



# レーザー核融合の概念

疇地 宏

(大阪大学レーザーエネルギー学研究中心)

## Concept of Laser Fusion

AZECHI Hiroshi

Institute of Laser Engineering, Osaka University, Suita 565-0871, Japan

(Received 28 May 2005 / Revised 9 June 2005)

In order for laser fusion to be energetically feasible, the energy gain from laser to fusion output must be larger than 100 at a reasonable laser energy level. Hot-spark ignition virtually meets the high-gain condition. High-density compression reduces the laser energy required for ignition-and-burn by many (six) orders of magnitude from that required for igniting a solid-density fuel. A design window of the laser intensity and the target aspect ratio (radius-to-thickness) is described from a viewpoint of various physics limitations. Several ignition schemes, i.e., central, fast and impact fusion ignition are also reviewed.

**Keywords:**

laser-fusion, implosion, main fuel, hot-spark, ignition, burn, energy gain

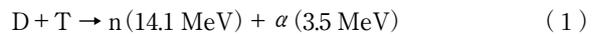
著者は、毎年物理学科4年生にレーザー核融合のさわりの部分を紹介している。しかし概念的なお話のレベルを越えて理解してもらうためには、レーザー核融合をできるだけ普通の物理学で読み解き、当たらずとも遠からずの概算ができるようになってもらう必要を痛感している。このような概算ができるようになって初めて、扱っている対象の中で何が起きているのかを理解し、さらには新しいアイデアを産み出すこともできるようになると思うからである。この小論文はそれを目的として執筆した。

### 1. はじめに

国立競技場ほどの大きさの巨大なレーザー装置から出てくる光を、直径わずか数mmの燃料に集中することにより、星の内部にしか存在しない高温・高密度の状態が実現され核融合反応が引き起こされる。燃料ターゲットはプラスチックの球状のカプセルに重水素(D)と三重水素(T)が封入されたもので、これを極低温に冷却することによりカプセルの内壁には燃料の氷の層が形成され、中心の部分には飽和蒸気圧の燃料のガスが満たされる。レーザー光をこの燃料ターゲットに照射すると、その表面は熱せられて外側へ膨張し、その反作用により発生する1億気圧に達する高圧力で、燃料ターゲットを中心に向かって急激に圧縮する。この過程は爆縮と呼ばれる。燃料が中心で衝突する最大爆縮時では、もともと氷だった部分は数千倍の密度に圧縮されて「主燃料部」となり、ガスだった部分は球形衝撃波による加熱と主燃料の圧力仕事により1億度の高温に加熱され「高温点火部」となる。

author's e-mail: azechi@ile.osaka-u.ac.jp

高温点火部では頻りに核融合反応



が起き、多数のアルファ粒子が発生する。高温点火部はそのアルファ粒子によって加熱され、ますます核融合反応が促される。これを「核融合点火」とよぶ。高温点火部でひとたび核融合点火が起ると、その周りを取り囲む主燃料はアルファ粒子や電子の熱輸送で加熱され核融合反応を開始する。これが「核融合燃焼」とよばれる状態で、投入したレーザーエネルギーの100倍以上ものエネルギーが発生する (Fig. 1).

一度の燃焼では定常的なエネルギーとはならないので、「圧縮→点火→燃焼」という一連のサイクルを1秒間に数回

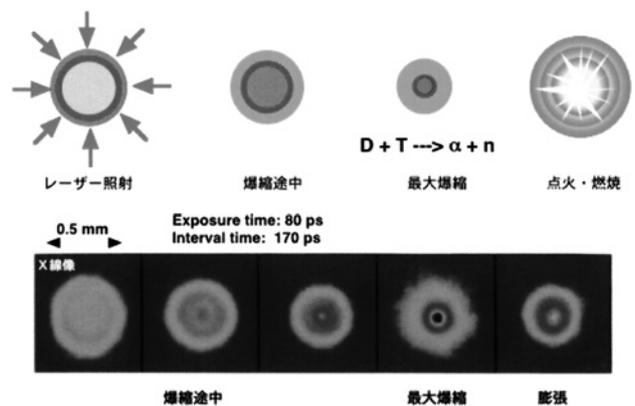


Fig. 1 レーザー核融合の原理.

繰り返し、発生したエネルギーを炉の壁に沿うように配置した液体金属の化合物 (Li<sub>27</sub>Pb<sub>73</sub>等) に吸収させて、高温となった液体金属化合物で水を加熱し、発電機のタービンを回す。

発電した電力の一部  $\eta_{\text{recycle}}$  を使ってレーザーを駆動し、その電力の内  $\eta_{\text{laser}}$  がレーザーに変換される。レーザーエネルギーの  $G$  倍の核融合エネルギーが生まれ、そのエネルギーの内  $\eta_{\text{conv}}$  の割合が電力に変換されるとすると、発電システム外部に電力を供給するためには、これら全部の積が1以上であることが必要である。すなわち

$$\eta_{\text{recycle}}\eta_{\text{laser}}G\eta_{\text{conv}} > 1. \quad (2)$$

である。典型的な効率として、 $\eta_{\text{recycle}} = 25\%$ 、 $\eta_{\text{laser}} = 10\%$ 、 $\eta_{\text{conv}} = 40\%$ とすると核融合炉に必要なエネルギー利得は  $G > 100$  となる。

## 2. 高密度圧縮の必要性

このような高いエネルギー利得はいかに生み出されるのか。1 g の DT 燃料が生成し得る核融合エネルギーは、DT 反応の  $Q$  値を DT 対の質量で除したもので、すなわち  $17.6 \text{ MeV}/2m_{\text{DT}} = 337 \text{ GJ/g}$  である。ここで  $m_{\text{DT}}$  は重水素、三重水素核の平均質量で 2.5 倍の陽子質量、分母の係数 2 は、2つの粒子が反応してエネルギーを発生することからきている。質量  $M$  の燃料が反応を起こすとすると、投入するレーザーのエネルギー  $E_{\text{laser}}$  に対するエネルギー利得は

$$G = \frac{337 \text{ GJ/g } \Phi M}{E_{\text{laser}}}, \quad (3)$$

である。ここで  $\Phi$  は、燃料粒子の総数  $N_0$  の内、燃焼した粒子数の割合である。時刻  $t$  までの反応の数を  $N_{\text{fusion}}(t)$  とすると、定義より  $\Phi = 2N_{\text{fusion}}(t = \infty)/N_0$  である。単位時間に起きる核反応の数は、

$$\frac{dN_{\text{fusion}}(t)}{dt} = n_{\text{D}}(t)n_{\text{T}}(t)\langle\sigma v\rangle V(t). \quad (4)$$

ここで  $\langle\sigma v\rangle$  は単位密度単位時間の反応数、 $n_{\text{D}}(t)$ 、 $n_{\text{T}}(t)$  はそれぞれ重水素、三重水素の数密度、 $V(t)$  は燃料の体積である。核反応により燃料の粒子数が減少することを無視すれば

$$n_{\text{D}} = n_{\text{T}} = n_0/2, \quad (5)$$

である。簡単のため、一様な温度と密度  $n_0$  を持った半径  $R_0$  の球状の燃料を考える。流体力学によればこのような孤立した流体は、希薄波を伴って膨張する。希薄波の波頭は球の表面から中心に向かって音速  $C_s$  で伝播する。希薄波が伝播して膨張した領域では温度密度が急激に低下し、核融合反応には実質的に寄与することはないので、実効的な燃料の体積の初期体積に対する割合は

$$V(t)/V_0 = (1 - C_s t/R_0)^3, \quad (6)$$

となる。(6)式を希薄波の波頭が中心に達するまでの時間、 $\tau = R_0/C_s$ 、まで時間積分すると、

$$N_{\text{fusion}}(\tau) = \frac{n_0^2}{4}\langle\sigma v\rangle V_0 R_0/4C_s, \quad (7)$$

