを空間に閉 じ込めることは電磁気学の Earnshow の定理によって不可 能であることが知られている.このため,静電場と静磁場 を用いるペニングトラップ (Penning trap),rf 電場と静電 場を用いるパウルトラップ (Paul trap)が主に用いられる. パウルトラップはrfトラップ (radio frequency trap)と呼 ばれる.Fig.1はイオントラップに用いられる四重極ポテ ンシャルを発生させるための3枚の回転双曲面の形状を 持った電極を示したものである.上と下の電極をエンド キャップ,中の電極をリングと呼ぶ.エンドキャップの間 隔を2z₀,リングの半径をr₀として,2枚のエンドキャップ とリング間に電圧Uを加えると,電極に囲まれた空間の一 点(x,y,z)には以下に示すポテンシャルφが生じる.

$$\phi = U(x^2 + y^2 - 2z^2) / (2z_0^2 + r_0^2)$$
(1)

ただし、 $r_0 = \sqrt{2}z_0$ である.ペニングトラップはU を負の値 にして静電場によって z 方向に閉じ込めの力を働かせると ともに z 軸方向に静磁場を加え、ポテンシャルが開いてい る x-y 方向ではイオンにサイクロトロン運動とマグネトロ ン運動を行わせることにより閉じ込めるものである.この トラップでは1T 程度の磁束密度を加える必要があるた め、イオンのエネルギー準位はゼーマン効果により大きく 分裂する.このため現在活発に研究されている周波数標準



Fig. 1 General setup of the electrode configuration to create a quadrupole potential.

author's e-mail: urabe@ee.es.osaka-u.ac.jp

や量子計算への応用には以下に述べるrfトラップが主に用いられる.

rfトラップは電極間にrf電圧を加えて動作させるもので ある. U が一定の場合にはr, z 方向のうち一方向しか閉じ 込めの力が働かないが, rf 電圧によって両方向に時間的に 交互に閉じ込めの力が働くようにしたものである. 電極間 $LU = U_0 + V_0 \cos \Omega t$ を加えた場合の電荷e, 質量m を持つ イオンの運動方程式は以下の Mathieu 方程式で表される.

$$d^{2}x_{i}/dr^{2} + [a_{i} - 2q_{i}\cos 2\tau]x_{i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

$$\Omega t = 2\tau, \quad x_{1} = x, \quad x_{2} = y, \quad x_{3} = z$$

$$a_{3} = -16eU_{0}/[m\Omega^{2}(r_{0}^{2} + 2z_{0}^{2})] = -2a_{1} = -2a_{2},$$

$$q_{3} = 8eV_{0}/[m\Omega^{2}(r_{0}^{2} + 2z_{0}^{2})] = -2q_{1} = -2q_{2}$$

この方程式は係数, a_i , q_i が制限された値を持つときの み安定な周期解を持つことが知られている. a_i , $q_i \ll 1$ の条 件が成り立つ場合は断熱近似が成り立つと言われ, イオン の運動は永年運動成分と周波数 Ω で振動する微小なマイク ロ運動成分に近似的に分けて記述することができる. x 方 向について, $x(t) = X(t) + \delta(t)$ とおいて, ゆっくりと変動 する永年運動成分 X, 周波数 Ω で速く変動する成分 δ に分 け, $X \gg \delta$, および d² δ /dt² \gg d²X/dt² を仮定する. (2)に 代入してrfの一周期ではXが一定として積分することによ り, $\delta = -(q_1X/2)\cos\Omega t$, が求められる. ゆっくりと変動 する成分に対してはrfの一周期で平均することにより以下 の調和振動の運動方程式が得られる(議論の本質に関係な いため $a_1 = 0$ とおいてある).

$$d^2 X/dt^2 = -\omega_1^2 X$$
 $\omega_1 = q_1 \Omega/2\sqrt{2}$ (3)

x方向の運動はAを任意定数として, $x = A[1-(q_1/2) \cos \Omega t] \cos \omega_1 t$, となり,調和振動に微小なリップルが加 わった形となる. y, z方向も同様に求められる.永年運動 は以下の楕円型の有効ポテンシャル ϕ の中で力を受けて 3 次元の調和振動を行うと考えることができる.

$$\begin{split} \psi &= (q_1^2 X^2 + q_2^2 Y^2 + q_3^2 Z^2) m\Omega^2 / 16e \\ &= eV_0^2 (X^2 + Y^2 + 4Z^2) / [m\Omega^2 (r_0^2 + 2z_0^2)^2] \end{split} \tag{4}$$

断熱近似が成り立つ条件ではイオンのrf一周期平均の全運 動エネルギーは一定でマイクロ運動と永年運動の運動エネ ルギーを加えたものとなる. 有効ポテンシャルのエネル ギーはマイクロ運動のエネルギーに等しく, イオンはマイ クロ運動のエネルギーをポテンシャルエネルギーと見なし た調和振動を行うと考えることができる. 原点から最も離 れた点ではマイクロ運動, 原点では永年運動のエネルギー が支配的となり運動エネルギーが時間的に交互に交換され る. レーザー冷却されたイオンに対してはほとんどの場合 断熱近似が成り立つ.

量子計算への応用には Fig.2 に示すリニアトラップが用 いられる.これは x-y 方向は rf 電場, z 方向は静電場によ りイオンを閉じ込めるもので直線状にイオンを並べること ができる.周波数標準や量子計算への応用にはリングの直 径が 1 mm 程度あるいはそれ以下の小型のトラップが用い られる.少数個のイオンを閉じ込める場合には原点近傍の



Fig. 2 A limear Paul trap used to store a string of ions. Each of the rods is connected to the one diagonally opposite so that a voltage between the pairs gives a quadrupole field.

