J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.9 (2015) 597‐602

講座

MHD ダイナモ:流れによる磁場の自発的形成

MHD Dynamo: Spontaneous Generation of Magnetic Field by Flows

1．MHD ダイナモとは何か

1. What is MHD Dynamo?

陰山　聡
KAGEYAMA Akira
神戸大学　システム情報学研究科　計算科学専攻

（原稿受付：2015年 6 月26日）

Keywords:

MHD, MHD dynamo, magnetic field generation

1.1　はじめに

宇宙はプラズマで満たされているために大規模な電場は存在しない．たとえどこかに大規模な電場が生まれたとしても，電荷の移動によってそれはすぐに中性化されてしまうであろう．その点，磁場は異なる．この宇宙にはいたるところに大規模な磁場が存在しており，その大部分は天体が自分自身で作り出したものである．その磁場生成機構がMHD ダイナモである．「ダイナモ」とは「発電機」を意味するが，日本語で「MHD 発電」というと，ふつうは MHD 流体を使った発電方式（MHD power generator）を指す．電磁誘導による電流（あるいは磁場）の生成という点では基本的に同じものであるものの，MHD 発電では，人為的に構成された電気回路を通して流体外部に電流が流れるのに対し，MHD ダイナモでは自然発生する電流が流体中で閉じているという違いがある．

磁気流体力学（Magnetohydrodynamics，MHD）において磁場 $\boldsymbol{b}$ の時間発展は誘導方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{b}) + \eta \nabla^2 \boldsymbol{b} \qquad (1)$$

で決まる．ここで $\boldsymbol{v}$ は流れ場，$\eta = 1/\sigma\mu_0$ は磁気拡散率，σ は電気伝導度であり，ここでは η は空間的に一様とする．この式の右辺をみればわかるとおり，ある時刻 $t=0$ に磁場が存在しない（$\boldsymbol{b}=0$）ならば，その後の全ての時刻 $t>0$ で磁場はゼロのままである．つまり MHD では磁場が無から生じることはなく，「種」が増えていくだけである．

箱の中に $\eta=0$ の流体，つまり理想 MHD 流体と，磁場の「種」があるとしよう．その磁場は磁力線で描くと**図 1**（a）のようなリング状の閉じた形状をもっているものとする．この流体に外部から力をかけてかき混ぜると流れが生じる．理想 MHD では磁力線は流れに「凍り付く」ので（Alfvén の定理），かき混ぜた結果，このリング状磁力線は流れに応じて複雑な（だがトポロジー的には最初と同じ一本の閉じた）磁力線になる．**図 1**（b）をみれば，磁力線の密度，即ち磁束密度（＝磁場）は，このかき混ぜによって箱の内部の様々な場所で強くなっており，全磁気エネルギーは明らかに増大していることがみてとれる．

抵抗性 MHD 流体であっても，η の値が十分に小さけれ

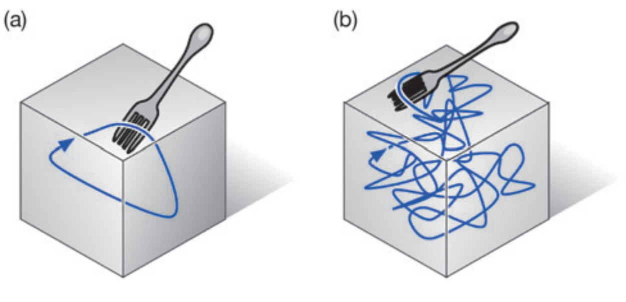

図 1　高い磁気レイノルズ数をもつ MHD 流体をかき混ぜれば磁場は一時的に増大する．これは MHD ダイナモであろうか？

Department of Computational Science, Graduate School of System Informatics, Kobe University, Kobe, 657-8501, Japan

author's e-mail: kage@port.kobe-u.ac.jp

ば，磁力線は流れにほぼ凍り付いているとみなせるから，上と同じようなプロセスを経て磁場のエネルギーが増大していくことは自然なことで，流れ $\boldsymbol{v}$ がある場合にはむしろ避けられないことのように思えてくるであろう．だが，MHD 流体をかき混ぜれば常に磁場が増える—つまりダイナモになる—と結論づけるのは早計である．

$\eta>0$ ならば磁場は拡散する［式(1)の右辺第2項］．最終的にこの拡散の効果が勝ち，磁場が消失してしまうならば，その系はダイナモではない．磁気拡散時間よりも長い時間，磁場を維持する機構が MHD ダイナモなのである．たとえば MHD シミュレーションを行っているときに，磁場のエネルギーがある時刻から急速に増大したことをもって「MHD ダイナモが起きた」と判断するのは危険である．それは一時的なもので，しばらく計算を続けると拡散によって磁場のエネルギーは減少し，最後には消失してしまうかもしれない．その減少の時間スケールは磁場の拡散時間なので，磁気レイノルズ数の高い（即ち η の小さい）系の MHD シミュレーションではこの最終的な磁場の減少に気づかない可能性がある．

磁場が成長すれば，磁場から流れ場へのローレンツ力（$\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{b}$）によるフィードバックが効き始めて，流れ場が磁場によって変えられるので，磁場の成長がどこかで止まるのは驚くことではないが，ここで指摘しているのは，ローレンツ力によるフィードバックをたとえ完全に無視したとしても，一時的に成長した磁場が最後には消失する可能性があるということである．磁場から流れ場へのフィードバックを無視し，特定の速度場 $\boldsymbol{v}$ の下で誘導方程式(1)に従う磁場が成長するかどうかをみるモデルをキネマティックダイナモモデルという．

キネマティックダイナモモデルでは，誘導方程式(1)が $\boldsymbol{b}$ の線形方程式である．$\boldsymbol{b}$ を何らかの直交関数系で展開しよう．$t\to\infty$ で $\boldsymbol{b}\to 0$ ということは，成長率が負の固有モードしか存在しないということを意味する．減衰する固有モードの線形和が一時的に増大することがあっても驚くにはあたらない．$f(t)=\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}$ は減衰関数の線形和であるが，一時的に増加する．

簡単な例で見てみよう．時刻 $t=0$ に次のような1次元的磁場

$$\boldsymbol{b}(t=0)=\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ f(x) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

があるとする．$f(x)$ は x の任意関数（デルタ関数とすれば一本の磁力線）である．**図2**左の y 方向の矢印がこの磁場の磁力線である．この磁場が，

$$\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}=v_0\begin{pmatrix} \sin y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

という流れ（**図2**の x 方向の点線矢印）によって，どう変形されるかを考える．

理想 MHD の場合，キネマティックダイナモモデルの解，

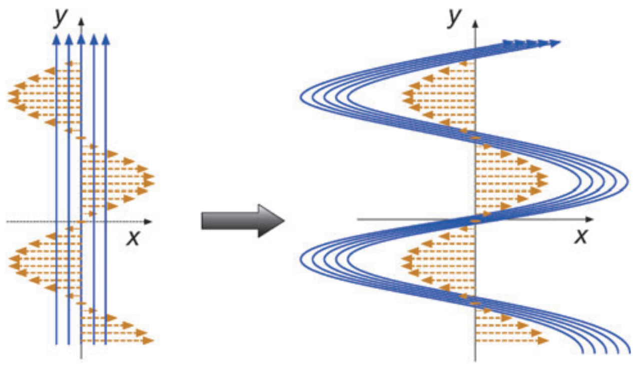

図2　Ω 効果．y 成分しかもたなかった磁場が速度シアにより x 成分をもつようになる．

即ち $\eta=0$ での式(1)の解は

$$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} v_0 t\ \cos y\, f(x-v_0 t\ \sin y) \\ f(x-v_0 t\ \sin y) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

である．磁場 $b_y=f$ を種として t に比例する b_x が生成されている．速度場が磁力線方向にシアをもつとき（つまり $(\boldsymbol{b}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}$ があるとき）元の磁場と垂直な成分の磁場が生まれることを Ω（オメガ）効果と呼ぶ．この例の場合，b_x が Ω 効果で作られた．$\boldsymbol{b}^2\propto t^2$ なので磁気エネルギーの増加率は t に比例する．

η が正であってもその値が十分に小さければ Ω 効果がはたらくが，長時間磁場を保つことはできない．上の例で $f=1$，即ち一様磁場から出発した場合を考えてみよう．式(4)の curl をとれば，電流の z 成分は

$$j_z=v_0 t\ \sin y/\mu_0 \tag{5}$$

である．したがって η が極めて小さい時，磁場が流れに凍り付いて［つまり式(4)にしたがって］いると仮定すれば，ジュール散逸 $\int \eta j^2 \mathrm{d}V$ は t^2 で増大するので，どれほど η が小さくてもいつかは Ω 効果による磁気エネルギーの増加率（$\propto t$）を上回るときが来る．

実際，$\eta>0$ の MHD 流体に対して，式(3)を含む一般的な流れ

$$\boldsymbol{v}=\begin{pmatrix} v_x(x,y,z,t) \\ v_y(x,y,z,t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

はダイナモではない（つまり十分長い時間が経てば必ず磁場は消失する）ということが以下のようにして証明できる．用いる仮定は $\boldsymbol{v}$ が非圧縮流であること，遠方で磁場がゼロになることの2点だけであり，初期磁場は任意の3次元形状をとってよい．この仮定の下，式(1)の z 成分は

$$\frac{\partial b_z}{\partial t}=-(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)b_z+\eta\nabla^2 b_z \tag{7}$$

となる．この両辺に b_z を掛けて得られる式

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{b_z^2}{2}\right)=-\nabla\cdot\left[\frac{b_z^2}{2}\boldsymbol{v}-\eta(b_z\nabla b_z)\right]-\eta(\nabla b_z)^2 \tag{8}$$

を空間積分すると，右辺第1項は仮定によりゼロになり，第2項は負なので $t\to\infty$ で $b_z\to 0$ である．十分大きい t では $b_z=0$ だから，それ以降の磁場はポテンシャル A を使って

$$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}\partial_y A\\ -\partial_x A\\ 0\end{pmatrix} \tag{9}$$

と書ける．A の時間発展は誘導方程式から

$$\frac{\partial A}{\partial t}=-(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)A+\eta\nabla^2 A \tag{10}$$

であるが，これは式(7)と同じだから，上と同様に $t\to\infty$ で $A\to 0$，即ち最後には磁場は消える．

式(6)の流れの下で，キネマティックダイナモの3次元計算機シミュレーションを行ったと想像しよう．つまりこの速度場 $\boldsymbol{v}$ を固定し，誘導方程式(1)の時間発展を解く．η は極めて小さくとったとする．初期条件として任意の形状で与えた磁場のエネルギーは Ω 効果によって当初は急速に（t^2 に比例して）増大するが，その後，磁気拡散時間程度の（つまりとても長い）時間，計算を続ければ，そのエネルギーは最終的には必ず消失する．

地球をはじめとする惑星磁場の多くは，双極子成分が卓越し，回転軸を中心とした軸対称性を近似的にはもっている．ところが，上と同様な議論を球座標系で行えば，誘導方程式(1)の帰結として「軸対称な磁場は最終的には消失する」ということが証明できる．これを Cowling のダイナモ定理という．ダイナモでは「ない」ということを意味するネガティブな定理なので，Cowlingの「反」ダイナモ定理ともよばれる．そこで使われる前提は，磁場が完全に軸対称であること，そして遠方でゼロ，つまり $r\to\infty$ で $|\boldsymbol{b}|=0$ ということだけである．