を得る[1]。よって実効的な持続時間は体積の減少のために1/4に減少することになる。(5)式を(4)式に代入し、(7)式を考慮して時間積分を行うと、

$$\Phi = \rho R/B, \quad (8)$$

を得る。ここで、数密度を質量密度  $\rho = m_{\text{DT}}n_0$  で置き換え、また係数  $B (= 8m_{\text{DT}}C_s/\langle\sigma v\rangle)$  は Fig. 2 に示すような温度だけの関数である。 $B$  は核温度の上昇にともなって低下し、さらに温度が上昇すると再び増大する。結局最大の核反応率となる付近の温度 30–50 keV では最小値  $B_{\text{min}} \approx 8$  となる。

この解析では燃料の密度が時間的に一定としていたが、炉心プラズマのように燃焼率が大きい場合には、反応とともに燃料粒子が消滅して密度が減少する効果を考えに入れる必要がある。簡単のため、今度は燃料体積の減少を無視すると、(4)式の  $V(t)$  を  $V_0$  で置き換え、反応数を反応密度  $n(t) = N_{\text{fusion}}(t)/V_0$  と書き換えると

$$\frac{dn(t)}{dt} = n_{\text{D}}(t)n_{\text{T}}(t)\langle\sigma v\rangle, \quad (9)$$

である。これに

$$n_{\text{D}}(t) = n_{\text{T}}(t) = n_0/2 - n(t), \quad (10)$$

を代入し、密度を時間変化する燃焼率を用いて  $\phi(t) = 2n(t)/n_0$  と書き換えると

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{n_0}{2}[1 - \phi(t)]^2\langle\sigma v\rangle, \quad (11)$$

である。この微分方程式は簡単に解けて

$$\frac{\Phi}{1 - \Phi} = \frac{n_0\tau_{\text{eff}}}{2}\langle\sigma v\rangle, \quad (12)$$

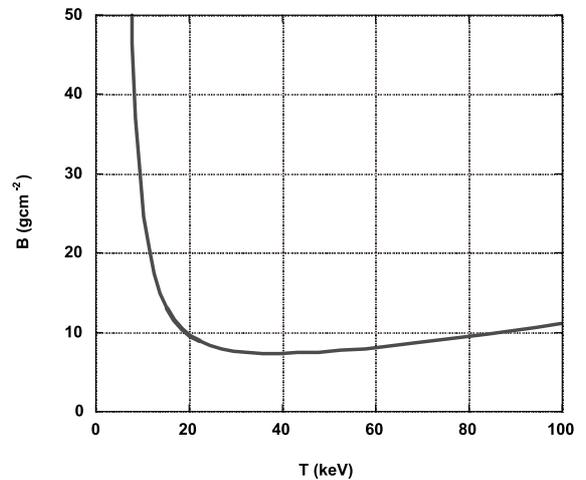


Fig. 2 係数  $B$  の温度依存性。燃焼率  $\phi$  は燃料の単位面積の質量を  $\rho R$  とすると  $\Phi = \rho R/(\rho R + B)$  である。

を得る。ここで  $\Phi$  は燃焼が終了した時点での燃焼率、すなわち  $\Phi = \phi(t = \tau_{\text{eff}})$  である。実効的な持続時間  $\tau_{\text{eff}}$  は、(7) 式の議論から

$$\tau_{\text{eff}} = R_0/4C_s, \quad (13)$$

とすることが妥当であろう。(12)式を  $\Phi$  について書き直すと、結局

$$\Phi = \rho R / (\rho R + B_{\text{min}}), \quad (14)$$

を得る。この標式の妥当性は、初期に一樣な密度、温度をもった燃料の計算機シミュレーションにより、確かめられた[2]。Fig. 3 に燃焼率と燃料  $\rho R$  の関係を示す。これより燃料の相当な割合、例えば 3 割程度を燃焼させるためには、燃料の半径と密度の積は  $3 \text{ g/cm}^2$  程度以上必要であることがわかる。

この  $\rho R$  値を得るのに必要な燃料質量は

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho R^3 = \frac{4\pi}{3} \frac{(\rho R)^3}{\rho^2}, \quad (15)$$

となり、 $1/\rho^2$  に比例する。もし燃料の圧縮を行わず、燃料の密度が固体密度 ( $0.21 \text{ g/cc}$ ) のままであったとすると、 $\rho R = 3 \text{ g/cm}^2$  を得るのに必要な燃料の質量は  $2.5 \text{ kg}$  にもなる。このような大きな燃料から生ずる核融合エネルギーは (3) 式の分子から、 $300 \text{ TJ}$  もの莫大なエネルギーになり、とても核融合炉の中に保持できる大きさではない。しかし、燃料を例えば固体密度の  $1,000$  倍に圧縮できれば、 $\rho R = 3 \text{ g/cm}^2$  を得るのに必要な燃料の質量は  $6$  桁減少して、わずか  $2.5 \text{ mg}$  ですむことになる。核融合エネルギーも  $300 \text{ MJ}$  となり、これを  $1$  秒に  $10$  回繰り返せば、熱出力  $300$  万  $\text{kW}$  の核融合炉となる。

次にエネルギー利得の分母であるレーザーエネルギーを概算する。爆縮と加熱とを分け、まず爆縮に必要なエネルギーを考える。日常の経験からも明らかなように高温の物質を圧縮するには大きなエネルギーを必要とするので、最小のエネルギーで圧縮するためには圧縮される物質の温度

を低く保たなければならない。低温の極限はフェルミ縮退状態である。この状態のプラズマの持つ単位質量あたりの内部エネルギー  $H_c$  は、電子一個の平均運動エネルギーをイオンの質量で割ったものである。一電子のフェルミエネルギーを  $\varepsilon_F = [(1/8)(3/\pi)^{2/3} h^2 n_e^{2/3} / m_e]$  とすると、平均運動エネルギーは  $3\varepsilon_F/5$  であるから、

$$\begin{aligned} H_c &= \frac{3\varepsilon_F/5}{m_{\text{DT}}} a_F = 3.24 \times 10^{12} \rho^{2/3} a_F \text{ erg/g} \\ &= 11 a_F \text{ MJ/g} @ \rho = 200 \text{ g/cm}^3, \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで新しく現れた係数  $a_F$  は、完全縮退からのずれを示すパラメータである。高いエネルギー利得を得るためには、通常  $a_F \approx 3$  程度に抑えることが要求される。したがって  $2.5 \text{ mg}$  の燃料を  $200 \text{ g/cm}^3$  に圧縮したときの内部エネルギーは

$$11 \times 3 \text{ MJ/g} \times 2.5 \text{ mg} \approx 80 \text{ kJ}$$

程度となる。レーザーからプラズマの内部エネルギーへの効率  $\eta_c$  は、後にのべるように  $10\%$  程度であるので、爆縮に必要なレーザーエネルギーは  $E_c \approx 80 \text{ kJ} / 10\% \approx 800 \text{ kJ}$  となる。