みに四重極ポテンシャルが発生すればよいので、電極は球 面などで近似される.光によるアクセスが容易なリング電 極のみのトラップ(Paul-Straubel型),あるいは円筒ロッド 2本を対向させたロッド型なども用いられる[2].また,量 子計算への応用を目的にリソグラフィ技術を用いて作られ た微小な平面電極を向かい合わせた分割型マイクロトラッ プも開発されている[3].イオントラップは1×10⁻⁷ Pa以 下の超高真空中で動作させ、トラップ中で原子を電子衝突 によりイオン化してロードする.イオントラップは数 V から数十 V のポテンシャルの深さで動作させる. Ca⁺イオ ンを r_0 = 0.5 mmのトラップで捕獲する場合には、rf周波数 20 MHz,振幅 150 V で駆動すると、r 方向の有効ポテン シャルの深さは約 3.5 V, z 方向のポテンシャルの深さは約 7 V となる.永年運動の振動周波数はr 方向が約 1.3 MHz, z 方向が約 2.6 MHz となる.

3. イオンのレーザー冷却

3.1 イオンのドップラー冷却

生成した直後のイオンの温度はポテンシャルの1/10に 相当する10,000 K 程度と考えられる.イオンを極低温まで 冷却するにはレーザー冷却を用いる[1,4].レーザー冷却 は,共鳴に近い周波数を持つレーザー光を原子に照射した ときに発生する光の力を利用するものである.この力は散 乱力と勾配力に分けられるが,冷却には散乱力が利用され る.rfトラップ中のイオンはマイクロ運動を無視すると3 次元の調和振動をしている.振動しているイオンのレー ザー冷却は,イオンの振動周波数ωνと冷却に用いる2準位 系イオンの励起準位の放射減衰γとの大きさの関係で扱い が異なってくる.

 $\omega_v \ll \gamma$ の場合は、原子が光を吸収、放出する時間に比べ 運動の1周期に要する時間は十分に長い.このためイオン は1周期の間に何度も光の吸収、放出を繰り返すことにな り、光の吸収、放出を行う間のイオンの速度と位置はほぼ 一定と考えられる.この場合はイオンの1周期より十分短 くかつ原子の寿命 γ^{-1} より十分長い時間で平均した光の散 乱力を考えることができる.電場の振幅 E を持つ平面進行 波のレーザー光を速度v を持つ2準位イオンにあてた場合 の散乱力は、一次元で考えると以下のようになる.

$$\boldsymbol{F} = \hbar \boldsymbol{k} \cdot (\gamma/2) \cdot \boldsymbol{s}_0 / [1 + \boldsymbol{s}_0 + 4(\boldsymbol{\Delta} - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{v})^2 / \gamma^2]$$
(5)

ただし, k は光の波数ベクトル, $\Delta = \omega_{\rm L} - \omega_0$, $\omega_{\rm L}$ はレー

ザーの周波数,ω0はイオンの共鳴周波数である.s0は規格 化した光強度で、 $s_0 = 2(\mu E / \hbar \gamma)^2$ と表される. μ はイオン の双極子モーメントである. (5)式において離調を負の値 $(\Delta < 0)$ とした場合には、イオンの速度vが光の進行方向 と反対になる半周期において*k*·v<0となりドップラーシ フトが離調を打ち消すため、イオンを減速する方向に働く 力Fが増加する. 逆にイオンが光と同じ方向に進む半周期 の場合はイオンを加速する方向に働く力Fが減少する.す なわち, 負の離調の場合には光に向かって進む半周期ごと に共鳴が強く起こり光の吸収、放出を繰り返すことにな り、イオンは光の散乱力による減速を受ける.この条件の 成り立つ場合は "弱い束縛の極限 (weak-binding limit)" と 言われる、この冷却法による到達温度は、光の吸収、放出 過程における運動量拡散による加熱と散乱力による冷却の つりあいで決められる. 到達できる最小のエネルギーは $E_{\min} = \hbar \gamma/2$,温度に換算すると $T_{\rm D} = \hbar \gamma/2k_{\rm B}(k_{\rm B}$ はボルツマ ン定数)である.この温度をドップラー限界という.レー ザー冷却に電気双極子遷移を用いた場合には, γは 10⁸ s⁻¹ 程度であり、またイオンの永年運動の振動周波数は1 MHz 程度であるため、ωv ≪γ となり、弱い束縛の条件が成り立 つ. 到達温度は γ が 10^8 s⁻¹のとき T_D = 0.38 mK となる.

3.2 イオンのサイドバンド冷却

 $\omega_v \gg \gamma \, \dot{m}$ 成り立つ場合には光を吸収,放出する間にイオ ンは何度も振動運動を繰り返す.このためイオンが光を吸 収,放出するときの速度や位置というものはもはや考える ことができなくなり,散乱力によってイオンを減速すると いった考え方は適用できない.この条件が成り立つ場合は "強い束縛の極限 (strong-binding limit)"といわれる.正確 にはイオンの運動を量子化して扱うことが必要であるが, 半古典的には以下のように説明される.イオンに静止した 系で見るとレーザー周波数 ω_L がイオンの振動周波数 ω_v で周波数変調されイオンが多くのサイドバンドと相互作用 すると考えることができ,イオンの光の吸収断面積は以下 のようになる.

$$\sigma(\omega_{\rm L}) = \sigma_0 \sum_{n = -\infty}^{\infty} |J_n(kx_0)|^2 (\gamma/2)^2 / [(\gamma/2)^2 + (\omega_0 - \omega_{\rm L} - n\omega_{\rm v})^2] \quad (6)$$

 x_0 はイオンの運動の振幅, J_n はn次のベッセル関数である.吸収スペクトルは ω_0 (n = 0)の周波数におけるキャリア遷移と $\omega_0 \pm n\omega_v$ におけるドップラーサイドバンドから構成される. $\eta = kx_0$ はLamb-Dickeパラメータと呼ばれる.振動を量子化した扱いでは x_0 は振動基底状態の波動関数の広がり, $\sqrt{h/2m\omega}$ で表される. $\omega_v \gg \gamma$ であるためにFig.3に示すようにサイドバンドは分離して観測される.