この「講座」の第2章で見るように，乱流があれば磁場の軸対称性は破られる．層流であっても，非軸対称な流れがあれば MHD ダイナモによって（非軸対称な）磁場が容易に生成されることが MHD シミュレーションからわかっている．（もちろん MHD シミュレーションにはキネマティックダイナモでは無視されていたローレンツ力による磁場から流れへのフィードバックもきちんととりこまれている．）Cowling の定理で仮定されている完全に軸対称な磁場というのはあまりにも非現実的で強すぎる仮定なのである．

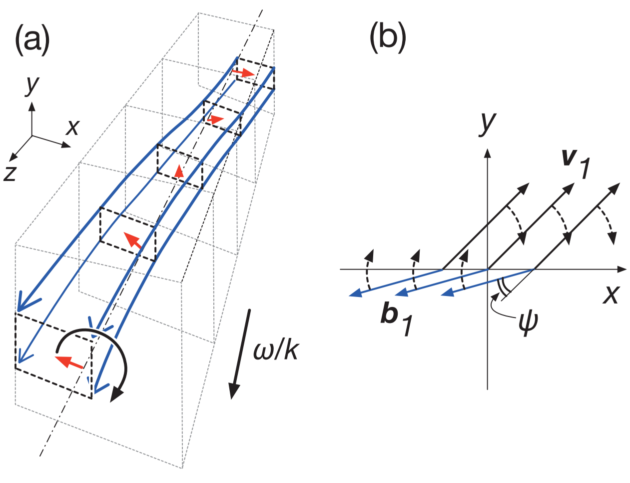

図3　(a)負のヘリシティをもつ1次元流れ $\boldsymbol{v}_1$ による螺旋形磁力線．(b) $z=$ const. 面上で見た流れ $\boldsymbol{v}_1$ とそれによって誘起された磁場 $\boldsymbol{b}_1$．どちらも x-y 平面上を時計方向に回転している．磁気拡散率 η のために $\boldsymbol{b}_1$ の位相が ψ だけずれ，そのために $+z$ 方向の起電力 $\mathcal{E}=\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{b}_1$ が生じる．

1.2　α 効果

MHD ダイナモでは流れのヘリシティ

$$h=\boldsymbol{v}\cdot\nabla\times\boldsymbol{v}, \tag{11}$$

が重要な量としてしばしば登場する．空間1次元の単純な流れでありながら，強いヘリシティをもつ

$$\boldsymbol{v}_1=v_1\begin{pmatrix}\cos(kz-\omega t)\\ \sin(kz-\omega t)\\ 0\end{pmatrix} \tag{12}$$

を使い，ヘリシティの効果を見てみよう．ここで v_1，k，ω は正定数とする．この流れの渦度は

$$\nabla\times\boldsymbol{v}_1=-k\boldsymbol{v}_1, \tag{13}$$

つまり流れと反平行であり，ヘリシティは負の値

$$h=-kv_1^2 \tag{14}$$

をもつ．$b_0>0$ を定数として，磁場 $\boldsymbol{b}$ を，z 方向の一様磁場

$$\boldsymbol{b}_0=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ b_0\end{pmatrix} \tag{15}$$

と，それ以外の部分 $\boldsymbol{b}_1$ に分けよう．

$$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}_0+\boldsymbol{b}_1. \tag{16}$$

すると式(1)より

$$\frac{\partial\boldsymbol{b}_1}{\partial t}=\nabla\times(\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{b}_0)+\nabla\times(\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{b}_1)+\eta\nabla^2\boldsymbol{b}_1, \tag{17}$$

である．$\boldsymbol{b}_1$ に対して，$\boldsymbol{v}_1$ と同様な空間1次元性を仮定し，まずは右辺第2項を無視して（あとでこの項は厳密にゼロになることがわかる），この式の $\boldsymbol{b}_1$ の解を求めてみよう．単純な計算から，

$$\boldsymbol{b}_1=-\frac{kb_0v_1}{\sqrt{\omega^2+k^4\eta^2}}\begin{pmatrix}\cos(kz-\omega t-\psi)\\ \sin(kz-\omega t-\psi)\\ 0\end{pmatrix} \tag{18}$$

であることがわかる[1]．ここで ψ は η で決まる定数

$$\tan\psi=\eta k^2/\omega \tag{19}$$

である．

速度 $\boldsymbol{v}_1$ を時間積分して変位を計算すればわかるとおり，流体要素は $z=$ const. の平面上で回転運動をしている．同

位相の点は速度 ω/k で $+z$ 方向に移動する．理想MHDであれば磁力線は回転運動する変位に凍り付いているので，ある時刻における磁力線を描けば**図 3**（a）のように螺旋形になる．

理想 MHD 流体の場合には $\boldsymbol{v}_1$ と $\boldsymbol{b}_1$ は完全に逆方向を向いているが，η があると，ϕ だけの位相のずれが生じ，そのために $\boldsymbol{b}_0$ 方向の起電力

$$\mathcal{E}=\boldsymbol{v}_1\times\boldsymbol{b}_1=\alpha\boldsymbol{b}_0 \tag{20}$$

が生じる［**図 3**（b）参照］．ここで

$$\alpha=\frac{\eta k^3 v_1^2}{\omega^2+\eta^2k^4}=-\frac{\eta k^2}{\omega^2+\eta^2k^4}h \tag{21}$$

はヘリシティ h［式(14)］に比例する定数である．

$1/\omega$ と $1/k$ よりも大きな時間と空間スケールで変動する場をここではマクロスケールの場と呼ぶことにしよう．ヘリシティを持つミクロスケールの流れにより，マクロスケールの起電力が生じたことを式(20)は意味する．これを α 効果とよぶ．今の場合，起電力 $\mathcal{E}$ は空間的に一様なので，上で無視した式(17)の右辺第 2 項 $\nabla\times\mathcal{E}$ はゼロ，すなわち式(18)は式(17)の厳密解である．

一般的な場合には，マクロスケールの速度場 $\boldsymbol{v}_0$，磁場 $\boldsymbol{b}_0$ と，ミクロスケールの速度場 $\boldsymbol{v}_1$，磁場 $\boldsymbol{b}_1$ を定義し，

$$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}_0+\boldsymbol{b}_1, \tag{22}$$

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{v}_1, \tag{23}$$

とする．これを式(1)に代入して式(20)を仮定した上で，時間と空間で平均し，マクロスケールの量だけをとりだせば，

$$\frac{\partial\boldsymbol{b}_0}{\partial t}=\nabla\times(\boldsymbol{v}_0\times\boldsymbol{b}_0)+\nabla\times(\alpha\boldsymbol{b}_0)+\eta\nabla^2\boldsymbol{b}_0 \tag{24}$$

という式が得られる．α がマクロな空間スケールで一様なとき，右辺第 2 項は $\nabla\times\boldsymbol{b}_0$ に比例する．つまり式(24)は，α 効果によって，マクロスケールの電流 $\boldsymbol{j}_0$ の方向に新しい磁場が生まれることを意味する．

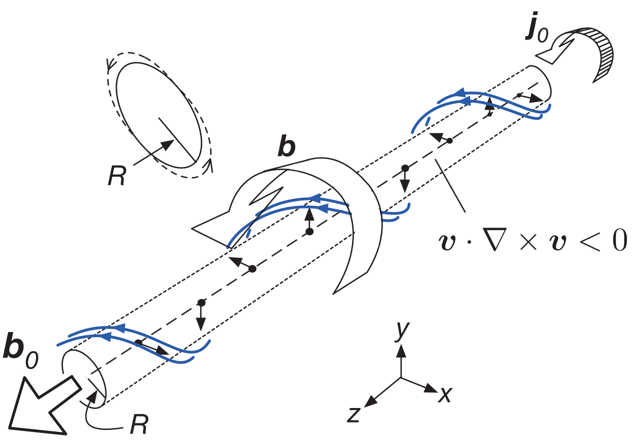

図 4　負のヘリシティをもった流れによって　磁力線が螺旋形に変形し，うねることで磁束管の周囲に $\boldsymbol{j}_0$ と平行な磁場成分が生まれる．

このことを磁力線の描像で説明しよう．円筒座標 (r,ϕ,z) をとり，$+z$ 方向のマクロスケール磁場 $\boldsymbol{b}_0(r,\phi,z,t)$ が，$r\leqq R$ の円筒内部に集中しているとする．

$$\boldsymbol{b}_0=\begin{pmatrix}b_r\\b_\phi\\b_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\b_0(r)\end{pmatrix}. \tag{25}$$

$r=R$ 付近で b_0 は急速に減衰する，つまり $b_0'(R)<0$ としよう．このとき，円筒の側面には $+\phi$ 方向に流れる電流

$$\boldsymbol{j}_0=\begin{pmatrix}j_r\\j_\phi\\j_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-b_z'(r)/\mu_0\\0\end{pmatrix} \tag{26}$$

が集中している．ミクロスケールの流れ $\boldsymbol{v}_1$ が式(12)で与えられるようなヘリシティを持つ流れであれば，**図 3**（a）で見たように，この磁束は螺旋型をしていて，角速度 ω でうねっている．時間平均をとると，磁束の中心軸（$r=0$）付近ではミクロスケールの磁場成分 $\boldsymbol{b}_1$ はキャンセルする一方，表面（$r=R$）近傍では，正の b_ϕ 成分が残る（**図 4** 参照）．こうして $\boldsymbol{j}_0$ 方向に新しい磁場が生じるのである．

1.3　マクロスケールの流れによるマクロスケールのダイナモ

ミクロスケールの流れによる α 効果が存在しないときでも MHD ダイナモは起きうる．つまりマクロスケールの流れがマクロスケールの磁場の生成を引き起こす場合である．

再び理想 MHD を仮定しよう．長さ L，断面積 S をもつ磁束管を考える（**図 5**）．この磁束管は上下端がつながっているとする．実際にはこの磁束管はトーラス形状をしていて，磁力線の曲率が無視できるほどその大半径が十分に

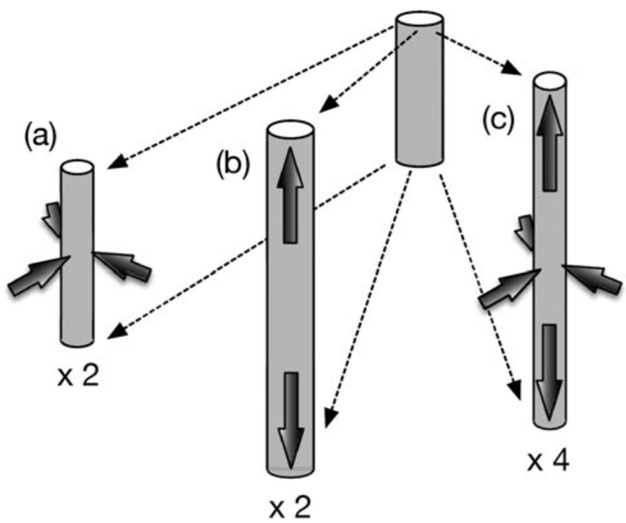

図 5　磁束管の圧縮と伸長による磁気エネルギーの増加．磁束管は実際には上下端がつながったトーラスになっている．(a)磁気圧に抗して断面積を半分にすると磁束管内部の磁気エネルギーは 2 倍になる．(b)磁束管の長さを 2 倍にすると磁気エネルギーは 2 倍になる．(c)磁束管内部の体積が保存するように磁束管の長さを 2 倍（断面積を半分）にすると，磁気エネルギーは 4 倍になる．