### 3. 高温点火部の必要性

次に加熱に必要なエネルギーを考える。核融合点火を起こすためには、アルファ粒子による自己加熱が、放射・熱伝導・膨張による損失を補うだけ十分大きくなる必要がある。単位体積、単位時間の自己加熱のエネルギー  $P_a$  は、

$$P_a = n_D n_T \langle \sigma v \rangle E_a = 8.04 \times 10^{40} \rho^2 \langle \sigma v \rangle \text{ erg/s cm}^3, \quad (17)$$

ここで  $E_a (= 3.5 \text{ MeV})$  はアルファ粒子のエネルギーである。次に制動放射のパワー  $P_R$  は[3]

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{32\pi}{3} g \left( \frac{2\pi T}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{Z^2 e^6}{m_e c^3 h} n_e n_i \\ &= 3.05 \times 10^{23} Z^2 \rho^2 T_{\text{keV}}^{1/2} \text{ erg/s cm}^3, \end{aligned} \quad (18)$$

ここで  $g \approx 2\sqrt{3}/\pi$  は量子力学に基づくガウント係数[4]、 $T_{\text{keV}}$  は  $\text{keV}$  単位で測った温度、 $Z$  はイオンの電荷数で、点火部としては純粋な DT 燃料を想定するので  $Z = 1$  である。

核反応も制動放射も、素過程が 2 体衝突であることから、その大きさは密度の 2 乗に比例する。このため自己加熱と放射損失の比較においては、密度依存性がなくなる。Fig. 4 は、 $P_a/\rho^2$  と  $P_R/\rho^2$  を温度の関数として示したものである。これから損失として放射損失のみを考えた場合、点火に必要な温度は  $T > 4.3 \text{ keV}$  となる。熱伝導・膨張損失は密度・温度依存性が異なるのでこのような簡単な関係は存在しないが、通常これらを含めて

$$T > 5 - 10 \text{ keV}, \quad (19)$$

とすることが多い。点火条件については 5 節でもう少し詳しく議論する。

燃料全体をこの温度に加熱したときに得られるエネルギー

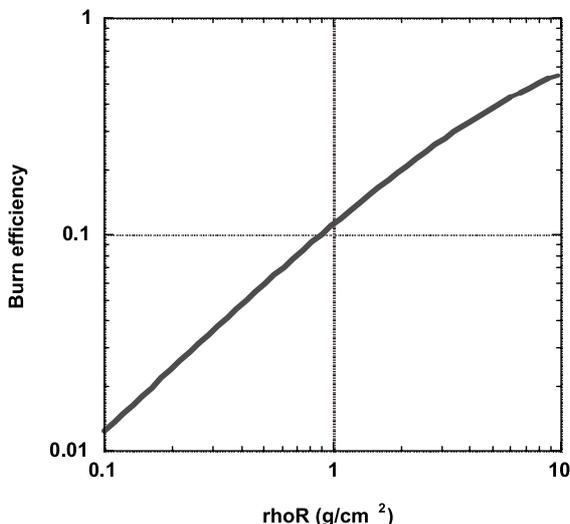


Fig. 3 燃焼効率 対 密度×半径積  $\rho R$

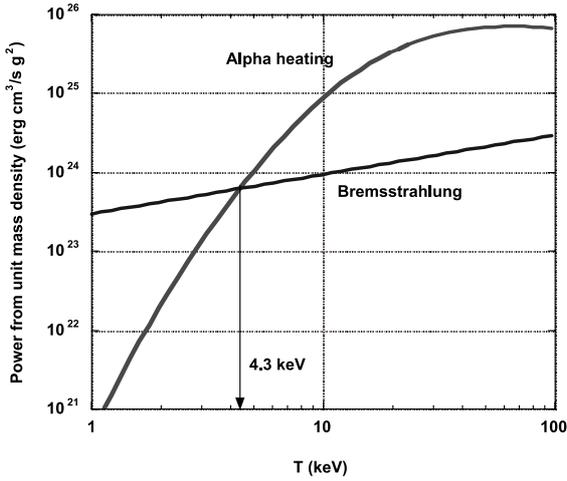


Fig. 4 理想点火温度.

ギー利得を求めよう. 単位質量の熱エネルギー  $H_h$  は,

$$H_h = 2 \cdot \frac{3}{2} T / m_{DT} = 115 \cdot T_{\text{keV}} \text{ MJ/g}, \quad (20)$$

ここで係数2は電子とイオンが同一の温度であることを想定していることによる. 加熱に必要なレーザーエネルギーは, これを加熱の効率  $\eta_H$  で除したものである. これを(3)式に代入すると, エネルギー利得は

$$Q = \frac{337 \text{ GJ/g}}{115 T_{\text{keV}} \text{ MJ/g}} \phi \eta_H, \quad (21)$$

ただし爆縮に必要なエネルギーは無視した. ところが燃焼率を  $\phi \approx 0.3$ , 加熱効率を  $\eta_H \approx 0.1$ , 温度を  $T = 10 \text{ keV}$  とすると,  $G = 10$  にしかならず, これでは発電炉は成立しない.

この問題を解決するのが高温点火部の形成である. 点火・燃焼を起こすには燃料全体を加熱する必要はなく, その一部だけを加熱し点火させれば十分である. ではどれだけの部分を加熱する必要があるのだろうか. アルファ粒子加熱が有効に起きるためには, アルファ粒子の飛程と等しい領域を加熱する必要がある. アルファ粒子の飛程は  $10 \text{ keV}$  の温度で  $0.5 \text{ g/cm}^2$  程度なので, この飛程と等しい質量密度  $\times$  半径積をもったプラズマの質量は, 全体の燃料の  $[0.5(\text{g/cm}^2) / 3(\text{g/cm}^2)]^3 = 0.5\%$  程度となる. このような微少な燃料を,  $10 \text{ keV}$  の温度に加熱するのに必要なエネルギーは, (20)式から

$$115 \text{ MJ/g keV} \times 10 \text{ keV} \times (2.5 \times 0.5\%) \text{ mg} = 15 \text{ kJ}$$

程度となる. 実験的に発見された加熱効率は20%程度であるから[5], 加熱に必要なレーザーエネルギーは  $15 \text{ kJ} / 10\% \approx 150 \text{ kJ}$  となる.

先に評価した爆縮に必要なエネルギー  $800 \text{ kJ}$  と合わせて, 燃料に投入される全レーザーエネルギーは  $150 + 800 \text{ kJ} \approx 1 \text{ MJ}$ , エネルギー利得は

$$300 \text{ MJ} / 1 \text{ MJ} = 300$$

となる. これからエネルギー利得100以上が MJ 級のレー

ザーにより可能であることがわかる.