イオンが冷却されて振幅 x_0 が小さく光の波長以下, $kx_0 = 2\pi (x_0/\lambda) \ll 1$, になるとサイドバンドの各成分は非常 に小さくなる.イオンのスペクトルは中心のキャリアが支 配的となって第一サイドバンドのみが小さく観測される (高い周波数側のサイドバンドはブルーサイドバンド,低 い周波数側のサイドバンドはレッドサイドバンドと呼ばれ



Fig. 3 The sideband spectrum of an ion executing simple harmonic motion with different amplitudes. The amplitudes x_0 are 4/k and 0.5/k for the upper and lower traces respectively.

る). イオンが電磁波の波長以下の領域に局在していると きは Lamb-Dicke の基準が満たされているという.強い束 縛条件が成り立つ場合の冷却法はサイドバンド冷却と呼ば れる.サイドバンド冷却はドップラー冷却でイオンを Lamb-Dicke 領域に閉じ込めたあと,さらにイオンを冷却 するのに用いられる.レーザーの周波数 $\omega_{\rm L}$ を低周波側の レッドサイドバンド,すなわち($\omega_0 - \omega_{\rm v}$)に同調するとイ オンは光子のエネルギー, $h(\omega_0 - \omega_{\rm v})$ に同調するとイ オンは光子のエネルギー, $h(\omega_0 - \omega_{\rm v})$ 、を得て $|g,n\rangle$ から $|e,n-1\rangle$ へ遷移する.ただしg,eはそれぞれイオンの基底 状態,励起状態,nは振動状態を表す.状態 $|e,n-1\rangle$ のイオ ンは自然放出により基底状態に戻るがLamb-Dickeの基準 が満たされている場合にはキャリア遷移が支配的であるた め $h\omega_0$ のエネルギーを放出して $|g,n-1\rangle$ へ遷移する.この 過程により $h\omega_{\rm v}$ のエネルギーを失う.この繰り返しにより イオンを振動基底状態付近まで冷却することができる.

サイドバンド冷却の冷却限界はレッドサイドバンド遷移 の励起スペクトルの裾でキャリア遷移およびブルーサイド バンド遷移が励起されて加熱が起こることで決められる. スペクトルの形が幅 γ のローレンツ型の場合には以下のよ うになる.

$$E_{\min} = \hbar \omega_{\rm v} (n_{\rm av} + 1/2), \quad n_{\rm av} = (\alpha + 1/4) \gamma^2 / 4\omega_{\rm v}^2$$
 (7)

α は自然放出の角度分布により決まる定数で,双極子遷移の場合は2/5である.また n_{av} は冷却の最終状態における平均の振動量子数である. $\omega_v \gg \gamma$ であるので $n_{av} = 0$ の振動基

底状態の近くまで冷却することが可能である.サイドバン ド冷却には電気4重極遷移や誘導ラマン遷移が用いられ る.サイドバンド冷却に類似の電磁誘導透過(EIT)を用い た振動基底状態付近までの冷却法も提案され,実験的に実 証されている[5].

到達量子数は光吸収スペクトルにおけるレッドサイドバ ンドとブルーサイドバンドの高さの比によって測定でき る.2つのサイドバンドの高さはそれぞれ $\eta^2 n$, $\eta^2 (n+1)$ に比例する.振動状態の熱的分布を考慮して平均量子数 $\langle n \rangle$ を用いると、サイドバンドの高さの比は、 $S_L/S_U = \langle n \rangle$ $/(\langle n \rangle + 1)$ となり、これから $\langle n \rangle$ を求めることができる.

3.3 マイクロ運動の影響

rfトラップ中のイオンの運動は実際にはマイクロ運動と 永年運動からなる.マイクロ運動は外部からのrf電場に よって常に駆動されるため、レーザー冷却の対象にはなら ない.冷却の対象となるのは永年運動であり、永年運動を 冷却することによりマイクロ運動を間接的に小さくするこ とができる.3枚の回転双曲面からなるrfトラップの場 合、マイクロ運動の影響がないのはトラップの中心点のみ である.このため1個のイオンのみが極低温まで冷却でき る.リニアトラップは、対称軸である直線上においてマイ クロ運動がないため直線状に並んだイオンを冷却できる。 しかしながら、電極に機械的な非対称性がある場合や電極 に付着した金属の接触電位差により付加的な電場が存在す る場合は余剰マイクロ運動が発生する.例えば外部から均 一に電場 E が加わった場合には、イオンの運動は以下のよ うになる[6].

$$x(t) = [x_1 + x_2 \cos(\omega_v t)] [1 - (q_1/2) \cos \Omega t]$$
(8)

 x_1 は外部電場に比例する項で,冷却により小さくならない 余剰マイクロ運動である.余剰マイクロ運動があるとイオ ンの光吸収スペクトルに ($\omega_0 + n\Omega \pm \omega_v$)の周波数を持つサ イドバンドが加わる.このためレーザー周波数を負の離調 にした場合でも例えば ($\omega_0 - \Omega + \omega_v$)における永年運動を加 熱する遷移が励起されるため冷却の妨げとなる.余剰マイ クロ運動は検出して補正することが必要である.最も簡便 にはレーザー冷却における励起スペクトルの形状を診断し て補正電極により電場を加えて補正する.本格的には,イ オンの光吸収断面積がマイクロ運動によって変調されると いう性質を利用して,駆動 rf 周波数の位相に対するイオン からの蛍光光子の到達頻度を計測して検出し補正を行う.

3.4 イオンの結晶化

イオントラップ中に冷却された複数個のイオンは強結合 プラズマを発生する.プラズマの状態は隣の電荷による静 電エネルギーと熱エネルギーの比であるクーロン相関パラ メータ、 $\Gamma = (1/4\pi\epsilon_0)(e^2/r_nk_BT)$ 、で記述される. ϵ_0 は真空 の誘電率、 r_n は最も近くの粒子との距離である. Γ が1以 上の場合には強結合プラズマと言われるが、冷却されたイ オンでは Γ を大きくでき百以上にすることも可能であ る.このような強結合状態ではイオンは結晶構造を取るこ とが知られている.複数個のイオンのレーザー冷却プロセ スは非線形なクーロン相互作用があるため非常に複雑であ



Fig. 4 A string of four Ca⁺ ions in a small linear Paul trap.