大きいと考えればよい．この磁束管の中には磁束Φが入っている．磁束管の断面積をSとすれば，磁場の強さは$b = \Phi/S$なので，この系の全磁気エネルギーE_{M}は

$$E_{\mathrm{M}} = SL\frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2 L}{2\mu_0 S} \tag{27}$$

である．

この磁束管の表面を側面から押さえ込み，断面積がSから$S/2$になるまで細くしたとする[**図 5** (a)]．磁束Φの値は変わらないので，磁束管の磁場は$b \to b' = 2b$と2倍強くなる．したがって磁場のエネルギー密度は4倍になるが，磁束管の体積は半分になるので，全磁気エネルギーはこの側面の圧縮過程を通じて2倍に増える．このエネルギーはどこから来たかといえば，磁束管が外に（トーラスの小半径方向に）広がろうとする磁気圧に対抗して管の表面を押し込むときにした仕事である．

次に磁束管の太さを変えずに長さを2倍に伸ばしてみる[**図 5** (b)]．断面積が変わらないので，内部の磁場の強さは変わらないが，全体積が2倍になるので，全磁気エネルギーは2倍になる．磁束管を円柱と考えると，磁力線をまっすぐに伸ばすだけで全エネルギーが増えるのは奇妙に思えるが，実際には，この磁束管は輪ゴムのようなトーラス形状をしており，磁気張力に対抗して輪ゴムを引き延ばすときに周囲のMHD流体が行った仕事が磁束管内部の磁気エネルギーとして溜まっているのである．

ここまでは磁束管内部には磁場だけがあると考えてきたが，磁束管の内部にもMHD流体がある場合はその圧力（流体の圧縮性）も考える必要がある．流体が非圧縮の場合には磁束管内部の体積が保存するので，全長を2倍にすると磁束管の断面積は半分になる［**図 5** (c)］．磁場の強さが2倍で，体積が不変なので，この場合の全磁気エネルギーは4倍になる．**図 2**で見たΩ効果ではこのエネルギー増幅過程がはたらいていた．

上で説明したような，磁束を圧縮したり伸張したりする単純な流れでは，初期に与えた磁気エネルギーは確かに増大するものの，磁束の形状や大きさがはじめの状態とは大きく変わってしまう．磁束の形状は変化させないで磁場の強さだけを高める流れはないであろうか？

磁気レイノルズ数の高いMHD流体において，マクロスケールの流れによって磁場を2倍にするプロセスを磁力線の描像で考えてみよう．**図 6** (a)のように最初に一本のリング状磁力線があるとする．それを引き延ばして長さを2倍にする[(b)]．上下を押しつぶすような流れにより[(c)]，磁力線がリコネクションを起こす[(d)]．その結果できた二本のリング状磁力線をずらして重ねる[(e)]と，もとの磁力線の本数が2倍，つまり磁場の強さが2倍となる[(f)]．

あるいは**図 6**の(g)から(i)のような流れでもよい．この場合は，2倍に引き延ばされた磁力線がひねられ[(g)]，折りたたまれ[(h)]，重なった二重の磁力線をさらに押しつけて部分的リコネクションを起こさせると[(i)]，最終的に元と同じリング状磁力線が二本できる．これはStretch-Twist-Foldプロセスと呼ばれる．

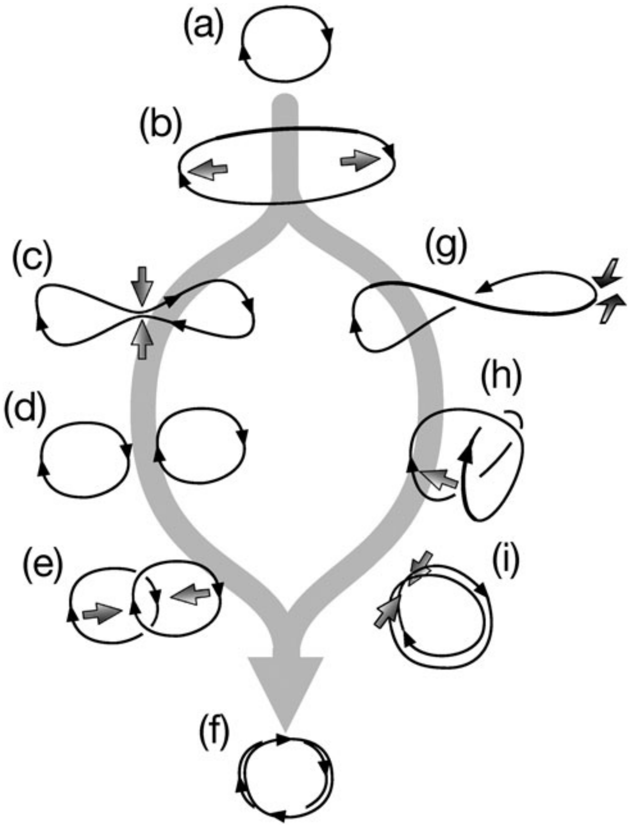

図 6　一本のリング状磁力線を2倍に増やすための（たとえば）二つの方法．

上で述べた二つのシナリオではどちらも磁力線のトポロジーを変えるための磁気リコネクションが含まれているのは興味深い．磁気拡散率の存在がダイナモには不可欠であることが示唆されている．磁気レイノルズ数R_{m}が有限のキネマティックダイナモモデルにおいて，ダイナモになっている（つまり磁場の最大成長率が正のモードが存在する）ことが確認されている流れ場であっても，R_{m}を上げていくと最大成長率が負になることがある．$R_{\mathrm{m}} \to \infty$の極限で磁場が成長するとき，その流れをfast dynamoといい，それ以外はslow dynamoという．Fast dynamoの流れが実在するかどうかは数学的に難しい問題で未解決である．計算機シミュレーションで研究されているのはほとんどがslow dynamoである．

1.4　この講座の構成

天体のMHD系は極めて高いレイノルズ数をもつので，その流れが乱流状態にあるのは間違いないであろう．そのような系におけるMHDダイナモを理解する上で，α効果は重要な基本要素であるが，全てではない．実際，ここでのα効果の説明は少々乱暴であった．この「講座」では次の第2章，「乱流ダイナモ」において，MHD乱流によるダイナモについて，もっと正確で洗練された理論が紹介される．

スーパーコンピュータの進歩により，現実の値には及ばないもののかなり高いレイノルズ数で，MHD方程式を数値的に解くことが可能となった．第3章以降では，様々な

天体 MHD ダイナモの研究が紹介され，そこでは計算機シミュレーションが主要な役割を果たしている．

地磁気（地球磁場）が MHD ダイナモで作られているのは間違いない．地球内部の MHD 流体（外核中の液体鉄）の磁気拡散時間は10^5年程度であるが，地磁気はこれまで10^9年程度維持されていることが地球科学的な観測から確実である．第３章の「地球ダイナモ」では，地球内部の MHD 系を対象とした大規模な計算機シミュレーションにより，地磁気の性質がどこまで説明されているか解説する．

地球の場合には外核中の液体鉄，太陽の場合には対流層中の水素プラズマという媒質の違いはあるものの，MHD システムとして見ると太陽と地球は驚くほど似ている．太陽もまた地球と同様に MHD ダイナモによってその磁場を生み出している．第４章の「太陽ダイナモ」では，MHD ダイナモによってこの11年周期の謎も含めて太陽磁場の起源がどこまで説明されているかを解説する．

宇宙にはもっと大きなスケールでの磁場が存在する．第５章の「銀河ダイナモ」では，銀河磁場の起源を説明する銀河ガス円盤の MHD シミュレーションの結果とその磁場増幅メカニズムについて解説する．

陰(かげ)山(やま)　聡(あきら)

神戸大学　システム情報学研究科　計算科学専攻　教授．専門は磁気流体力学を中心とした計算機シミュレーションとデータ可視化．今回の講座を企画・執筆するにあたって MHD ダイナモについて書かれた文献をいろいろと調べてみましたが，日本語で書かれた入門的な文献がほとんどないことに気がつきました．MHD の重要な基礎過程の一つであるというのにこれではいけませんね．この講座が MHD ダイナモというとても面白い現象に興味をもつきっかけになれば幸いです．

最後に，MHD ダイナモに関する書籍を紹介する．MHD ダイナモの理論については，[2]の C.A. Jones による"Dynamo theory"の章と，[3]の第５章"Dynamo theory"が詳しい．[4]は，MHD 全般についての本であるが，ダイナモについてもいくつかの章がある．特に冒頭の P. Roberts による章には，計算機シミュレーションが主流になる時代以前のダイナモ研究が語られており，あまり目にすることのない Elsasser や Cowling の写真，あるいは Chandrasekhar が言ったという Alfvén の第２「定理」の話など，面白いエピソードが載っている．

参 考 文 献

[1] G.K. Batchelor *et al., Perspectives in Fluid Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000) p.372.
[2] P. Cardin and L.F. Cugliandolo, *Dynamos; Lecture Notes of the Les Houches Summer School 2007* (Elsevier, Amsterdam, 2008).
[3] D. Biscamp, *Magnetic Reconnection in Plasmas* (Cambridge University Press, Cambridge, 2000).
[4] S. Molokov *et al., Magnetohydrodynamics: Historical evolution and trends* (Springer, Dordrecht, 2007).