#### 4. 高速点火によるエネルギー利得モデル

密度の等しい主燃料と高温点火部を考え, エネルギー利得を計算することにしよう. 燃料全体の質量  $M$  は(15)式で与えられ, その内部エネルギーは

$$E_c = H_c M, \quad (22)$$

である. 燃料の一部が加熱されてできる高温点火部を球で近似すると, その質量  $M_h$  は

$$M_h = \frac{4\pi}{3} \frac{(\rho R_h)^3}{\rho^2}, \quad (23)$$

で与えられ, その熱エネルギーは

$$E_h = H_h M_h. \quad (24)$$

これらを形成するのに必要なレーザーエネルギーは, それぞれの効率で除して

$$E_{\text{laser}} = E_c / \eta_c + E_h / \eta_h, \quad (25)$$

である. 燃焼率の(14)式, 燃料質量の(15)式, レーザーエネルギーの(25)式を(3)式に代入して, エネルギー利得を得る. 燃料密度を  $\rho = 300 \text{ g/cc}$  とし, 高温点火部の質量密度  $\times$  半径積と温度を点火条件である  $\rho R_h = 0.5 \text{ g/cm}^2$ ,  $T_h = 20 \text{ keV}$  としたときのエネルギー利得を, Fig. 5 に示す. レーザーエネルギー  $100 \text{ kJ}$  程度で点火が起き, レーザーエネルギーとともにエネルギー利得が増大し,  $1 \text{ MJ}$  のエネルギー入力でエネルギー利得200程度が得られることがわかる.

この図には, 一様な密度の燃料球の一部にエネルギーを付与した2次元シミュレーションの結果も同時に示した[6]. およその傾向は一致していると言える.

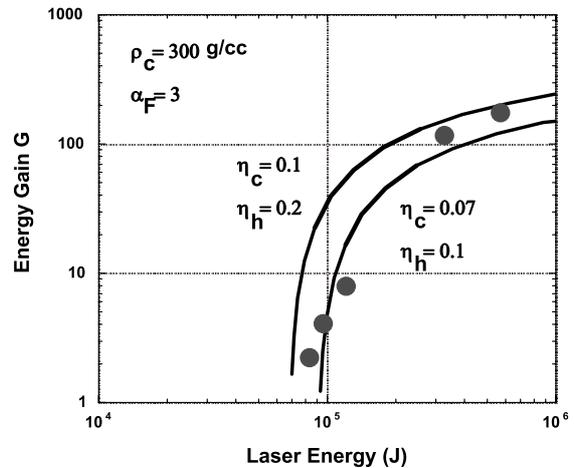


Fig. 5 核融合エネルギー利得のレーザーエネルギー依存性. 2つの曲線は  $\rho R_h = 0.5 \text{ g/cm}^2$ ,  $T_h = 20 \text{ keV}$ ,  $\rho = 300 \text{ g/cc}$ ,  $\alpha_F = 3$  を固定し, 圧縮と加熱の効率をそれぞれ ( $\eta_c = 0.1$ ,  $\eta_h = 0.2$ ) と ( $\eta_c = 0.07$ ,  $\eta_h = 0.15$ ) として計算したものである. プロット点は, 2次元流体力学シミュレーションの結果で,  $\rho = 300 \text{ g/cc}$ ,  $\alpha_F = 3$ ,  $\eta_c = 0.1$ ,  $\eta_h = 0.2$  とした.

## 5. 点火条件

これまで、アドホックな点火条件を用いてきたが、ここでより正確な点火条件を求めることにする。なおこの節で用いる単位は、温度を keV 単位で表示するほかはすべて cgs 単位とする。高温点火部の単位体積あたりの熱エネルギーの増加割合は、外部からの加熱(単位体積, 単位時間)  $P_h$ , アルファ粒子加熱  $P_\alpha$ , と燃料の膨張による損失  $P_w$ , 熱伝導による損失  $P_e$ , 放射損失  $P_r$  とのエネルギーバランスで決まり,

$$2 \cdot \frac{3}{2} \frac{\rho(t)}{m_{DT}} \frac{dT(t)}{dt} = P_h(t) + P_\alpha(t) f_\alpha - [P_w(t) + P_e(t) + P_r(t)]. \quad (26)$$

ここで左辺の係数 2 は電子とイオンの寄与である。また  $f_\alpha$  はアルファ粒子のエネルギーが高温点火部に付与される割合で、簡単のため  $f_\alpha = 1$  と仮定した。

右辺の項の内、すでに求めたアルファ加熱と放射損失を再録すると

$$P_\alpha = A_\alpha \rho^2 \langle \sigma v \rangle, \quad A_\alpha = 8.04 \times 10^{40}, \quad (17)$$

$$P_r = A_r \rho^2 T^{2/2}, \quad A_r = 3.05 \times 10^{23}, \quad (18)$$

である。膨張損失について、圧力  $p$  の高温点火部の体積が  $dV$  だけ増大するとき、周りの主燃料に対してする仕事は  $dE = p dV$ 。単位体積, 単位時間の仕事は  $P_w = (p/V) dV/dt = p(S/V) v_{ex}$ , ここで  $v_{ex}$  は高温点火部の表面の膨張速度である。  $S/V = 3/R$  であるから,

$$P_w = \frac{3p v_{ex}}{R} = A_w \frac{\rho T v_{ex}}{R}, \quad A_w = 2.3 \times 10^{15}. \quad (27)$$

膨張速度は音速程度であり,  $v_{ex} = f_\gamma (2T/m_{DT})^{1/2}$ .  $f_\gamma$  は大きさが 1 程度の係数で、以下の解析では簡単のため  $f_\gamma = 1$  とした。(周りに主燃料がある場合には、高温点火部の膨張が主燃料部に強い衝撃波を駆動する。強い衝撃波の関係式から衝撃波背後の流体の速度は  $v_{ex}^2 = 2p_h/(\gamma-1)\rho_c$  となるので,  $f_\gamma = (3/4)^{1/2}$  である, ここで  $p_h$  は高温点火部の圧力,  $\rho_c$  は衝撃波前方の燃料の密度,  $\gamma = 5/3$  は比熱比である。)

熱伝導損失について、熱流束は  $q = \kappa T$ , ここで  $\kappa = 9.5 \times 10^{19} T_{keV}^{5/2} \ln \Lambda$  [erg/(s cm keV<sup>5/2</sup>)] はプラズマ中の熱伝導係数である。クーロン対数は、固体密度の 1,000 倍, 10 keV のプラズマでは  $\ln \Lambda \approx 4$  である。熱流束を決める温度分布を求めるために、熱伝導以外の損失と加熱はすべて体積全体にわたってのものであることに注目する。体積加熱が熱伝導損失と平衡していると考え、  $4\pi R^2 q = (4\pi/3) R^3 (P_h + P_\alpha - P_w - P_r)$  であるから  $T^{5/2} \nabla T = \text{const} \times R$  と書ける。これを積分して温度分布  $T = T_0 [1 - (R/R_0)^2]^{2/7}$  を得、直ちに  $R = R_0$  での温度勾配  $\nabla T = (4/7) T_0/R_0$  を得る [7]。ここで  $T_0$  は高温点火部中心の温度,  $R_0$  は高温点火部の半径である。これより

$$P_e = \frac{\kappa \nabla T S}{V} \approx A_e \frac{T^{7/2}}{R^2}, \quad A_e = 4.1 \times 10^{19}. \quad (28)$$