る. このプロセスはイオン運動のシミュレーションにより 解析され実験と比較されている[7].冷却パワーが小さく イオン間の平均距離が十分大きい場合には加熱は起こらず イオンは独立した粒子のように振舞う、冷却パワーが大き くなり粒子間の距離が小さくなるにつれてイオン間の衝突 により rf 加熱が起こりイオンはカオス的な運動を行う. さ らに冷却パワーが大きくなるとイオン間の距離は小さくな り準周期的な運動を経て、トラップポテンシャルと粒子間 のクーロン相互作用で決まる静的なつりあいの状態に遷移 する.この遷移はレーザーの周波数を低周波側から共鳴中 心まで掃引してイオンの励起スペクトルを測定することに より観測することができる[7]. 低周波側ではカオス的な 運動を行う雲状態の広いスペクトルが観測されるが周波数 を中心に近づけると急に結晶状態を示す鋭いスペクトルに 変化する.遷移が起こる周波数はトラップの動作条件, レーザーのパワー、イオンの個数に依存する. どのような 結晶配列が起こるかは、トラップのポテンシャルの形とイ オンの数によって決められる.リニアトラップの場合,結 晶構造はイオンの個数とポテンシャルの異方性を表すパラ メータ $\alpha = \omega_z^2 / \omega_r^2$ に依存する.例えばイオンの個数を一定 にして、2 方向の閉じ込め電圧を小さい値から増加させた 場合を考えると、αが小さくポテンシャルの形が軸方向(z 方向)に長いときには直線状に並び,αが増加するにつれて ジグザグ構造, さらにらせん構造へと変化する. 変化の起 こるαの値は理論やシミュレーションで求められ, $\alpha = cN^{\beta}$,の形をとる[8,9].10個までのイオンの直線から ジグザグ構造への変化に対しては実験によりc=3.23, β=-1.83 が求められており理論との比較がなされている [10]. イオンの数が非常に多くなった場合には層構造にな ることが知られている[11].また二種類の冷却イオンのと る構造も研究されている[12]. Fig.4は小型のリニアト ラップ中に一列に並んだ4個のCa⁺イオンをCCDで撮影 したものである.

4. 光周波数波数標準への応用

4.1 単一イオンを用いた光周波数標準の特徴

冷却イオンの応用の一つは周波数標準である.1秒はセシウム原子の超微細構造準位間のマイクロ波遷移を用いて 定義されている.セシウム周波数標準器はここ数十年の間 に改良が行われ、レーザー冷却された原子を用いる原子泉 型では確度は10⁻¹⁵にまで達している.一方,光領域におけ

る周波数標準も長さの標準の関係から活発に研究が進めら れている.1980年代初めに1個の冷却イオンを用いた光領 域の周波数標準が提案されて研究が始められたが[13],こ こ数年の間に大きく進展している. 周波数標準は原子の吸 収線に発振器の周波数を安定化することによって実現され る. 周波数標準に用いられる原子の吸収線には、吸収線の 周波数シフトが小さくシフト量の評価が容易なこと、吸収 スペクトルのQ 値 $(Q = \omega_0 / \Delta \omega, \omega_0$: 共鳴周波数, $\Delta \omega$: 共 鳴の半値全幅)が大きく信号検出の S/N 比が良いことが要 求される. 1個の冷却イオンを用いた光周波数標準の特徴 は各種の周波数シフトが小さいことおよび Q 値の大きな 共鳴を利用することである.吸収線にはイオンの基底状態 と準安定状態間の光領域の電気四重極遷移(クロック遷移 と呼ばれる)が用いられる.準安定状態の自然放出による 寿命は数十m秒から数秒であるため, 究極的なスペクトル 幅は数 Hz から 0.1 Hz 程度,スペクトルの Q 値は10¹⁴から 10¹⁵という非常に大きな値となる.

4.2 単一イオンによる光周波数標準の原理

冷却イオンの電気四重極遷移の光吸収スペクトルは強い 束縛条件が満たされるのでサイドバンドから構成される. $r_0 = 0.5 \text{ mm}$ 程度の小型トラップ中の1個のイオンはドッ プラー冷却によって Lamb-Dicke の基準が満たされる微小 領域まで閉じ込めることができる.このときキャリアが支 配的となり、このスペクトルが光周波数標準に用いられ る. 光の吸収による1個のイオンの基底状態から準安定状 態への遷移はシェルビング法を用いた量子跳躍の観測に よって測定される. 周波数標準には Fig.5 に示すように基 底状態gと2つの励起状態e₁, e₂からなるV型の3準位系 のイオンが用いられる.励起状態e1は基底状態への強い電 気双極子遷移を持ち、寿命は約10-8秒程度である.もう一 つの励起状態 e2 は準安定状態で数十 m 秒から数秒の寿命 を持つ.まず、1個のイオンを強い遷移g↔e₁を用いて レーザー冷却を行う.このとき光子数 10⁴/s 程度の蛍光信 号が観測される.更にイオンのg↔e2 遷移(クロック遷移 といわれる)の周波数に一致するレーザー光を照射する. イオンが光を吸収して準安定状態 e2 へ遷移した場合には イオンの蛍光は完全に消失する. イオンがg ↔ e₁の冷却サ イクルに戻ると再び強い蛍光が観測される.このため弱い 遷移による量子跳躍を強い遷移の蛍光の変化で観測するこ とができる.この測定方法は"電子の棚上げ(シェルビン



Fig. 5 The V-type energy level diagram for observation of quantum jumps. The $g \leftrightarrow e_1$ transition is assumed to be strong while the $g \leftrightarrow e_2$ transition is weak.

グ)による量子増幅"とも名づけられ、イオンの状態の検 出効率はほぼ100%である.