J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.9 (2015) 603‐611

講座 MHD ダイナモ：流れによる磁場の自発的形成

2．乱流ダイナモ

2. Turbulent Dynamos

横 井 喜 充
YOKOI Nobumitsu
東京大学生産技術研究所

（原稿受付：2015年 6 月26日）

乱れは輸送を促進する．乱流磁気拡散は元の磁場を壊すことで新たな磁場配位を導くため，ダイナモにとって不可欠な要素である．同時に，回転などによって乱れの対称性が破れていると，乱れ自身のもつ構造（らせん性など）によって新しい大規模磁場が誘起される可能性がある．これら乱流輸送のもつダイナミクスを自己無撞着に扱う方法について論じる．特に大規模な流れのもつ非一様性が乱流輸送をどう変えるかに注目し，その効果を見ていく．

Keywords:
dynamo, turbulence, transport, flow inhomogeneities, helicities, symmetry breakage, turbulence modeling

2.1 はじめに

天体・宇宙現象ではいたるところに磁場が存在する．太陽フレアやジェットに代表されるような爆発的現象の原因になることもあり，さまざまな不安定性を通じて乱れを創り出したり，あるいは磁場自体が周期的に変動して周辺環境の条件になる．特に地磁気は太陽風として飛来する高エネルギー荷電粒子の影響から地球環境を守る役割も果たす．また，核融合の磁気閉じ込めでは装置の磁場でプラズマを狭い領域に局在させる必要があるが，磁場のダイナミクスに則った発展が閉じ込め性能自体と密接な関係にあり，磁場の緩和状態を予測し制御する必要が生じる．天体・宇宙などのプラズマ現象で見られる磁場の起源が何で，どのように増幅され，維持され，そして消失していくのかは，たいへん興味深い学術的問題であるとともに，実用上もきわめて重要な問題である．

磁場の発展に決定的な影響を与えるのが，プラズマなど電導性流体の流れである．荷電粒子が磁場を横切って動くと粒子は Lorentz 力を受ける．これは流れによる起電力の発生に他ならない．起電力は電磁誘導によって磁場の生成と直結する．一般に流れによる起電力を通じ磁場を生成・維持するメカニズムをダイナモと呼ぶ．

しかし，第１章「はじめに」でも述べられたように，磁場方程式の数学的構造から，ある条件下（軸対称，二次元など）では流体運動のダイナモによって磁場が維持できないことがわかっている[1,2]．流体の運動によって実際にダイナモが作用するためには，反ダイナモの条件を破る因子が必要である．流体運動のゆらぎは軸対称性を破る要素であり，このとき平均磁場は反ダイナモの制約を受けない．その意味で乱流はダイナモにとって重要な要素となる．

電磁流体乱流と通常流体乱流との間にはさまざまな違いがある．磁場の存在が荷電粒子の運動に制約を与えるため，磁場の方向は流体にとって特別な方向となり，電磁流体乱流はしばしば強い非等方性を示す．通常流体でも回転や密度勾配の存在によって非等方性が生じるが，特に小さいスケールに行くほど，非等方の程度が電磁流体乱流で目立つようになる．一方で，平均場に代表される大スケールでの輸送を議論する場合には，大部分のエネルギーを担っているより大きなスケールの乱流運動が重要になる．例えば，後述の「混合距離」はエネルギーを担う乱流運動の大きなスケールに対応する．そこでは，いかに巨視的スケールの非一様性や非等方性の効果を乱流輸送に組み入れるかが重要になる．

さて，乱流の第一の特徴は輸送を促進することである．「揺動散逸定理」に代表されるように，一般に乱れは系の輸送を促進する．小スケールの運動の効果が乱流輸送係数にくり込まれ，平均場の混合が進む．局在化された構造は破壊され，系が均一化する．乱流磁気拡散は乱流によって促進される磁気拡散であり，乱流強度すなわち乱流エネルギーの大きさを反映する．例えば乱流磁気拡散 β を簡単に乱れ速度の大きさ v と混合距離 ℓ を用いて $\beta \sim v\ell$ と書き表すと乱流磁気拡散と分子磁気拡散の比は $\beta/\eta \sim v\ell/\eta \sim \mathrm{Rm}$ と（乱れ速度で表された）磁気 Reynolds 数で評価される．天体・宇宙現象で Rm は通常 $\mathrm{O}(10^6)$‐$\mathrm{O}(10^{18})$ と巨大であるから，乱流による磁気拡散の促進は膨大なものと予想される．特にダイナモでは元の磁場配位から新しい磁場配位を導くことが必要があり，元の磁場構造を壊すメカニズムである乱流磁気拡散はダイナモにとって不可欠な構成要素である．

Institute of Industrial Science, University of Tokyo, TOKYO 153-8505, Japan

author's e-mail: nobyokoi@iis.u-tokyo.ac.jp

上述した輸送促進という効果に加えて，乱流には構造を形成・維持し輸送を抑制するはたらきがある．この効果は特に電磁流体乱流で顕著になるが，通常乱流でも存在する．回転などで系の対称性が破れていると乱流場にヘリシティやクロス・ヘリシティなどの擬スカラー量［鏡映（reflection）によって符号が反転するスカラー．逆に符号反転しないスカラーを純スカラーと呼ぶ］が存在し，磁場や渦度などの軸性ベクトルと結びついて，磁場構造を生成したり，輸送促進に対抗して輸送を抑制する．

輸送の促進や抑制と直結した乱流場の統計的性質は平均場の非一様性によって決まる．回転，平均速度勾配（平均速度歪み，平均渦度），平均磁場，平均磁場勾配（平均磁場歪み，平均電流密度），圧力勾配，密度勾配，……などの配位がどのような乱流統計量が空間的にどのように発展していくかを規定する．そしてそれらの乱流統計量は輸送係数と直結し，平均場の時空分布を決める．このように乱流場と平均場とは相互作用しつつ非線型のダイナミクスに従って発展する．したがって，乱流ダイナモの理論・モデルは，上述の輸送促進と輸送抑制のダイナミクスに加えて，この平均場と乱流場の非線型ダイナミクスを正しく記述できなくてはならない．

本章の目的は乱流ダイナモについて概説し，ダイナモの理解の鍵となるいくつかの概念について，その前提や条件を明らかにすることにある．構成は以下の通り：第2節で乱流ダイナモの考え方の枠組みを示し，鍵となる「乱流起電力」に対する従来の表式がどのような仮定に基づいて構成されているのか，流れの非一様性の重要性を強調しながら述べる．第3節ではダイナモの輸送係数をどのように評価するかについて，さまざまなレベルの乱流理論・モデルから説明する．第4節では乱流起電力の各項の物理的起源を直感的に理解することを試みる．第5節では輸送係数を与える乱流場と平均場とを自己無撞着に与える乱流モデル的なアプローチについて紹介する．関連して，ダイナモの分野でしばしば議論されるダイナモの消失機構（quenching）について，乱流モデルの視点から述べる．最後にまとめとして乱流ダイナモの可能性を考える．

2.2 乱流ダイナモ

2.2.1 乱流起電力

電磁流体方程式（magnetohydrodynamics: MHD）は，電磁場の方程式であるMaxwell方程式と運動量の方程式であるNavier-Stokes方程式を結びつけたものである．Faradayの電磁誘導の方程式中の電場に運動物体のOhmの法則を代入することで，磁場 $\mathbf{b}$ の誘導方程式

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b}) + \eta \nabla^2 \mathbf{b} \tag{1}$$

を得る．ここで，右辺第1項は電導性流体が磁場中を速度 $\mathbf{u}$ で運動することで生じる起電力の寄与を表している．第2項は（分子）磁気拡散率 η による磁場の拡散を表す．

反ダイナモ定理でみたように，軸対称な流れ場では軸対称な定常磁場を維持することができない．何らかの形で流れの軸対称性が破れている必要がある．そのひとつが，流れに乱れが存在することである．

場の量を平均場とそこからのゆらぎに分けて考え，乱れが平均場にどのような影響を与えるかを調べていく．場の量を

$$f = F + f', \quad F = \langle f \rangle, \quad \langle f' \rangle = 0 \tag{2}$$

のように平均とゆらぎに分解する（Reynolds 分解）．ここで

$$f = (\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{b}, \mathbf{j}, \mathbf{e}, p), \tag{3a}$$
$$F = (\mathbf{U}, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{B}, \mathbf{J}, \mathbf{E}, P), \tag{3b}$$
$$f' = (\mathbf{u}', \boldsymbol{\omega}', \mathbf{b}', \mathbf{j}', \mathbf{e}', p') \tag{3c}$$

などである（$\mathbf{u}$：速度，$\boldsymbol{\omega}$：渦度，$\mathbf{b}$：磁場，$\mathbf{j}$：電流密度，$\mathbf{e}$：電場，p：圧力）．平均として，概念的には統計平均（ensemble average）を考えるが，場合によっては適当な空間平均や時間平均をもって代用する．

平均磁場の誘導方程式は

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}_{\mathrm{M}}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \tag{4}$$

となる．ここで，$\mathbf{E}_{\mathrm{M}}$ は

$$\mathbf{E}_{\mathrm{M}} = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \tag{5}$$

で定義される乱流起電力（turbulent electromotive force）である．乱流起電力の項を除くと式(4)は式(1)と全く同じ形をしている．したがって，乱流起電力 $\mathbf{E}_{\mathrm{M}}$ はゆらぎによる平均磁場への影響を表す唯一の項となっている．電磁流体乱流理論の目的のひとつは，この乱流起電力の表式を導くことにある．

乱流起電力をどう導くかについてはいろいろなレベルのアプローチがある．しばしば議論の出発点として用いられるのは，乱流起電力が平均磁場とその微分によって展開されるという仮定（Ansatz）：

$$\langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle^i = \alpha^{ij} B^j + \beta^{ijk} \frac{\partial B^j}{\partial x^k} + \cdots \tag{6}$$

である．ここで，輸送係数である α^{ij}，β^{ijk} などは乱流場の性質で決まるテンソルである．さて，仮定(6)の基本的条件は，(i)平均速度場は与えられたものとして磁場の発展を記述できる；(ii)したがってゆらぎ磁場の発展方程式は平均磁場に線型に依存する；(iii)乱流場のスケールが小さく，平均流を一様とみなすことができる；(iv)一様速度に乗った座標系で乱れを記述する；などといった諸点である．これらの妥当性について以下で議論する．

2.2.2 平均速度の非一様性

まず，平均速度の非一様性の重要性について議論する．平均磁場の発展方程式(4)を考える．右辺第2項は

$$\nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) = -(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{B} - \mathbf{B} \nabla \cdot \mathbf{U} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{U} \tag{7}$$

と変形される．この式の最右辺第1項は運動による移流微分である．第2項は磁束管の断面が拡張（収縮）すると $\mathbf{B}$

方向に負（正）の磁場が生成されることを示す．磁場に平行な磁場変動が生じ，波動では磁気音波に対応する．一方，第 3 項は磁場に垂直方向の平均速度が磁場に沿って不均一だと速度方向すなわち元の磁場と垂直方向に磁場が誘起されることを示す．磁場の張力が復元力としてはたらくとこの変動が磁場に沿って伝搬し，Alfvén 波となる．

さて式（7）の第 3 項の効果によって，トロイダル方向の平均速度にポロイダル磁場に沿った不均一さ（差動回転）があると，速度方向に磁場が誘起される（**図 1** 左）．この効果はダイナモ理論ではしばしばΩ効果あるいは差動回転効果と呼ばれ，ポロイダル磁場からトロイダル磁場を生成する主たる機構とされている．この Ω 効果に表されるように，平均磁場の発展にとって，平均速度の不均一さは重要な役割を果たす．

では，乱流場の発展に対して平均速度の非一様性はどのような役割を果たすだろうか．例えば，多くの現実的流体乱流では，平均速度の勾配は乱流の生成・維持に不可欠な要素のひとつとなっている．実際，乱流による運動量輸送を表す Reynolds 応力 $\langle u'^{\alpha} u'^{\beta} \rangle$ の表現では

$$\langle u'^{\alpha} u'^{\beta} \rangle_{\mathrm{D}} = -\nu_{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial U^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial U^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} \right) \tag{8}$$

という渦粘性表現が伝統的に用いられ，多くの流れ場で成果を挙げている（ν_{T}：渦粘性，D：対角和を除いた部分）．しかしながら，通常の乱流ダイナモの理論・モデルでは乱流場の発展に関連して平均速度の非一様性はほとんど無視されてきた（**図 1** 右）．

ゆらぎ速度とゆらぎ磁場の方程式は，運動量と磁場の発展方程式にレイノルズ分解（2）を適用することで，

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = \mathbf{u}' \times \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{U} \times \boldsymbol{\omega}' + \mathbf{j}' \times \mathbf{B} + \mathbf{J} \times \mathbf{b}' - \nabla p' - \nabla \cdot \mathcal{R} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}', \tag{9}$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}'}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}' \times \mathbf{B}) + \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{b}') + \nabla \times (\mathbf{u}' \times \mathbf{b}') - \nabla \times \mathbf{E}_{\mathrm{M}} + \eta \nabla^2 \mathbf{b}' \tag{10}$$