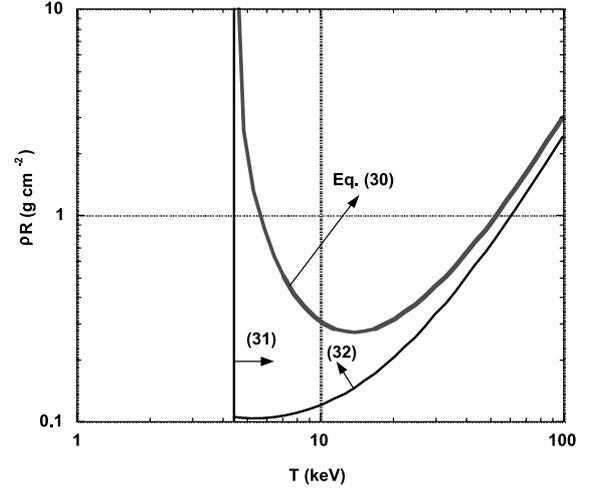


Fig. 6 点火温度対 燃料密度×半径積。

ただし  $T$  と  $R$  の添え字は落とした。

点火とは加熱パワーが無くても、自己加熱により温度が上昇することであるから、(26)式で  $P_h = 0$ ,  $dT/dt > 0$  において

$$P_\alpha > P_w + P_e + P_r.$$

である。両辺に  $R^2$  を掛けて整理すると  $\rho R$  に関する二次不等式となり、

$$(A_\alpha \langle \sigma v \rangle - A_r \sqrt{T})(\rho R)^2 - A_w v T \cdot \rho R - A_e T^{7/2} > 0. \quad (30)$$

これを  $\rho R - T$  上に描いたものが Fig. 6 の点火領域である。温度が低い領域では、3つの損失の内、温度依存性の低い放射損失が支配的になるので、(30)式で第2項と第3項を無視すると、

$$A_\alpha \langle \sigma v \rangle - A_r \sqrt{T} > 0, \quad (31)$$

となり、3節で求めた  $T > 4.3$  keV を再現する。温度が高い領域では温度依存性が高い熱伝導損失が支配的となるので、(30)式の第2項と第1項の括弧の中の第2項を無視して、

$$\rho R > \sqrt{\frac{A_e T^{7/2}}{A_\alpha \langle \sigma v \rangle}}, \quad (32)$$

を得る。これは Fig. 6 の高温領域での曲線に対応する。

## 6. 爆縮の成立条件

簡単な考察から、レーザーとターゲットの条件を求めよう。

### A. 爆縮速度による制限

爆縮の過程では、レーザーエネルギーはまずプラズマの熱エネルギーに変換され、圧力を発生し(物質が剥がれることにより発生することからアブレーション圧力と呼ぶ)、爆縮する燃料球殻の運動エネルギーとなる。この運動エネルギーは、燃料が中心で衝突したときに、燃料の内部エネルギーに再変換される。単位質量あたりの運動エネルギー  $v_{imp}^2/2$  を、単位質量の圧縮に必要なエネルギーである(16)式に等しいとおくことにより、ある密度までの圧縮を行う

のに必要な速度 (爆縮速度) を得る. 固体密度の 1,000 培の圧縮を行うために必要な爆縮速度は,  $\alpha_F \approx 4$  として,

$$v_{\text{imp}} > 3 \times 10^7 \text{ cm/s}, \quad (33)$$

である.

単位面積あたりの質量  $m = \rho_0 \Delta R_0$  をもつ燃料の表面に, アブレーション圧力  $P$  が加わることにより, 初期半径  $R_0$  から半径  $R$  まで収縮したときの速度を求める. 簡単には球を平面で近似し, 時間  $\tau$  の間にその平面が初期半径の半分だけ移動したと考えると

$$P\tau^2/2\rho_0\Delta R_0 = R_0/2. \quad (34)$$

これから  $\tau$  を逆算して速度を求めると

$$v_{\text{imp}}^2 = (P\tau/\rho_0\Delta R_0)^2 = R_0P/\rho_0\Delta R_0. \quad (35)$$

より正確には球収縮の効果を考慮しなければならない. 球殻が得る運動エネルギーは圧力仕事  $P\Delta V$  に等しいことと, 球が収縮したときの体積の変化が  $\Delta V = (4\pi/3)(R_0^3 - R^3)$  であることから

$$v_{\text{imp}}^2 = \frac{2}{3} \frac{R_0}{\Delta R_0} \frac{P}{\rho_0} \left[ 1 - \left( \frac{R}{R_0} \right)^3 \right] = \frac{7}{12} \frac{R_0}{\Delta R_0} \frac{P}{\rho_0} @ \frac{R}{R_0} = \frac{1}{2}, \quad (36)$$

を得る. 実際には半径が小さくなると球殻の流体素子同士の圧力 (フープ力) がアブレーション圧力を上回り, 加速されなくなる. そこで球殻の半径が初期半径の半分までは加速されると仮定して, ( $R/R_0 = 1/2$  として) 求めたものが (36) 式の右辺の第 2 式である. これからある爆縮速度を得るのに必要なアブレーション圧力と半径対厚さの比  $R_0/\Delta R_0$  (初期アスペクト比) の関係を得る. 燃料ターゲットの密度として液体 DT の値を使うと, (33) 式の数値を得るためには

$$(R_0/\Delta R_0)P > 330 \text{ Mbar}, \quad (37)$$

が必要となる. 例えば初期アスペクト比が 3 程度の燃料を爆縮するためには, アブレーション圧力として  $P = 100$  Mbar が必要である. 逆に初期アスペクト比を 30 にすることができれば,  $P = 10$  Mbar で良いことになる. 適切な圧力とアスペクト比を決める機構については, 以下の節で順次述べていく.

### B. レイリー・テイラー不安定性による制限

あまりにも球殻の厚さが薄いとレイリー・テイラー不安定性と呼ばれる流体不安定によって, 球殻が破断してしまう. この不安定性による擾乱の成長の大きさの特徴づけるパラメータとして, 爆縮途中の半径と球殻の厚さの比である「飛行中のアスペクト比」 $A_{\text{inf}}$  が使われている. 燃料の球殻が爆縮途中で破断しないためには通常  $A_{\text{inf}} < 50$  とすることが必要であると言われている. この値の由って来たる理由は付録で述べる.

飛行中のアスペクト比は, 球殻の厚さが密度上昇により減少する [ $\Delta R = (\rho_0/\rho)\Delta R_0$ ] を考慮すると,

$$A_{\text{inf}} = (\rho/\rho_0)A_0/2 \quad (38)$$

となる, ここで係数  $1/2$  は燃料の半径が初期半径の半分になったところで評価していることによる. 爆縮途中の密度  $\rho$  は, その密度で決まるフェルミ圧力と熱圧力がアブレーション圧力と平衡しているはずであるから,

$$P = \frac{2}{5}\epsilon_F n_e \alpha_F = 10\alpha_F (Z\rho/A)^{5/3} \text{ Mbar}. \quad (39)$$

ここでは, ターゲットとして DT 以外の材料を使用する可能性を考えて, イオンの電荷数  $Z$  と質量数  $A$  を陽に示してある. (38) 式を (39) 式に代入し, 飛行中のアスペクト比の許容される最大値を  $A_{\text{inf}}^{\text{max}}$  とすると,

$$P < 10\alpha_F \left( \frac{2A_{\text{inf}}^{\text{max}}\rho_0 Z}{A_0 A} \right)^{5/3} \text{ Mbar} \quad (40)$$

を得る. 飛行中のアスペクト比がある値以下としなければならないことから, 圧力の最大値に制限が加わることになる.