シェルビング法を用いると1個のイオンの準安定状態と 基底状態間の電気四重極遷移の光吸収スペクトルを測定す ることができる.測定では量子力学における測定の原理を 忠実に実行する.最初に冷却されたイオンを基底状態 |g> に準備する.次にイオンにg ↔ e2 遷移を観測するレーザー 光をパルス的に照射する.キャリア遷移の場合にはイオン は重ね合わせの状態 $c_1|g\rangle + c_2|e_2\rangle$ へ移る. この状態のイ オンに強い遷移g↔e1に一致する冷却用のレーザー光を 照射する. イオンからの蛍光が観測された場合にはイオン は測定により基底状態に移り、この確率は $|c_1|^2$ である. 蛍 光が観測されない場合には準安定状態に移り, 確率は |c₂|²である. 観測を行ったあとイオンを再び基底状態に準 備してこの測定を N回繰り返す. N回の測定において蛍光 が観測されなかった回数をN2とすると準安定状態への遷 移確率は N₂/N となる. 観測用レーザーの周波数を共鳴周 波数付近で少しずつ掃引して、遷移確率を測定していくと 光吸収スペクトルが得られる. Fig.6 はすべての光源を半 導体レーザーで構成した小型の装置を用いて小型の rf ト ラップ中に冷却されたCa⁺イオンの電気四重極遷移の光ス ペクトルを測定した例である[14]. イオンの温度は5mK 程度と推定される.

キャリアスペクトルの周波数の中心にレーザー周波数を ロックすることで周波数標準が実現される.現在までにス ペクトル観測用のレーザーとして数 Hz 程度の超狭スペク トルレーザーが開発され[15],周波数の確度として10⁻¹⁴ から10⁻¹⁵レベルの結果が得られている[16,17].各種の周 波数シフト要因を見積もることにより究極的には10⁻¹⁸の 周波数確度が期待されている.1個の冷却イオンを用いた 光周波数標準の研究は Hg⁺イオンを用いてアメリカの標 準技術研究所 (NIST), In⁺イオンを用いてドイツのマック スプランク研究所, Sr⁺イオンを用いてイギリスの国立物 理学研究所 (NPL) およびカナダの国立研究会議 (NRC),



Fig. 6 The absorption spectrum of the $4^2S_{1/2} - 3^2D_{5/2}$ electric quadrupole transition in a single Ca⁺ ion trapped in a small Paul trap. The spectrum was obtained with a laser system that uses only fundamental waves of diode lasers as light sources.

Yb⁺イオンを用いてドイツの物理工学研究所(PTB)など で研究が進められている.わが国でもCa⁺イオンを用いた 研究が情報通信研究機構において最近開始された.

5. 量子計算への応用

5.1 量子計算における冷却イオンの特徴

量子計算は,現在の計算機が0か1の2つの状態をとる ビットを基本の計算要素として構成されているのに対し, |0>と|1>の重ねあわせの状態を取り得るようにビットを拡 張したキュービットを計算要素として用いるものである. 量子計算では量子力学の基本原理である状態の重ねあわせ の原理を利用する.これによって並列計算が可能となるた め,現在の計算機では膨大な時間のかかる問題,例えば因 数分解などを高速に処理できることが期待されている. こ のため, NMR における核スピン, 光子, レーザー冷却され たイオンや原子などを用いた実験研究が活発に進められて いる.リニアトラップ中に一列に並んだイオンをキュー ビットとして用いる量子計算は Cirac と Zoller により提案 された[18]. それ以来, NIST, インスブルック大学などに おいて実験的な研究が精力的に行われている.冷却イオン を用いる方式は、イオンの内部状態をキュービットとして 使えること、振動基底状態までの冷却と光ポンピングに よって状態の初期化が可能なこと、デコヒーレンスが小さ いこと、レーザーパルスにより個々のキュービットのゲー ト操作が可能なこと、演算結果のための状態検出がシェル ビング法を用いて100%に近い効率で可能であることなど の量子計算を実験的に実現する基本的要請を満たすことか ら有力な候補となっている[19].

5.2 冷却イオンを用いた量子計算の原理

キュービットにはイオンの基底状態の2つの超微細構造 準位,あるいは基底状態|g>と準安定状態|e>などが用いら れる.イオン間の相互作用や情報伝達には一列に並んだイ オンの1つの振動モードの基底状態|0>と第一励起状態 |1>がバスビットとして用いられる.このため振動基底状 態までの冷却が必要である.振動モードとしては軸方向の 重心運動,あるいは伸縮運動モードが用いられる.Fig.4 のように並んだ個々のイオンにレーザー光を順次照射して 内部状態のユニタリ変換,内部状態と振動状態あるいはイ オン間の内部状態の量子もつれの生成により演算を行う. 超微細構造準位を用いる場合には2本のレーザー光を用い るラマン遷移,基底状態と準安定状態間を用いる場合には 電気四重極遷移がこの操作に用いられる.

イオンとレーザー光の相互作用表示のハミルトニアン は、一次元の運動のみを考え、イオンが十分冷却され Lamb-Dicke 領域にある場合には以下のように示される [4].

$$\begin{split} H_{\rm I} = (\hbar/2) \Omega_0 \sigma_+ \{1 + i\eta a \, \exp(-i\omega_{\rm v} t) \\ + i\eta a^\dagger \exp(i\omega_{\rm v} t)\} \exp(i\phi - i\varDelta t) + h.c. \quad (9) \end{split}$$

 Ω_0 はラビ周波数, σ_+ は原子の昇演算子 $|e\rangle\langle g|$, a, a^{\dagger} は用いる振動モードの消滅, 生成演算子, ϕ はレーザーの位相,

h.c. はエルミート共役を表す. Δ は周波数離調で電気四重 極遷移の場合は $\omega_{L} - \omega_{0}$ である. ラマン遷移の場合には Δ の中の ω_{L} は 2 台のレーザーの周波数差, また $\eta = kx_{0}$ の k は波数ベクトルの差の振動方向成分となる. レーザー周 波数を $\omega_{L} = \omega_{0}$ とした場合には共鳴項, $H_{I} = (h/2)\Omega_{0}\sigma_{+}$ exp $(i\phi) + h.c.$ が支配的となり振動状態が変化しないキャ リア遷移が励起される. $\omega_{L} = \omega_{0} - \omega_{v}$ とした場合には共鳴 項は, $H_{I} = i(h/2)\eta\Omega_{0}\sigma_{+}a$ exp $(i\phi) + h.c.$, となりレッドサ イドバンド遷移, $\omega_{L} = \omega_{0} + \omega_{v}$ とした場合には共鳴項は, $H_{I} = i(h/2)\eta\Omega_{0}\sigma_{+}a^{\dagger}$ exp $(i\phi) + h.c.$, となりブルーサイドバ ンド遷移が励起される. この3つの共鳴条件においてレー ザーパルスを t 秒間加えた場合のイオンの状態ベクトル | $\Psi(t)$) は