となる．ここで，$\mathcal{R}$は電磁流体の Reynolds 応力で

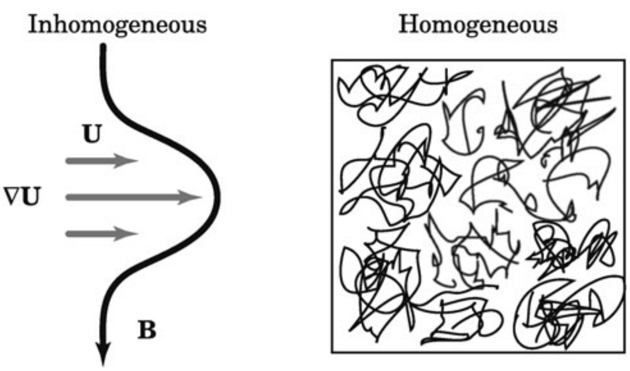

図 1　大規模流れの非一様性効果の扱い：(左)磁場に沿った平均速度の不均一さ（差動回転）によって速度方向の磁場が生成される（Ω 効果）．(右)平均速度の不均一さは無視され，一様平均速度は Galilei 変換で消去される．乱流場は一様とみなされる．

$$\mathcal{R}^{\alpha\beta} = \langle u'^{\alpha} u'^{\beta} - b'^{\alpha} b'^{\beta} \rangle \tag{11}$$

と乱流 Maxwell 応力も含めて定義される．非圧縮性を仮定するとゆらぎ場のソレノイダル条件：

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = \nabla \cdot \mathbf{b}' = 0 \tag{12}$$

が成り立つ．式（9）と式(10)は

$$\frac{D \mathbf{u}'}{Dt} \left[\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \right) \mathbf{u}' \right] = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{b}' + (\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{B} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{U} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' + (\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{b}' - \nabla \cdot \mathcal{R} - \nabla p'_{\mathrm{M}} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}', \tag{13}$$

$$\frac{D \mathbf{b}'}{Dt} \left[\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \right) \mathbf{b}' \right] = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{u}' - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{B} + (\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{U} - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{b}' + (\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' - \nabla \times \mathbf{E}_{\mathrm{M}} + \eta \nabla^2 \mathbf{b}' \tag{14}$$

と書き直すことができる．ここで p'_{M} は MHD 圧力

$$p_{\mathrm{M}} = p + \mathbf{b}^2/2 \tag{15}$$

のゆらぎ部分である．

これらゆらぎ場の方程式から

$$\frac{D}{Dt} \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle = \left\langle \frac{D \mathbf{u}'}{Dt} \times \mathbf{b}' + \mathbf{u}' \times \frac{D \mathbf{b}'}{Dt} \right\rangle \tag{16}$$

を用いて乱流起電力の発展を評価することができる．

もし平均速度が一様（$\mathbf{U} = \mathbf{U}_0$）だとすると，式(13)と式(14)は

$$\frac{D \mathbf{u}'}{Dt} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{b}' + (\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{B} + \cdots, \tag{17}$$

$$\frac{D \mathbf{b}'}{Dt} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{u}' - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{B} + \cdots \tag{18}$$

となり，乱流起電力は平均速度の非一様性に依存しなくなる．乱流起電力が磁場とその微分の線型函数で表されるという式（6）の仮定はこの場合に対応している．

式(13)と式(14)で平均磁場の非一様性の項を残しておくと，それらの項からの乱流起電力への寄与は

$$\begin{aligned} \tau \langle \mathbf{u}' \times [(\mathbf{b}' \cdot \nabla) \mathbf{U}] + [(\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{U}] \times \mathbf{b}' \rangle^{\alpha} &= \epsilon^{\alpha ab} \tau \langle u'^{a} b'^{c} \rangle \frac{\partial U^{b}}{\partial x^{c}} - \epsilon^{\alpha ba} \tau \langle b'^{a} u'^{c} \rangle \frac{\partial U^{b}}{\partial x^{c}} \\ &= \tau (\langle u'^{a} b'^{c} \rangle + \langle u'^{c} b'^{a} \rangle) \epsilon^{\alpha ab} \frac{\partial U^{b}}{\partial x^{c}} \end{aligned} \tag{19}$$

と表すことができる（τ：時間スケール）．乱流場の速度＝磁場相関が平均速度勾配に結合する．基本的な性質を見るために最も簡単化して，速度＝磁場相関テンソルに等方的な表現：

$$\langle u'^{a} b'^{c} \rangle + \langle u'^{c} b'^{a} \rangle = \frac{2}{3} \delta^{ac} \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle \tag{20}$$

を採用すると，式(19)は

$$\tau\langle\mathbf{u}'\times[(\mathbf{b}'\cdot\nabla)\mathbf{U}]+[(\mathbf{u}'\cdot\nabla)\mathbf{U}]\times\mathbf{b}'\rangle^{\alpha}$$
$$=\frac{2}{3}\tau\langle\mathbf{u}'\cdot\mathbf{b}'\rangle(\nabla\times\mathbf{U})^{\alpha} \tag{21}$$

となる．すなわち，平均速度場の非一様性の効果は，乱流起電力中に平均渦度と結びつく乱流クロス・ヘリシティの効果として表現されることになる．この効果は，乱流場の発展で平均速度の非一様性を無視していては決して現れないものである．

2.3 輸送係数の表現

輸送係数は乱流場の性質で決まる．輸送係数をどう評価するかにもさまざまなレベルのアプローチがある．もっとも簡単なものは，輸送係数を単なるパラメータとし，その値または空間分布を所与のものとして課すことである．例えば，混合距離（mixing length）ℓ の概念を用いて乱流粘性や乱流磁気拡散率を

$$\beta\sim v\ell\sim K^{1/2}\ell \tag{22}$$

などと表現する（v：乱れ速度の大きさ，K：乱流エネルギー）．混合距離としては乱流混合を特徴づける長さスケールを採用する必要があり，圧力や密度変化のスケールなどがしばしば用いられる．

より精度の高い輸送係数の評価のためには，乱流場の発展方程式［式(13)と式(14)］の解析が必須である．しかし，ゆらぎの方程式は $\mathbf{u}'\mathbf{u}'$，$\mathbf{b}'\mathbf{b}'$，$\mathbf{u}'\times\mathbf{b}'$ などの非線型項を含み，さらに平均場とも非線型に結びついているので，乱流場の発展方程式を一般的に理論解析するのは困難で，何らかの工夫（仮定，近似）が必要である．

最も簡単な近似のひとつは「準線型近似（quasi-linear approximation)」,「第一次平滑化近似(first-order smoothing approximation: FOSA)」，あるいは「二次相関近似(second-order correlation approximation: SOCA)」などと呼ばれる方法である[3,4]．これはゆらぎの方程式に現れるゆらぎどうしの項を総体として無視するものであり，例えば式(10)では

$$\mathbf{u}'\times\mathbf{b}'-\mathbf{E}_{\mathrm{M}}=0 \tag{23}$$

と近似する．Reynolds数や磁気Reynolds数が低い，すなわち非線型性が弱い場合にはよい近似となる．しかし，天体・宇宙物理現象では Reynolds 数などは通常巨大であるため，FOSA の条件を充たさない点に注意が必要である．FOSA の枠組みで等方乱流を仮定すると，輸送係数の α と β は

$$\alpha=-\frac{1}{3}\tau\langle\mathbf{u}'\cdot\omega'\rangle, \tag{24}$$

$$\beta=\frac{1}{3}\tau\langle\mathbf{u}'^2\rangle \tag{25}$$

と表される．すなわち α は乱流ヘリシティ，β は乱流エネルギーで表現される．

Pouquet らは，等方性乱流に対するより高次のクロージャー理論である EDQNM（Eddy-Damped Quasi-Normal Markovian）近似を用いて電磁流体方程式（magnetohydrodynamics: MHD）を解析し，輸送係数 α が

$$\alpha_k=\frac{4}{3}\int_{k/a_0}^{\infty}\theta_{kqq}\left(H_q^{(V)}-q^2H_q^{(M)}\right)\mathrm{d}q \tag{26}$$

と表現されることを示した（θ：波数間相互作用の緩和時間，$H^{(V)}$：運動ヘリシティ・スペクトル，$H^{(M)}$：磁気ヘリシティ・スペクトル）[5]．この結果から，α を実空間量で表現すると

$$\alpha=\frac{4}{3}\tau\langle-\mathbf{u}'\cdot\omega'+\mathbf{b}'\cdot\mathbf{j}'\rangle \tag{27}$$

となる．すなわち，アルファ効果の輸送係数である α を決めるのは運動ヘリシティ $\langle\mathbf{u}'\cdot\omega'\rangle$ だけではなく，電流ヘリシティ $\langle\mathbf{b}'\cdot\mathbf{j}'\rangle$ による補正も必要となる．運動ヘリシティと電流ヘリシティの差 $\langle-\mathbf{u}'\cdot\omega'+\mathbf{b}'\cdot\mathbf{j}'\rangle$ を残留ヘリシティ（residual helicity）と呼ぶ．この補正は Lorentz 力による運動量への作用から生じている（次節参照）．式(27)は乱流場に運動ヘリシティ $\langle\mathbf{u}'\cdot\omega'\rangle$ が存在しても，電流ヘリシティ $\langle\mathbf{b}'\cdot\mathbf{j}'\rangle$ が存在すると（その符号に応じて）アルファ効果は打ち消されることを示唆している．この点はクエンチング（quenching）と呼ばれるダイナモ効果の消失現象と関連している（2.5.2節参照）．

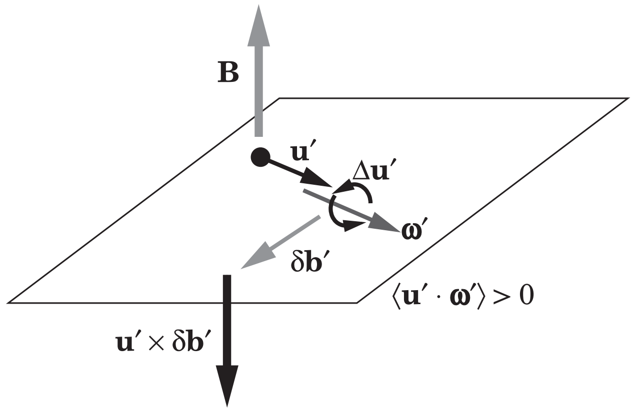

図2　運動ヘリシティ効果．

乱流理論の歴史で EDQNM 近似は，準正規理論で現れた負エネルギー問題を回避する処方として発展した．渦減衰時間をパラメータとして導入することで，EDQNM 近似では速度の三次相関の発展を適切に評価できる[6]．このため EDQNM 近似は一様等方乱流に対して簡便で実用的なクロージャーの枠組みを提供する．しかし，電磁流体乱流への適用可能性の議論は別としても，調整可能なパラメータを用いずに自己無撞着な解析を行うためには，さらに洗練されたクロージャ理論を用いる必要がある．