### C. レーザープラズマ相互作用による制限

レーザーの電場で振られる電子の振動速度が, 熱速度に比べて無視できなくなると, レーザー波とプラズマ波が結合しはじめ, 励起されたプラズマ波は, その電気ポテンシャルで高速電子を発生させる. 高速電子は燃料をあらかじめ加熱して高密度圧縮を妨げるので, このようなレーザープラズマ相互作用は, できるだけ起きないようにレーザー強度で爆縮を行う必要がある.

電子の振動速度  $v_{\text{os}} = eE/m_e\omega$  は, レーザー強度 (エネルギー流束密度)  $I = (E^2/8\pi)c$  を用いて

$$v_{\text{os}} = 2.7 \times 10^8 (I_{14}\lambda_{\mu\text{m}}^2)^{1/2} \text{ cm/s}, \quad (41)$$

と表される. ここで  $e$  と  $m_e$  はそれぞれ電子の電荷と質量,  $E$  と  $\omega$  はレーザーの電場と角振動数.  $I_{14}$  は  $10^{14}$  W/cm<sup>2</sup> 単位で測ったレーザー強度,  $\lambda_{\mu\text{m}}$  は  $1.05 \mu\text{m}$  単位で測ったレーザーの波長である (この波長は Nd ガラスレーザーの典型的な値). これに対し, 電子温度  $T_e$  の電子の熱速度は

$$v_e = (3T_e/m_e)^{1/2} = 2.3 \times 10^9 T_{\text{keV}}^{1/2} \text{ cm/s}, \quad (42)$$

である. ここで  $T_{\text{keV}}$  は keV 単位で測った電子温度である. ひとつの目安として  $v_{\text{os}}/v_e < 0.1$  が必要であるとすると

$$I\lambda^2 < 10^{14} \mu\text{m}^2\text{W}/\text{cm}^2, \quad (43)$$

が条件となる.

次にこの条件下で発生するアブレーション圧力の上限を求める. 吸収されたレーザーエネルギー流束密度は電子のエネルギー流束密度に変換される. レーザープラズマでは温度勾配が非常に大きいので, 電子の熱流束は温度勾配で決まる値より小さく, 電子が自由に流れるフリーストリーム限界で定まる. 電子の密度を  $n_e$  とし, 係数  $f$  を熱流束を制限する係数として

$$I = fn_e m_e v_e^3 \quad (44)$$

と書ける。ただしここでは一次元の熱の流れを考えているので、電子の熱速度は  $v_e = (T_e/m_e)^{1/2}$  である(またアブレーションしたプラズマを保持するために、低密度側へ流れるエネルギーが必要となるので、 $f_{nc}m_e v_e^3 = (3/4)I$  とすべきであるが[8]、簡単のため  $3/4$  の係数を無視した)。レーザー光の吸収は臨界密度近傍で最大となるので、電子密度として臨界密度

$$n_c = \frac{m_e}{4\pi q^2} \omega^2 = \frac{1.0 \times 10^{21}}{\lambda_{\mu\text{m}}^2} \text{ cm}^{-3}, \quad (45)$$

を採った。これより直ちに電子温度は

$$T_e = \left( \frac{I}{f_{nc}} m_e^{1/2} \right)^{2/3} = 2.81 (I_{14} \lambda_{\mu\text{m}}^2 / f_{0.1}) \text{ keV}. \quad (46)$$

ここで  $f_{0.1}$  は 0.1 単位で測った熱流束制限係数である。この値は実験と理論との比較により決められており、 $f = 0.03 - 0.1$  が適切であり、最も確からしい値は  $0.08 \pm 0.02$  と考えられている[9]。温度が決まれば音速が決まる。

$$C_s = \sqrt{\frac{(1+Z)T_e}{Am_p}} = 5.20 \times 10^7 \sqrt{\frac{1+Z}{A}} \left( \frac{I_{14} \lambda_{\mu\text{m}}}{f_{0.1}} \right)^{1/3} \text{ cm/s}. \quad (47)$$

ここで  $m_p$  は陽子の質量である。アブレーションは物理用語では「ゆるやかな燃焼波」[10]と呼ばれ、それが進行する前面は密度の高い面、後面は流体が音速でその系から噴出する面(チャップマン・ジュゲ点と呼ぶ)である。この面の密度を臨界密度に等しいと仮定すると[8]、その面を通過する質量流束密度(質量噴出率と呼ぶ)は、

$$\dot{m} = \rho_c C_s = 8.67 \times 10^4 \sqrt{\frac{1+Z}{Z}} \left( \frac{I_{14}}{f_{0.1} \lambda_{\mu\text{m}}^4} \right)^{1/3} \text{ gs}^{-1} \text{ cm}^{-2}. \quad (48)$$

ここで  $\rho_c$  は臨界密度(45)式を質量密度で書き直したもので、

$$\rho_c = (Am_p/Z) n_c = 1.67 (A/Z) / \lambda_{\mu\text{m}}^2 \text{ mg/cc}, \quad (49)$$

である。(47)(48)式より、発生することのできるアブレーション圧力は

$$P = 2\dot{m}C_s < 9.0 \frac{1+Z}{Z} \left[ \frac{(I_{14} \lambda_{\mu\text{m}}^2)_{\text{max}}}{f_{0.1}} \right]^{2/3} \frac{1}{\lambda_{\mu\text{m}}^2} \text{ Mbar}, \quad (50)$$

となる(右辺の係数2は、チャップマン・ジュゲ点では静圧と動圧が等しいことによる)。これよりレーザー波長  $1/3 \mu\text{m}$  のレーザーで発生させうるアブレーション圧力は、(43)式の条件のもとでは 160 Mbar (DT の場合  $Z=1$ ) あるいは 100 Mbar (プラスチックの場合  $Z=3.5$ ) となる。

#### D. 流体力学的効率の制限

ターゲットに与えられる運動エネルギーの、吸収エネルギーに対する割合を、流体力学的効率と呼ぶ。アブレーション(剥がれ)の量が初期の質量に比べて小さいと、ターゲットの速度が上がらず十分なエネルギーが与えられない。逆にアブレーションの量が多すぎれば速度は速くなっ

ても剥がれずに残った質量が小さくなり、十分なエネルギーが与えられない。残留した質量と初期質量の比に最適値があるはずである。これをロケットモデルと呼ばれる簡単なモデルで考えよう[11]。

ターゲットの一部を考え、その質量を  $M$ 、速度を  $V$  とし、ターゲットから外向きに噴出する速度をターゲット座標系からみて  $u_{\text{ex}}$  とする。この系の運動方程式は、

$$d(MV)/dt = -(u_{\text{ex}} - V) dM/dt, \quad (51)$$

である。ここで左辺はターゲットの運動量変化、右辺は噴出する物質の運動量変化である。右辺の負号は、ターゲット質量の減少が噴出する物質の質量の増加であることによる。この微分方程式を解いて、

$$V/u_{\text{ex}} = \ln(M_0/M), \quad (52)$$

を得る。ターゲットの運動エネルギーは

$$E_{\text{kin}} = M[u_{\text{ex}} \ln(M_0/M)]^2/2,$$

これを噴出する物質のエネルギー

$$E_{\text{ex}} = (M_0 - M) u_{\text{ex}}^2/2, \quad (53)$$

で割ることにより、ロケット効率

$$\eta_{\text{rocket}} = \frac{(M/M_0)(\ln M/M_0)^2}{1 - M/M_0},$$

を得る。これは Fig. 7 に示すように  $M/M_0 \approx 0.2$  で最大値  $\eta_{\text{rocket}} = 0.65$  となる。またこの図から、十分なロケット効率を得ようと思えば、 $0.05 < M/M_0 < 0.5$  程度でなければならないこともわかる。なお流体力学的効率は、噴出プラズマに熱エネルギーがあるために、ロケット効率の  $1/3$  から  $1/5$  に低下するが、最大値を与えるターゲットの質量比はほぼ同一である。なお噴出プラズマの熱エネルギーと球収縮効果を考えた解析は Ref.[12] に与えられている。