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{\mathrm{e,n}}(t) |\mathrm{e,n}\rangle + c_{\mathrm{g,n}}(t) |\mathrm{g,n}\rangle$$
(10)

$$\begin{aligned} c_{\rm e,n+k}(t) &= \cos\left(\mathcal{Q}_{\rm n+k,n}t/2\right)c_{\rm e,n+k}(0) \\ &-i\,\exp\left(i\phi + i|k|\pi/2\right)\sin\left(\mathcal{Q}_{\rm n+k,n}t/2\right)c_{\rm g,n}(0) \\ c_{\rm g,n}(t) &= -i\,\exp\left(-i\phi - i|k|\pi/2\right) \\ &\sin\left(\mathcal{Q}_{\rm n+k,n}t/2\right)c_{\rm e,n+k}(0) + \cos\left(\mathcal{Q}_{\rm n+k,n}t/2\right)c_{\rm g,n}(0) \end{aligned}$$

となる. $c_{en+k}(0)$, $c_{gn}(0)$ は初期条件である. k = 0 はキャ リア遷移の場合で、 $\Omega_{n,n} = \Omega_0$ 、k = 1 はブルーサイドバン ド遷移の場合で、 $\Omega_{n+1n} = \Omega_0 \eta \sqrt{n+1}$, k = -1 はレッドサ イドバンド遷移の場合で、 $\Omega_{n-1,n} = \Omega_0 \eta \sqrt{n}$ 、である. 最初 にイオンが|g,0) にあり, キャリア遷移のパルスをt 秒間加 えた場合には、イオンの状態は、 $|\phi\rangle = \cos(\Omega_0 t/2)|g\rangle$ $-i \exp(i\phi)\sin(\Omega_0 t/2)|e\rangle$,へと変化する(振動状態は省略 してある).これは状態ベクトルの回転を表しており,回転 角 $\Omega_0 t$ および位相 ϕ を用いて任意の回転を作ることができ る. 例えば初期状態が $|g\rangle$ に対して $\phi = \pi/2$ のとき, $\Omega_0 t = \pi/2$ とすると2つの状態の等しい重ね合わせ $(|g\rangle+|e\rangle)/\sqrt{2}$ を作る $\pi/2$ パルス, $\Omega_0 t = \pi$ とすると状態が $|g\rangle$ から $|e\rangle$ へ反転する π パルス, $\Omega_0 t = 2\pi$ とすると $|g\rangle$ から符号の反対の状態-|g)へ変化する2πパルスが生成さ れる. |g,1) の状態にレッドサイドバンド遷移の π/2 パルス $(\phi = 0, \Omega_{0,1}t = \pi/2)$ を作用させると、 $(|g,1\rangle + |e,0\rangle)/\sqrt{2}$ 、と なり、振動状態と内部状態の直積で表すことのできないも つれた状態を発生することができる.また、レッドサイド バンド遷移の π パルス ($\phi = \pi$, $\Omega_{0,1}t = \pi$) は $|e,0\rangle$ を $|g,1\rangle$ に変えるため、 $(\alpha|g\rangle+\beta|e\rangle)|0\rangle$ に作用させた場合 $||c||_{g}(\alpha|0)+\beta|1\rangle)$ に変化する.この操作は内部の量子状 態を振動状態に移すためスワップゲートと呼ばれる.

N 個のキュービットを用いた量子計算は2^N次元ヒルベ ルト空間のユニタリ変換で表されるが,すべて1キュー ビットの回転と2キュービットの制御ノットゲートの組み 合わせで構成することができる.したがって,冷却イオン を使ってこの2つのゲート操作を実現できれば原理的には 量子計算が行えることになる.1キュービットの回転は上 に述べたように1個のイオンにキャリア遷移のパルスを照 射することで実現できる.

2キュービットを用いた制御ノットは以下のような状態

の変換を行う論理ゲートである.

$$|\varepsilon_1\rangle|\varepsilon_2\rangle \to |\varepsilon_1\rangle|\varepsilon_1 \oplus \varepsilon_2\rangle \tag{12}$$

ここに ϵ_1 , ϵ_2 は 0 または 1 の値である.内部状態の場合に は g を 0, e を 1 に対応させる.右辺の \oplus は 2 進法での加 算を表す. $|\epsilon_1\rangle$ を制御ビット, $|\epsilon_2\rangle$ を標的ビットと呼ぶ. $\epsilon_1 = 0$ ならば,標的ビットは変化しないが, $\epsilon_1 = 1$ ならば標 的ビットは反転する.空間に一列に並んだ N 個のイオンの 中の m 番目のイオンを制御ビット, k 番目のイオンを標的 ビットとして制御ノットゲートを構成する場合は以下の操 作で実現できる.用いるイオン列の振動モードは最初に基 底状態まで冷却されているものとする.

- (a) k 番目の標的イオンに位相 φ = -π/2 のキャリア遷移
 のπ/2 パルスを加える.
- (b) *m* 番目の制御イオンに位相φ = -π/2 のレッドサイド
 バンド遷移の π パルスを加える.
- (c) k 番目の標的イオンにおいて補助準位 |r > を選び、それと |g> 準位の間に位相 φ = -π/2 のレッドサイドバンド遷移の 2π パルスを加える.
- (d) *m* 番目の制御イオンに位相φ = -π/2 のレッドサイド
 バンド遷移のπ パルスを加える.
- (e) k 番目の標的イオンに位相 φ = π/2 のキャリア遷移の π/2 パルスを加える.