一様乱流についての最も洗練されたクロージャー理論である直接相互作用近似（DIA: direct-interaction approximation）[7] と多重スケール解析を組み合わせることで，非一様性乱流のクロージャ理論が構築されている[8]．この二スケール直接相互作用近似（Two-Scale DIA）の方法を電

磁流体乱流に適用すると，乱流起電力は

$$\mathbf{E}_{\mathrm{M}} \equiv \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle = -\beta \mathbf{J} + \alpha \mathbf{B} + \gamma \Omega \tag{28}$$

と表現される．輸送係数はそれぞれ

$$\beta = \int \mathrm{d}\mathbf{k} \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}\tau' G(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) \times [Q_{uu}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) + Q_{bb}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t)], \tag{29}$$

$$\alpha = \int \mathrm{d}\mathbf{k} \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}\tau' G(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) \times [-H_{uu}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) + H_{bb}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t)], \tag{30}$$

$$\gamma = \int \mathrm{d}\mathbf{k} \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}\tau' G(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) \times [Q_{ub}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t) + Q_{bu}(k, \mathbf{x}; \tau, \tau', t)] \tag{31}$$

である[9]．ここで，G は乱流の応答函数，Q_{uu}，Q_{bb}，H_{uu}，H_{bb}，Q_{ub} などはそれぞれ乱流運動エネルギー，乱流磁場エネルギー，乱流運動ヘリシティ，乱流電流ヘリシティ，乱流クロス・ヘリシティのスペクトル函数である．この方法の詳細，仮定・近似については文献[10]を参照されたい．

さて，乱流の応答函数 G は過去の状態が現在にどれだけ影響を与えるかという履歴の情報を担っている．応答函数の時間積分を波数積分とは独立に行う近似では

$$\tau = \int_{-\infty}^{t} \mathrm{d}t' G(\mathbf{x}; t, t') \tag{32}$$

となり，乱流の時間スケールを与える．一方，エネルギー・スペクトル函数の波数積分はエネルギーを与えるので，式(29)は式(22)あるいは式(25)と対応する．すなわち，式(29)は混合距離理論などによる簡単な表現の一般化となっている．

応答函数とスペクトル函数の時間及び波数積分を含む式(29)-(31)の表式は輸送係数の表現として複雑に過ぎ，必ずしも実用的ではない．そこで，実空間の一点物理量を用いて輸送係数の表現をモデル化し代用することを考える．式(32)を用いて，式(29)-(31)の表式を

$$\beta = C_\beta \tau \langle \mathbf{u}'^2 + \mathbf{b}'^2 \rangle / 2 \equiv C_\beta \tau K, \tag{33}$$

$$\alpha = C_\alpha \tau \langle -\mathbf{u}' \cdot \omega' + \mathbf{b}' \cdot \mathbf{j}' \rangle \equiv C_\alpha \tau H, \tag{34}$$

$$\gamma = C_\gamma \tau \langle \mathbf{u}' \cdot \mathbf{b}' \rangle \equiv C_\gamma \tau W \tag{35}$$

のように簡略化する（C_β，C_α，C_γ：モデル定数）．すなわち，式 (28) 中の β，α，γ といった輸送係数は，乱流の時間スケール τ と結びついた乱流 MHD エネルギー K，乱流残留ヘリシティ H，乱流クロス・ヘリシティ W という一点乱流統計量でそれぞれモデル化される．これらの乱流統計量の発展方程式も同時に考えることで，自己無撞着な乱流ダイナモ・モデルを構成し，実現象に適用することが可能となる．この点については第2.5.1節で説明する．

2.4　ダイナモ効果の物理的起源と検証

2.4.1　ダイナモ効果の直感的理解

ダイナモ効果の起源を直感的に理解するためには，ゆらぎ場の発展方程式中の対応する項に戻り，その物理的意味を考えるとよい．もちろんこのような議論では，しばしばあるひとつの項だけを取り出し，また時空の非局所性も無視している．このため実際の効果とは違う結果を導く可能性もある．しかしその点を留保しつつ議論すれば，ダイナモ効果の物理的起源について示唆に富んでいる．ここではアルファ効果とクロス・ヘリシティ効果のみについて見ていく．さらに詳しい議論は文献[10]を参照されたい．

運動ヘリシティ効果

図 2 のように流体要素が平均磁場 $\mathbf{B}$ 中でゆらいでいるとする．乱流場に正のヘリシティが存在すると仮定すると，速度ゆらぎと渦度ゆらぎは統計的に同じ向きにそろっていることになる（**図 2**）．正の乱流ヘリシティすなわち渦度に付随する右ねじ回りの流体運動が存在する．ここで，式(7)の第 3 項に対応して，平均磁場の向きに沿って変化する速度ゆらぎがあるとその速度の向きに磁場ゆらぎ $\delta\mathbf{b}' = \tau(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{u}'$ が誘起される．ヘリシティが存在する場合は，平均磁場の方向に沿って渦度ゆらぎに付随する速度ゆらぎが変化する．このため，正の乱流ヘリシティの場合は磁場ゆらぎ $\delta\mathbf{b}'$ が**図 2** の方向に誘起される．この効果による乱流起電力 $\langle \mathbf{u}' \times \delta\mathbf{b}' \rangle$ は，元の磁場 $\mathbf{B}$ と反平行となる．乱流場に存在するヘリシティが負のときは，元の磁場と同じ向きの起電力となる．この磁場に平行な起電力を生成するメカニズムが，Parker が考えたサイクローン的な乱流による磁場生成，すなわちアルファ効果の本質である[11]．

電流ヘリシティ効果

同じく平均磁場 $\mathbf{B}$ の中で，乱流場に正の電流ヘリシティがある場合($\langle \mathbf{b}' \cdot \mathbf{j}' \rangle > 0$)を考える（**図 3**）．低磁気 Reynolds 数流れでは磁場ゆらぎ自体が誘起されないため電流ヘリシティの効果もない．しかし，一般に高磁気 Reynolds 数となる天文・宇宙物理学現象では，この電流ヘリシティの効果は無視できない．さて，正の電流ヘリシティのため，磁場ゆらぎと電流密度ゆらぎは統計的に平行にそろう（**図 3**）．上述の運動ヘリシティ効果と同じ議論が可能だが，ここではゆらぎの Lorentz 力で議論する．電流密度ゆらぎ $\mathbf{j}'$ と平均磁場 $\mathbf{B}$ によるゆらぎ Lorentz 力のため，速度ゆらぎ $\delta\mathbf{u}' = \tau\mathbf{j}' \times \mathbf{B}$ が誘起される．乱流場の電流ヘリシティが正の場合，速度ゆらぎ $\delta\mathbf{u}'$ と磁場ゆらぎ $\mathbf{b}'$ による乱流起電力 $\langle \delta\mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle$ は元の平均磁場 $\mathbf{B}$ と平行な起電力になる（**図 3**）．負の電流ヘリシティの場合は平均磁場に反平行な寄与となる．乱流場中に運動ヘリシティと同符号の電流へ

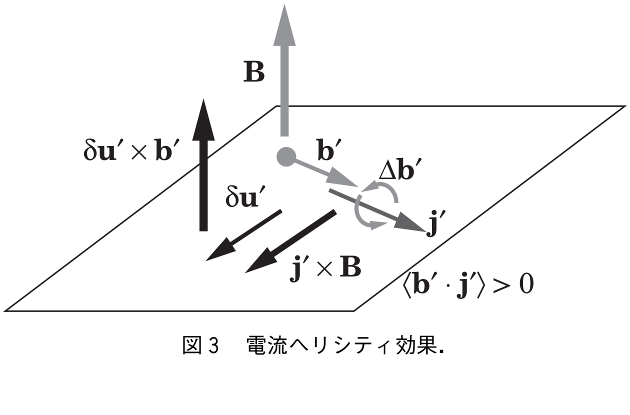

図 3　電流ヘリシティ効果.

リシティが存在すると，両者は打ち消し合うようにはたらき，アルファ効果が弱められることになる．これがPouquetらによるアルファ効果に対する補正に対応する[5].

クロス・ヘリシティ効果

図4のように流体要素が平均渦度場Ω中でゆらいでいるとする．乱流場に正のクロス・ヘリシティが存在すると仮定すると，速度ゆらぎと磁場ゆらぎは統計的に同じ向きにそろっている（**図4**）．渦度中を$\mathbf{u}'$で運動する流体要素は局所的な角運動量保存のためCoriolis的な力を受け，その方向に速度$\delta\mathbf{u}' = \tau\mathbf{u}' \times \Omega$が誘起される．この誘起された速度$\delta\mathbf{u}'$と（元の$\mathbf{u}'$に平行な）磁場ゆらぎ$\mathbf{b}'$による乱流起電力$\langle \mathbf{u}' \times \delta\mathbf{b}' \rangle$は平均渦度に平行な起電力となる（**図4**）．乱流場のクロス・ヘリシティが負のときは渦度と反平行な起電力となる．すなわち，速度＝磁場相関の存在する乱流では，平均渦度（あるいは回転角速度）によるCoriolis力（すなわち局所的な角運動量の保存）の効果で，平均渦度（回転角速度）に平行に乱流起電力が生じる[10].

2.4.2　直接数値計算による検証

前節までは，乱流解析によって平均磁場の誘導方程式に現れる乱流起電力をどう表現するかを議論してきた．特に平均速度が非一様性な場合，ゆらぎの速度＝磁場相関である乱流クロス・ヘリシティが乱れ中に存在すると平均渦度と結びついて乱流起電力に寄与することが示された．このクロス・ヘリシティ効果がアルファ効果などの他の効果と比較してどの程度有効かは，乱流場にどれだけクロス・ヘリシティが存在するかで決まる．

平均速度の非一様性が乱流ダイナモに与える影響のひとつの例として，平均磁場を伴うKolmogorov流の直接数値計算を紹介する[12]．Kolmogorov流はボックスの一方向に不均一な強制外力を課し速度シアを実現した乱流である（**図5**上）．一方向のみに非一様で，他の二方向は一様である．この速度シアによって強い乱流状態が維持されている．ここではさらに非一様方向に対して外部から磁場を課し，直接数値計算によって，乱流起電力そのものと乱流起電力のモデルの各項との非一様方向の空間依存性を比較した．

図5下がその結果である．この設定の流れでは，アルファ効果の項$\alpha\mathbf{B}$はほとんど無視しうるほど小さい．乱流磁気拡散の項$\beta\mathbf{J}$とつりあって乱流起電力を構成しているのは乱流クロス・ヘリシティの項$\gamma\boldsymbol{\Omega}$である．この流れ場では外力によって維持されている平均速度勾配が乱流クロス・ヘリシティの生成に寄与し，相対的に大きなクロス・ヘリシティ効果を導いている．乱流クロス・ヘリシティや乱流残留ヘリシティの生成機構については第5節で議論する．

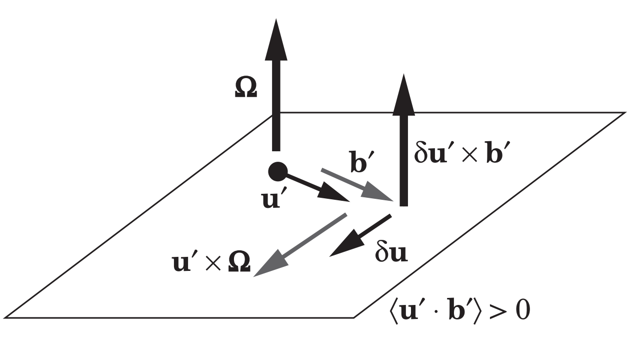

図4　クロス・ヘリシティ効果.