剥がれた質量  $\Delta M$  は質量噴出率を時間  $\tau$  まで積分したものであるから、

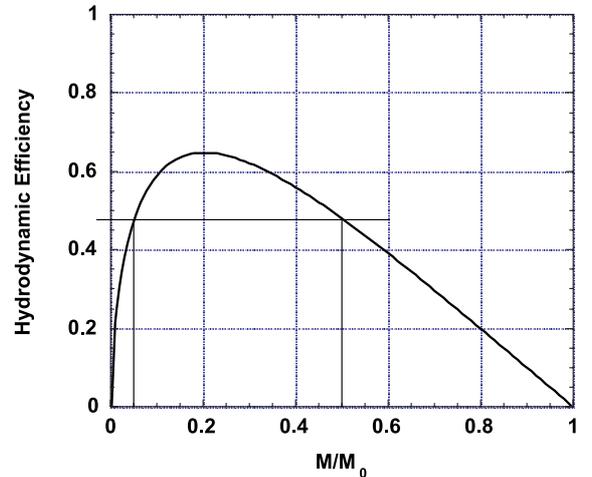


Fig. 7 流体力学的効率 対 残留質量の初期質量に対する比。

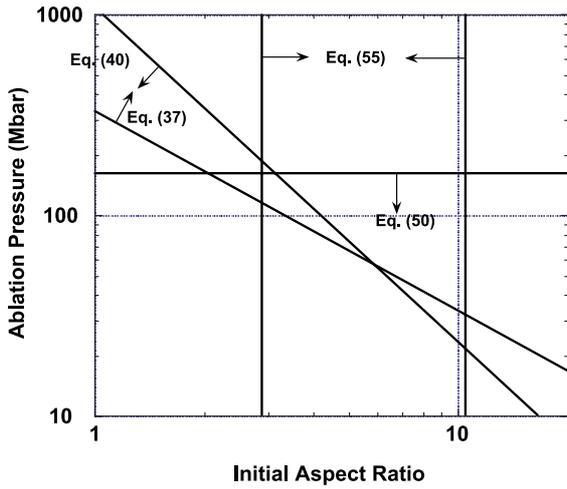


Fig. 8 レーザー核融合ターゲットの設計窓.

$$\frac{\Delta M}{M_0} = \frac{m\tau}{\rho_0 \Delta R_0} \tag{54}$$

$\tau$ として(34)式を逆算し、質量噴出率を(47)式で書き直すと、

$$0.05 < \frac{\Delta M}{M_0} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\rho_c}{\rho_0} A_0} < 0.5. \tag{55}$$

である。

これら4つの条件である(37)(40)(50)(55)式をFig. 8に示す。ここではすべてのターゲットがDT燃料できていたものとした。これより適切な設計領域は $A_0 = 3-5$ ,  $P = 80-150$  Mbarであることがわかる。

### 7. 爆縮の方式—直接照射と間接照射—

燃料を爆縮する方法には2つの方式がある。レーザー光をターゲットに照射する「直接照射」方式と、レーザー光をまず原子番号の高い物質からできたキャビティの内側に照射し、そこから発生する黒体放射X線を燃料カプセルに照射する「間接照射」方式の2つである。直接照射方式は、レーザーからカプセルへ伝達されるエネルギーの効率が高いが、レーザー光がターゲットを照射するときの一様性に劣る。「間接照射」方式の得失はその逆である。このため、米国等は間接照射方式によりまず点火・燃焼を実証し、実用化段階ではエネルギードライバーとして、エネルギー効率の高い重イオンビームを用いる、という開発戦略を採っている。しかしその後、数々の発明によりレーザー光の照射技術が格段に改善され、現在では非一様性が1%を下回るまでになり、直接照射方式の可能性が高くなった。

### 8. 点火の方式—中心点火, 高速点火, 衝撃点火—

核融合点火を起こす方法は3つある。その内で中心点火方式が最初に誕生し、したがって最もよく研究されてきた。この方式では、ターゲット中心に封入されている燃料ガス(および爆縮途中で球殻の内面が剥離して中心部に滞留した部分)が、主燃料が収縮するときの圧力仕事により加熱されて高温の点火部が形成される。このため主燃料と

高温点火部との間には圧力平衡が成立し、高温の点火部は周囲の主燃料部に比べて非常に密度が低くなる。よって燃料の構造は実質的には球殻となる。このような燃料を等温(isobaric)構造と呼ぶ。

他方、高速点火の特徴は爆縮と加熱の分離である。Fig. 9に示すように第一段階で燃料を高密度に爆縮し、第二段階で加熱用レーザーを高密度に圧縮された燃料の近傍に到着させて燃料を加熱し、点火・燃焼を起こす。高温点火部は、燃料が膨張し飛散する時間より短い時間で加熱されるため、その密度は主燃料部とほぼ同一である。よって燃料の構造は中心部にも燃料が詰まった中実構造となる。このような燃料を等密(isochoric)構造と呼ぶ。

中空構造と中実構造を比較するために、中空構造の球殻の厚さと中実構造の球の半径が等しい2種類の燃料を考えると、実効的な燃焼の持続時間が等しいのでエネルギー利得は同一であるが、中空構造の方が体積が大きくなり、このような燃料を形成するのに必要なエネルギーも大きくなる。さらに中心点火では、主燃料と高温点火部の界面の流体力学的不安定性に起因する乱流混合のため、高温点火部の半径を乱流混合層の厚み分だけ大きく取っておく必要がある。いっそう大きいエネルギーが必要になる。これが高速点火が中心点火に比べて、小さなエネルギーで点火・燃焼が可能となる理由である。

中心点火の正否は基本的には流体力学上の問題であるから、困難があるとはいえ予測性が高い。例えば小さい規模の実験結果から、流体力学的な相似則を用いて点火の可否を、高い精度で予測することが可能である。これに対し高速点火は、前人未踏の相対論的なプラズマ物理に基づいており、科学としての魅力が大きい反面、定量的な予測には困難が伴う。このため点火に必要なとされているレーザー強度における加熱効率を実験的に調べ、それを予測の基礎にするなどの実験的・経験的アプローチが有効であると思われる。

非常に最近になって「衝撃点火」と呼ばれる第3の点火

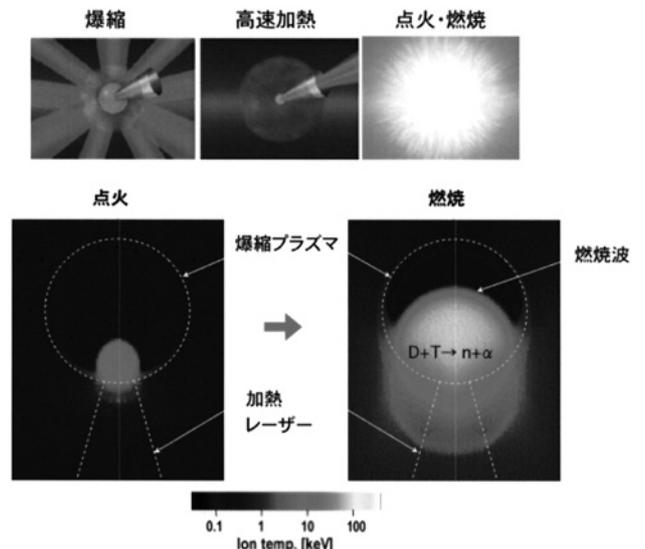


Fig. 9 高速点火の原理.