上の操作のうち(b)は制御イオンの内部状態をイオン列の振 動状態に移すスワップゲートと等価な操作であり,(d)はも とに戻す操作である.(c)は振動状態が $|1\rangle$ のとき標的イオ ンの $|g\rangle$ の符号を-に変化させる操作である.(b)から(d)の 操作は制御イオンが $|e\rangle$ のときのみ標的イオンの $|e\rangle$ の符号 を反転させる操作で制御位相フリップゲートといわれる. 制御イオンの状態が $|g\rangle$ のときは(b)から(d)の操作で標的イ オンの状態は変化せず,(a)の操作で $\pi/2$ だけ回転した状態 ベクトルは位相が π だけ異なる(e)の $\pi/2$ パルスにより最初 の状態に戻る.制御イオンの状態が $|e\rangle$ のときは(b)から(d) の操作で加えるパルスの位相 π を打ち消すので(a)と(e)の回転 方向は加えあわされて標的イオンの状態ベクトルは π だけ 回転して状態は反転する.これらの操作の結果は制御ノッ トゲートを表している.

制御ノットゲートの実証実験は最初,1個の冷却された Be⁺イオンの超微細構造準位間のキュービットと2つの振 動状態 n = 0, n = 1 で構成されるキュービットを用いて行 われた[20]. その後2 個のイオンの振動基底状態までの冷 却が可能になったことにより,2個の Be⁺イオンや2 個の Ca⁺イオンを用いて実証実験が行われている[21,22]. 実 験では上の操作のうち(b)から(d)の制御位相フリップゲート の部分は別の方法が用いられている.例えば Be⁺の実験で は周波数のわずかに異なる2 台のレーザーで作られる動的 な定在波による双極子力でイオンを制御する幾何学的位相 ゲートが用いられている[22]. これらの基本的なゲート操 作が可能になったことにより,少数個のイオンを用いてで あるが,ドイチュ・ジョサのアルゴリズム[23],超高密度 符号化[24],量子テレポーテーション[25,26] などの量子 計算の基本的なアルゴリズムの実験的なデモンストレー ションが行われている[27,28].

5.3 課題と研究方向

量子計算の実現に大きな障害になるのがデコヒーレンス である.デコヒーレンスとは量子力学的な重ね合わせの状 態が周囲の環境と結合することにより統計的な混合状態に 移行することである、イオンの内部状態のみを考えた場合 のコヒーレンス時間は数秒から数分あるいはそれ以上であ るが、振動が熱的に励起されることによりイオンの量子状 態は統計的な混合状態へ移っていくため、振動状態のデコ ヒーレンスが大きな問題となる. 当初はトラップに結合し ている回路で発生する熱雑音が主な要因になると予想され たが、実験では予想以上に大きなデコヒーレンスが観測さ れた[29]. この原因はトラップに付着した金属などによる ポテンシャルの変動が原因であると考えられている.この 影響は重心運動モードに比べ伸縮モードの方が少ないた め、最近の実験ではこのモードが用いられている.振動の 励起によるデコヒーレンスの最も小さい実験結果は現在の ところ 50 ms 程度である. この時間内にできるゲート操作 の数は計算速度によって決められる.計算速度を上げるた めにラビ周波数を高くすると隣の振動準位への遷移を励起 する確率が増加し、計算速度を制限する.現在のところ2 個のイオンを用いた制御ノットの場合で数百 μs 程度であ り、上記の時間内に十分な回数のゲート操作が可能となっ ている.

意味のある計算を実際に行うためには数十個から数百個 といったキュービットを用いることが必要となる. 最初の 提案はリニアトラップに一列に並んだイオンを念頭におい たものであった.しかしながら、イオン数が増加するにつ れて振動モードの数が増加することやデコヒーレンスの影 響が大きくなることなどの理由により、この方式では不可 能であることが予想されている.現在は、Fig.7に示すよう に微小なイオントラップを数多く並べ、演算部やメモリー 部などに分けた方式の研究が進められている[30]. それぞ れのトラップには数個のイオンのみを捕獲し、各領域間で イオンを移動させて演算や記憶を行う.この場合、イオン の輸送や並び替えが可能なトラップの開発、移動による加 熱の問題の解決などが必要になる.NIST が行った3 キュービットの量子テレポーテーション実験はリソグラ フィ技術で作った直線状に並んだ微小な分割トラップ中で イオンを移動させて行われている[25]. 今後はこの方向に 研究が進むと予想される.また、輸送中の加熱を抑えるた



Fig. 7 Multiplexed trap architecture for a scalable quantum computer.

めに他のイオンを混ぜた協同冷却を用いることも研究されている[31].

6. おわりに

冷却イオンの周波数標準,量子計算への応用の最近の動 向について述べた.1個のイオンを用いた光周波数標準は 今後の周波数標準の一つとしての地位を固めつつありこれ からも着実に研究が進むと予想される.量子計算への応用 については,最近の実験により冷却イオンを用いて原理的 に量子計算を行うことが可能なことが示された.今後,よ り進んだ計算を可能にするために技術的な問題を含め多く の研究がなされていくことが必要である.