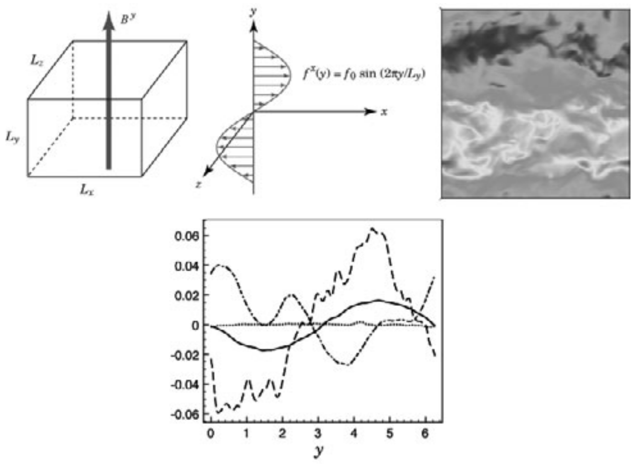

図5　Kolmogorov流：(上)設定，強制外力，流れ函数の等高線．(下)乱流起電力とダイナモ・モデルの比較：——，$\langle u' \times b' \rangle$；……，$\alpha$B；－－，$\beta$J；－・－，$\gamma\Omega$．

この直接数値計算の結果で興味深いのは，クロス・ヘリシティ効果を考えに入れない場合，「アルファ効果は乱流起電力を説明できず，平均場あるいは乱流ダイナモ・モデルは有効ではない」という結論に導かれることである．例えば，液体ナトリウムを用いたある種のダイナモ実験では乱流起電力が実験的に測定され，アルファ効果や乱流磁気拡散の効果と比較され，アルファ効果では乱流起電力を説明できないことが示されている[13]．しかし，平均の流れ場が存在するような実験設定では，クロス・ヘリシティも同時に測定し，その効果の有用性も議論することが俟たれる．

2.5　乱流モデル的アプローチ

2.5.1　乱流ダイナモ・モデル

輸送係数は乱流場の性質を反映している．乱れが時空発展すれば輸送係数もそれに応じて変化する．乱流輸送によって平均場の発展が規定され，平均場が発展するとそれに応じて乱流場も変化する．この非線型のダイナミクスを自己無撞着に解析するためには，平均場と乱流場の双方向の相互作用を同時に解く必要がある．

式(33)-(35)からわかるように，ダイナモの輸送係数は乱流エネルギーK，乱流残留ヘリシティH，乱流クロス・ヘリシティWと直接的に関連づけられる．そこで，K, H, Wの発展方程式を考えることで，輸送係数の時空発展を調べることができる．その発展は平均場とその非一様性に依存するので，平均場と乱流場は非線型のダイナミクスに従って発展していく．

乱流エネルギーKと乱流クロス・ヘリシティWの発展方程式は，それぞれの総量$\int_V (\mathbf{u}^2 + \mathbf{b}^2)/2 dV$と$\int_V \mathbf{u}\cdot\mathbf{b} dV$とが電磁流体方程式の保存量であることを反映して，きわめて簡単な形で書かれる．

$$\frac{DG}{Dt} = P_G - \epsilon_G + T_G \tag{36}$$

ここで，P_G，ϵ_G，T_G は物理量 $G = (K, W)$ の生成率，散逸率，輸送率であり，それぞれ

$$P_K = -\langle u'^a u'^b - b'^a b'^b \rangle \frac{\partial U^b}{\partial x^a} - \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \cdot \mathbf{J}, \tag{37a}$$

$$\epsilon_K = \nu \left\langle \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \right\rangle + \eta \left\langle \frac{\partial b'^b}{\partial x^a} \frac{\partial b'^b}{\partial x^a} \right\rangle (\equiv \epsilon), \tag{37b}$$

$$T_K = \mathbf{B} \cdot \nabla W + \nabla \cdot \mathbf{T}'_K, \tag{37c}$$

$$P_W = -\langle u'^a u'^b - b'^a b'^b \rangle \frac{\partial B^b}{\partial x^a} - \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \cdot \mathit{\Omega}, \tag{38a}$$

$$\epsilon_W = (\nu + \eta) \left\langle \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \frac{\partial b'^b}{\partial x^a} \right\rangle, \tag{38b}$$

$$T_W = \mathbf{B} \cdot \nabla K + \nabla \cdot \mathbf{T}'_W \tag{38c}$$

で定義される．式 (37c) と式(38c) は境界からの流束に対応する輸送項であるが，その詳細についてここでは割愛する．

さて，式(37a) は乱流エネルギーの生成率であり，Reynolds 応力と平均速度歪み（速度シアの対称部分）$\mathcal{S}$，および乱流起電力と平均電流密度（磁場シアの反対称部分）$\mathbf{J}$ が結合することで乱流エネルギーが生成されることを示している．Reynolds 応力のモデル化として渦粘性表現 ($\mathcal{R}^{ab} \simeq -\nu_{\mathrm{T}} \mathcal{S}^{ab}$)，乱流起電力のモデル化として乱流磁気拡散（$\mathbf{E}_{\mathrm{M}} \simeq -\beta \mathbf{J}$）をそれぞれ主要項として用いると，それらから乱流エネルギー生成への寄与は

$$P_K \simeq +\nu_{\mathrm{T}} \mathcal{S}^2 + \beta \mathbf{J}^2 \tag{39}$$

となる．第 1 項は速度シアによる，第 2 項は Joule 加熱による乱流生成を表している．

同様に，式(38a) は乱流クロス・ヘリシティの生成率を表し，Reynolds 応力と平均磁場歪み（磁場シアの対称部分）$\mathcal{M}$，および乱流起電力と平均渦度（速度シアの反対称部分）$\mathit{\Omega}$ が結合することで，乱流クロス・ヘリシティが生成されることを示している．エネルギーの場合と同様に，主要な寄与は

$$P_W \simeq +\nu_{\mathrm{T}} \mathcal{S} \cdot \mathcal{M} + \beta \mathbf{J} \cdot \mathit{\Omega} \tag{40}$$

と表される．第 1 項は平均速度歪みと平均磁場歪みの結合が，第 2 項は平均電流密度と平均渦度の結合が乱流クロス・ヘリシティ生成にとって重要なことを示す．

乱流エネルギーや乱流クロス・ヘリシティの場合と違って，乱流残留ヘリシティ H の発展方程式を簡単な形で表すことはできない．これはそもそも運動ヘリシティ総量 $\int_V \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \mathrm{d}V$ や電流ヘリシティ総量 $\int_V \mathbf{b} \cdot \mathbf{j} \mathrm{d}V$ が電磁流体方程式の保存量ではないことと関連している．ゆらぎ場の方程式から乱流残留ヘリシティの発展方程式を構成できる [14]．その形は大変複雑で実用的でない．もう少し簡便な形として，

$$\begin{aligned} \frac{DH}{Dt} &= C_{\mathrm{HR}} \frac{K}{\epsilon} \langle \mathbf{u}'^2 - \mathbf{b}'^2 \rangle \left(\mathcal{M}^{ab} \frac{\partial J^b}{\partial x^a} - \mathcal{S}^{ab} \frac{\partial \mathit{\Omega}^b}{\partial x^a} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial \langle u'^a u'^b - b'^a b'^b \rangle}{\partial x^a} \mathit{\Omega}^b - C_{\mathrm{HB}} \frac{\epsilon^2}{K^3} \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \cdot \mathbf{B} \\ &\quad - \epsilon_H + \nabla \cdot \mathbf{T}_H \end{aligned} \tag{41}$$

の形の発展方程式を考えることができる [15]．右辺第 1 項から第 3 項までは乱流相関と平均場の非一様性が組合わさることで生じる乱流残留ヘリシティの生成率である．第 1 項は乱流残留エネルギー，すなわち乱流運動エネルギーと乱流磁場エネルギーの差があると残留ヘリシティも作られることを表している．第 2 項と第 3 項は Reynolds 応力と乱流起電力からの寄与を表している．第 4 項は残留ヘリシティの散逸率

$$\epsilon_H = -2\nu \left\langle \frac{\partial u'^b}{\partial x^a} \frac{\partial \omega'^b}{\partial x^a} \right\rangle + 2\eta \left\langle \frac{\partial b'^b}{\partial x^a} \frac{\partial j'^b}{\partial x^a} \right\rangle \tag{42}$$

であり，何らかのモデル化が必要である．例えば，H を時間スケール τ で割った代数的モデルを採用すると

$$\epsilon_H = C_{\mathrm{H}} \frac{H}{\tau} = C_{\mathrm{H}} \frac{\epsilon}{K} H \tag{43}$$

となる．第 5 項は発散の形で書かれていることからわかるように輸送率であり

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{T}_H &= \nabla \cdot \left[-\frac{1}{2} \langle \mathbf{u}'^2 \rangle \mathit{\Omega} + \frac{\nu_{\mathrm{K}}}{\sigma_{\mathrm{H}}} \nabla H \right] \\ &= -\mathit{\Omega} \cdot \nabla \langle \mathbf{u}'^2 \rangle / 2 + \nabla \cdot \left(\frac{\nu_{\mathrm{K}}}{\sigma_{\mathrm{H}}} \nabla H \right) \end{aligned} \tag{44}$$

とモデル化される．このうち特に平均渦度 $\mathit{\Omega}$ の項は平均渦度方向の運動エネルギーの非一様性から生じる項で，運動ヘリシティを局在させる項として重要となる．

式(36) と式(41) で表現される輸送係数と直結した乱流統計量の発展方程式は，それぞれ生成項を含んでいる．それらは平均場の非一様性によって乱流場が生成し発展していくことを示している．

2.5.2 ダイナモの消失（Quenching）

平均速度を所与のものとすると，平均磁場の誘導方程式は磁場について線型である．もし $\mathbf{B}$ が方程式の解ならば $\mathbf{B}$ を何倍かしたものも解であり，磁場の大きさを決める内在的なメカニズムが存在しない．実際にはダイナモ作用で生成される磁場はどこかのレベルで飽和する．磁場が大きくなると運動量方程式中で Lorentz 力を無視できなくなるため，Lorentz 力はダイナモ作用を抑制するひとつの候補であろう．この飽和メカニズムの議論のひとつがクエンチングと呼ばれる消失機構である．最も簡単な表式では，アルファ効果の輸送係数である α を

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \mathbf{B}^2 / B_{\mathrm{eq}}^2} \tag{45}$$