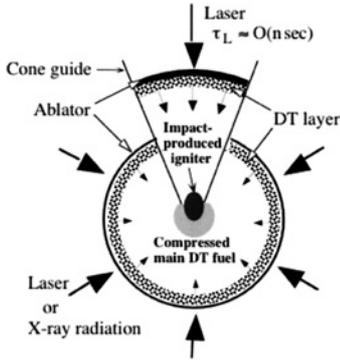


Fig. 10 衝撃点火の原理.

方式が提案された[13]. これは Fig. 10 に示すように、高速点火の加熱用レーザーの代わりにレーザーで超高速に加速された燃料を、予め爆縮した燃料に衝突させ、加熱するものである。衝撃点火は、中心点火と同様の予測性を持ちながら、爆縮と加熱を分離することにより大幅な小規模化を行うという、高速点火の特徴を実現できる可能性がある。

衝撃点火を起こすのに必要なレーザーエネルギーを概算しておこう。速度  $v_{\text{imp}}$  の流体の運動エネルギーが熱エネルギーに変換されて温度  $T$  になったとすると、単位質量のエネルギーは

$$v_{\text{imp}}^2/2 = (3/2)T/m_{\text{DT}}, \quad (56)$$

となる。  $T=10$  keV とおいて直ちに必要な速度  $v_{\text{imp}} = 10^8$  cm/s を得る。これは従来の中心点火や高速点火の爆縮に必要な速度  $v_{\text{imp}} = 3 \times 10^7$  cm/s の3倍である。

超高速 (1,000 km/s) の爆縮により高温の点火部のみを形成すると、従来の中心点火に比べて遙かに小さなレーザーエネルギーで点火に至る。かつては、この点火方式は

- ・主燃料がないので高い核融合利得にならない。
- ・レイリー・テイラー不安定性により爆縮速度が低く制限される。

という2つの理由により、その有効性が否定されていた。

しかし第一の理由は「衝撃点火」の提案により乗り越えられ、第二の理由も新たに発見されたレイリー・テイラー不安定性の抑制により、解決される可能性が現れた。衝撃点火の評価については、今後の研究の展開を待つべきであろう。

## 付録 飛行中のアスペクト比の上限

この不安定性により擾乱の振幅は時間  $t$  とともに指数関数的に増大する。指数部を  $\gamma$  と表したときの成長率  $\gamma$  は高部・ボドナーの式として知られており [14, 15],

$$\gamma = \sqrt{kg - \beta kv_a}. \quad (A1)$$

ここで  $k$  は擾乱の波数、 $g$  は加速度、 $v_a$  はアブレーションの前面 (最大密度の面) に乗った座標系から見た流れの速度である。係数  $\beta$  は、ターゲットの最大密度とレイリー・テイラー不安定性が最大となる密度の比と考えられ、ここでは流れの速度は  $\beta$  倍となる。この係数はエネルギー輸送の複雑な関数であるが、固体水素では  $\beta \approx 3$ 、ポリスチレン

等のプラスチックターゲットでは  $\beta \approx 1.7$  と予測されている [16].

時刻  $\tau$  での不安定成長の指数部  $\Gamma$  は、波数、重力、アブレーション速度が変化しなければ単に  $\Gamma = \gamma\tau$  である。  $g\tau^2 = R_0$ ,  $v_a\tau = \Delta R$ , と置き、波数をルジャンドルモード数で  $kR = l$  と書き換え、  $R/R_0 \approx 1/2$  の時点で評価すると、

$$\Gamma = \sqrt{2l - \beta l \Delta R/R}. \quad (A2)$$

指数部が最大となるモード数を  $l_{\text{max}}$ , その時の指数部  $\Gamma_{\text{max}}$  は

$$l_{\text{max}} = (A_{\text{inf}}/\beta)^2/2 = 2\Gamma_{\text{max}}^2, \quad (A3)$$

$$\Gamma_{\text{max}} = A_{\text{inf}}/2\beta, \quad (A4)$$

となる。

擾乱の成長が初期擾乱の1,000–10,000倍程度以下 ( $\Gamma_{\text{max}} < 7-9$ ) であれば、球殻が破断しないものと考えられると、  $A_{\text{inf}} < 42-54$  となる。ちなみにこのとき最大の成長を与えるモード数は100–160となる。なお (A1) 式の厳密な実験的検証は最近行われた [17].

## 参考文献

- [1] S. Atzeni and J. Myer-ter-Vehn, *The Physics of Inertial Fusion* (Clarendon Press, Oxford, 2004).
- [2] G.S. Fraley, E.J. Linnebur, R.J. Mason and R.L. Morse, *Phys. Fluids* **17**, 474 (1974).
- [3] Ya.B. Zel'dovich and Yu.P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* (Academic Press, New York, 1966).
- [4] J. Wesson, *Tokamaks 3rd ed.* (Clarendon, Oxford, 2003).
- [5] R. Kodama *et al.*, *Nature* **418**, 933 (2002).
- [6] T. Johzaki, in *Inertial Fusion Science and Applications 2003*, ed. B.A. Hammel *et al.* (American Nuclear Society, Illinois, 2004) p. 473.
- [7] John D. Lindl, *Inertial Confinement Fusion: The Quest for Ignition and Energy Gain Using Indirect Drive* (AIP-Press, New York, 1998).
- [8] W.M. Mannheimer, D.G. Colombant and J.H. Gardner, *Phys. Fluids* **25**, 1644 (1982).
- [9] あまりにも多くの論文があり、適切な参考論文を挙げるのがためらわれるが、D. Shvarts, in *Laser Plasma Interactions 3*, ed. M.B. Hooper (Scottish Universities Summer School in Physics & Institute of Physics Publishing, Edinburgh, 1986) などその1つである。
- [10] ランダウ・リフシッツ: 流体力学2 (東京図書, 東京, 1971) 14章.
- [11] R. Decoste *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1675 (1979).
- [12] M. Murakami and K. Nishihara, *Jpn. J. Appl. Phys.* **26**, 1132 (1987).
- [13] M. Murakami and H. Nagatomo, *Nud. Instrum. Methods* **A544**, 67 (2005).
- [14] S. E. Bodner, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 761 (1974).
- [15] H. Takabe, K. Mima, L. Montierth and R.L. Morse, *Phys. Fluids* **28**, 3676 (1985).
- [16] R. Betti, *Phys. Plasmas* **5**, 1446 (1998).
- [17] H. Azechi *et al.*, *Plasma Phys. Control. Fusion* **46**, B245 (2004).