参考文献

- イオントラップ及びその応用の解説として以下の本が ある. P.K. Ghosh, *Ion Traps* (Clarendon Press, Oxford, 1995), F.G. Major, V.N. Gheorghe, G. Werth, *Charged Particle Traps* (Springers, 2005).
- [2] C.A. Schrama, E. Peik, W.W. Smith and H. Walther, Opt. Commun. **101**, 32 (1993).
- [3] M.A. Rowe et al., Quant. Inf. Comp. 2, 257 (2002).
- [4] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe and D. Wineland, Rev. Mod. Phys. 75, 281 (2003).
 レーザー冷却に関する文献はこれと[1]を参照.本文献 は量子状態制御のレビューである.
- [5] F. Schmidt-Karler et al., Appl. Phys. B 73, 807 (2001).
- [6] D.J. Berkland, J.D. Miller, J.C. Bergquist, W.M. Itano and D.J. Wineland, J. Appl. Phys. 83, 5025 (1998).
- [7] 複数個のイオンのダイナミクスのレビューとして[1]お よび以下を参照. H. Walther, Phase Transitions of Stored Laser-cooled Ions, p.211 in Fundamental Systems in Quantum



Penning trap

静電場と静磁場を用いてイオンを空間的に捕獲するトラッ プ.静電場は三次元の回転対称な四重極ポテンシャルにより 発生する.また静磁場は回転対称軸に平行に加える.イオンは 回転対称軸方向に調和振動,回転対称軸と垂直な平面ではサ イクロトロン運動およびマグネトロン運動を行う.

rf trap

静電場と高周波電場用いてイオンを空間的に捕獲するト ラップ.高周波電場は主に三次元の回転対称な四重極ポテン シャルにより発生する.断熱近似が成立する条件ではイオン は三次元の調和振動を行う永年運動と駆動する高周波で振動 する微小なマイクロ運動を重ねあわせた運動を行う.

ドップラー冷却

ドップラー効果を利用して気体状の原子あるいはイオンを レーザー光の散乱力により冷却するレーザー冷却法の一つ. レーザー冷却に用いる遷移には通常電気双極子遷移が用いら れる.冷却限界は数 mK 程度である. *Optics*, J. Dalibard, J.-M. Raimond and J. Zinn-Justin (eds.), (North-Holland, 1992).

- [8] J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 70, 818 (1993).
- [9] D.H.E. Dubin, Phys. Rev. Lett. 71, 2753 (1993).
- [10] D.G. Enzer et al., Phys. Rev. Lett. 85, 2466 (2000).
- [11] M. Drewsen, C. Brodersen, L. Hornekar, J.S. Hangst and J.P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 81, 2878 (1998).
- [12] L. Hornekar, N. Kjargaard, A.M. Thommesen and M. Drewsen, Phys.Rev. Lett. 86, 1994 (2001).
- [13] H. Dehmelt, IEEE Trans. Instrum. Meas. IM-31, 83 (1982).
- [14] K. Toyoda, K. Naka, H. Kitamura, H. Sawamura and S. Urabe, Opt. Lett. 29, 1270 (2004).
- [15] B.C. Young, F.C. Cruz, W.M. Itano and J.C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. 82, 3799 (1999).
- [16] Th. Udem et al., Phys. Rev. Lett. 86, 4996 (2001).
- [17] H.S. Margolis et al, Science 306, 1355 (2004).
- [18] J.I. Cirac and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 74, 4091 (1995).
- [19] A. Steane, Appl. Phys. B 64, 623 (1997).
- [20] C. Monroe, D.M. Meekhof, B.E. King, W.M. Itano and D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995).
- [21] F. Schumidt-Kaler et al., Nature 422, 408 (2003).
- [22] D. Leibfried *et al.*, Nature **422**, 412 (2003).
- [23] S. Gulde et al., Nature 421, 48 (2003).
- [24] T. Schaetz et al., Phys. Rev. Lett. 93, 040405 (2004).
- [25] M. Riebe et al., Nature 429, 734 (2004).
- [26] M.D. Barrett et al., Nature 429, 737 (2004).
- [27] F. Schmidt-Kaler et al., Appl. Phys. B 77, 789 (2003).
- [28] T. Schaetz *et al*, Appl. Phys. B **79**, 979 (2004).
- [29] Q.A. Turchette *et al.*, Phys. Rev. A **61**, 063418 (2000).
- [30] D. Kielpinski, C. Monroe, D.J. Wineland, Nature 417, 709 (2002).
- [31] M.D. Barret et al, Phys. Rev. A 68, 042302 (2003).

サイドバンド冷却

捕獲されて振動しているイオンあるいは原子のレーザー冷 却法の一つ.イオンの振動角周波数が冷却に用いる光吸収ス ペクトルの自然幅より大きい場合には光吸収スペクトルには 分離した振動サイドバンドが観測される.低周波側のサイド バンドにレーザー周波数を同調することによりイオンを冷却 する.レーザー冷却に用いる遷移には電気四重極遷移などの 弱い遷移が用いられる.振動基底状態近くまで冷却すること ができる.

Lamb-Dicke の基準

気体状の原子あるいはイオンと電磁波との相互作用において原子が電磁波の波長以下に局在していることをLamb-Dickeの基準を満足するという.この条件が成り立つときは1 次 Doppler 効果をほとんど無視して扱うことができる.

シェルビング法

光と光の二重共鳴法の一種.基底状態と二つの励起状態(一 つは基底状態と強い電気双極子遷移を持ち,他は電気四重極 遷移などの弱い遷移を持つ準安定状態)からなる V型のエネル ギー準位を持つ原子あるいはイオンにおいて,光の吸収に よって起こる基底状態から準安定状態への弱い遷移を基底状 態と寿命の短い準位間の強い遷移による蛍光変化によって検 出する方法.電子を準安定状態へ"棚上げ"することからこの ように名づけられている.

キュービット

現在の計算機が0か1の2つの状態をとるビットを基本の 計算要素として構成されているのに対し,量子計算において は計算要素として|0〉と|1〉の重ねあわせの状態を取り得るよ うにビットを拡張したキュービットを用いる.

制御ノットゲート

量子計算における2キュービットからなるゲートで,制御 ビットと標的ビットから構成される.制御ビットが1のとき のみ標的ビットが反転する.古典的なゲートでは XOR に対応 する.2キュービット間の量子もつれ状態を生成することが できる.



うら べ しん じ

1975年東京大学大学院修士課程修了.同年 郵政省電波研究所入所.1994年郵政省通信 総合研究所関西支所長.1998年7月より大 阪大学大学院基礎工学研究科教授.工学博 士.原子周波数標準の研究開発を経て,現在レーザー冷却イ オンを用いた高分解能分光・量子情報処理およびこれに関連

するレーザー技術の研究に従事.応用物理学会,日本物理学 界,レーザー学会,米国光学会各会員.