のようにモデル化する（α_0：定数の α，B_{eq}：等分配磁場）．

これにより平均磁場が大きくなるとαの値は抑制されダイナモ作用が消失する．

しばしば議論されるダイナモ作用の消失に「破綻的消失」(catastrophic quenching) がある．運動論的ダイナモで磁場の凍結がよく成り立つ場合，ゆらぎ磁場と平均磁場の間に

$$\langle \mathbf{b}'^2 \rangle = Rm\ \mathbf{B}^2 \tag{46}$$

［$Rm (= UL/\eta)$：磁気 Reynolds 数］という関係が成り立つという議論を用い，式(45)の$\mathbf{B}^2$を小スケールのゆらぎ場$\langle \mathbf{b}'^2 \rangle$で置き換える．すると輸送係数$\alpha$は

$$\alpha = \frac{\alpha_{\mathrm{K}}}{1 + Rm\,\mathbf{B}^2/B_{\mathrm{eq}}} \tag{47}$$

と表されることになる（α_{K}：磁場に依らない定数としてのα係数）．天体・宇宙現象では磁気 Reynolds 数は巨大（太陽対流層で10^6-10^9，銀河で10^{18}）であるため，輸送係数αはきわめて小さくなる．したがって，アルファ効果で天体磁場を生成・維持することはできないという結論になる．ダイナモ作用が破綻的に阻害されるという意味で catastrophic という言葉が使われる．

式(34)でみたように，アルファ効果の輸送係数αは乱流残留ヘリシティHと直結する．したがって，アルファ効果の非線型平衡状態は残留ヘリシティ方程式の平衡状態として議論することができる．簡略化したHの発展方程式［式(41)］で乱流起電力による生成項，散逸項，輸送項がつりあう平衡状態は

$$-C_{\mathrm{HB}}\frac{\epsilon^2}{K^3}\mathbf{E}_{\mathrm{M}}\cdot\mathbf{B} - \epsilon_H + \nabla\cdot\mathbf{T}_H \simeq 0 \tag{48}$$

で与えられる．残留ヘリシティの散逸率［式(42)］を運動ヘリシティの散逸率と電流ヘリシティの散逸率とに分け，

$$\epsilon_H = -\frac{\alpha_{\mathrm{K}}/\tau}{\tau} + \eta\frac{\alpha/\tau}{\ell^2} \tag{49}$$

とモデル化する．この式の第2項のモデルでは（電流）ヘリシティの散逸率を，ヘリシティ伝達率としてのϵ_Hではなく，分子磁気拡散で決まる散逸率と想定しηを用いてモデル化している．ヘリシティ輸送方程式中のϵ_Hはむしろ慣性領域の乱流ダイナミクスで決まるヘリシティ伝達率であり，分子磁気拡散率と必ずしも直結するものではない．その意味で，式(49)のモデルはそれ自体注意して用いる必要がある．式(48)の乱流起電力の表式に式(28)を代入し，この式をαについて解くと

$$\alpha = \frac{\alpha_{\mathrm{K}} + \tau[\mathbf{J} - (\gamma/\beta)\Omega]\cdot\mathbf{B} + \tau^2\nabla\cdot\mathbf{T}_H}{1 + Rm\,\mathbf{B}^2/K} \tag{50}$$

を得る．この式は，(i)平均磁場が一様で平均電流密度が無視できる；(ii)大規模な渦運動が存在しない；(iii)乱流場にクロス・ヘリシティ（速度＝磁場相関）が存在しない；などの理由で(iv)乱流起電力中でアルファ効果以外は無視できる；(v)外部・内部境界を通して輸送されるヘリシティの流束$\mathbf{T}_H$が存在しない；これらの条件下では式(47)に簡単化される．換言すると，輸送係数の発展方程式という視点から見た場合，散逸，乱流場，平均場，ダイナモ・モデル，境界などについてかなり簡単な設定をおいた場合に破綻的消失が生じると考えられる．

2.6　おわりに

通常の平均場ダイナモ理論・モデルでは，乱流の扱いにいくつもの制約がある．平均磁場の誘導方程式では最も重要と考えられている平均流れの非一様性が，乱流場の取り扱いではほとんどの場合はじめから無視されている．その結果，乱流起電力の表現として平均磁場とその微分の線型函数というきわめて制限の強い表現［式(6)］が採用される．この扱いは，磁場の運動量への作用の無視（運動論的ダイナモ），輸送係数のパラメータとしての扱い，非圧縮性の仮定など，平均場ダイナモ理論が現実的に含んでいるさまざまな仮定・近似と表裏の関係になっている．そのような制約は，乱流によるダイナモ作用にとって決して内在的なものではない．「平均場ダイナモ」ではなく「乱流ダイナモ」という言葉を使うことで，本来の乱流によるダイナモ作用が持つ豊かな内容を表現することができる．本章ではその全てについて触れることはできなかったが，そのような乱流ダイナモの理論・モデルは，少なくとも，流れの非一様性，輸送係数の時空発展，平均場と乱れ場の非線型相互作用，運動量方程式の Reynolds 応力および乱流 Maxwell 応力の的確な表現などを適切に含んでいる必要がある[10]．

参 考 文 献

［1］T.G. Cowling, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **94**, 39 (1933).
［2］E. Bullard and H. Gellman, Phil. Trans. Roy. Soc. London A **247**, 213 (1954).
［3］M. Steenbeck *et al.*, Zeitschrift Naturforschung A **21**, 369 (1966)
［4］A. Brandenburg and K. Subramanian, Phys. Rep. **417**, 1 (2005).
［5］A. Pouquet *et al.*, J. Fluid Mech. **77**, 321 (1976).
［6］横井喜充他：乱れと流れ（培風館，2008）第1章，pp. 3-50.
［7］R.H. Kraichnan, J. Fluid Mech. **5**, 497 (1959).
［8］A. Yoshizawa, Phys. Fluids **27**, 1377 (1984).
［9］A. Yoshizawa, Phys. Fluids B **2**, 1589 (1990).
［10］N. Yokoi, Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. **107**, 114 (2013).
［11］E.N. Parker, Astrophys. J. **122**, 293 (1955).
［12］N. Yokoi and G. Balarac, J. Phys. Conf. Ser. **318**, 072039 (2011).
［13］K. Rhabarnia *et al.*, Astrophys. J. **759**, 80 (2012).
［14］A. Yoshizawa, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 124 (1996).
［15］N. Yokoi *et al.*, J. Turb. **9**, N37 (2008).

横井喜充（よこい のぶみつ）

東京大学生産技術研究所助教．博士（理学）．1984年東京大学法学部政治コース卒業（政治哲学）．1995年東京大学大学院理学系研究科物理学専攻修了．同年東京大学生産技術研究所助手，2007年より現職．おもな研究分野は乱流およびダイナモ理論．著書に『乱流の数値流体力学　モデルと計算法』（東京大学出版会，共著），『乱れと流れ』（培風館，共編）がある．趣味はボクシング（アマチュア日本選手権ミドル級２位（1981年），３位(1983年)），ジャズ・落語鑑賞．家族は妻と娘．

J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.10 (2015) 676‐682

講座 MHD ダイナモ：流れによる磁場の自発的形成

3．地球ダイナモ研究のこれまでとこれから

3. Geodynamo Simulation in the Past, Now, and Future

宮 腰 剛 広，陰 山 聡[1)]

MIYAGOSHI Takehiro and KAGEYAMA Akira[1)]

海洋研究開発機構地球深部ダイナミクス研究分野，[1)]神戸大学大学院システム情報学研究科

（原稿受付：2015年 7 月30日）

地球内部の大部分を占めるマントル層の下には外核と呼ばれる液体鉄の領域がある．液体鉄は電気伝導性の流体なので，外核の流れと磁場は磁気流体力学（MHD）方程式に従う．この液体鉄を媒質とした MHD ダイナモ過程により，地球磁場（地磁気）が作られている．長い歴史をもつ地磁気の研究は，計算機シミュレーションの手法が導入された1990年代半ば，飛躍的に発展し，その後もスーパーコンピュータの進歩に伴って着実に進歩してきた．MHD システムとしての地球外核の特徴の一つは，地球の回転（自転）が流れに及ぼす影響の強さである．その強さは Ekman 数とよばれる無次元量で示される．本章では，地球ダイナモの特徴を概観し，シミュレーションで実現された Ekman 数の漸進という視点からまとめた地球ダイナモシミュレーション研究の成果を紹介する．

Keywords:

geomagnetic field, core, geodynamo, MHD, numerical simulations

3.1 はじめに

地球は固有の磁場（地磁気）をもつ．その磁場は，地球中心におかれた約 8×10^{22}[Am^2]の双極子モーメントがつくる双極子磁場でよく近似される．地磁気の強さは，地表で O(10^{-5})T（テスラ）程度と弱いので，日常生活では地磁気の存在を意識することはあまりないが，宇宙空間に遍在する荷電粒子（プラズマ）は地磁気によって大きな影響を受ける．そのため，地球の周囲には地磁気の影響により地球磁気圏が形成されている．地磁気は地球の生命環境にも影響を及ぼしているのは間違いない．地磁気が一種のシールドとなり，太陽風や荷電宇宙線が地球を直撃することを防いでいるからである．ある惑星が固有磁場をもつかどうかは，その惑星のハビタブル性（生命居住可能性）の重要な要因であろう．

地球が形成されて以来，約46億年の歴史の中で，ほとんど常に地球は磁場をもっていたらしい．これは岩石に残された過去の地磁気の記録から確かめられている．後述するように地磁気の起源は地球内部の金属層（コア）にある．コアの電気抵抗とサイズに基づいて概算すると，コア内部の磁場の拡散時間は数万年程度である．1章で述べられたように，磁場の拡散時間と比較してそれよりも長い時間，磁場が維持されるのが MHD（Magnetohydrodynamics）ダイナモである．したがって地磁気が MHD ダイナモ機構によって生成されていることは間違いない．

3.2 MHD システムとしての地球外核

地表で測った地磁気が静磁場と仮定し，そのポテンシャルを球面調和関数で展開すると，地磁気の起源が（電離層などの上空ではなく）地球内部にあることが確認できる．これを最初に示したのは数学者のガウスである．そこでまずは地球の構造を概観してみよう．

地球の半径は約 6370 km である．このうち主に金属（鉄）から成るコア（核）が中心から約 3480 km を占め，その外側を岩石からなるマントルが取り囲んでいる．表面を覆う地殻は数十 km 程度の厚さである（**図 1**）．ゆで卵にたとえると，黄身がコア，白身がマントル，地殻が殻に相当する．コアはさらに内核と外核という 2 層にわかれており，内核が固体，外核が液体の鉄から構成されている．地球が誕生し，核が形成された直後には内核は存在せず，地球の冷却が進むにつれて，徐々に形成されて大きくなってきた．現在，内核の半径はコアの半径（＝外核半径）の約35％である．

地球内部が高温である一方，宇宙空間は冷たいので，マントルは半径方向に強い温度勾配をもっている．マントルは岩石，つまり通常の時間スケールでは固体であるが，長い時間スケールで見れば流れる．つまり流体である．（氷河をみればわかるとおり，流れる固体は珍しいものではない．）マントルの熱伝導率と粘性率から評価したレイリー数（熱対流不安定性の無次元指標）は約10^7と極めて高いため，マントルは熱対流運動をしている．このマントル対流のため，コアの熱が外部に効率的に運ばれ，コアにも半径方向の熱勾配が生じている．そのため外核の液体鉄も熱対

JAMSTEC, Yokohama, KANAGAWA 236-0001, Japan

[1)]Kobe University, Kobe, HYOGO 657-8501, Japan

authors' e-mail: miyagoshi@jamstec.go.jp, kage@port.kobe-u.ac.jp

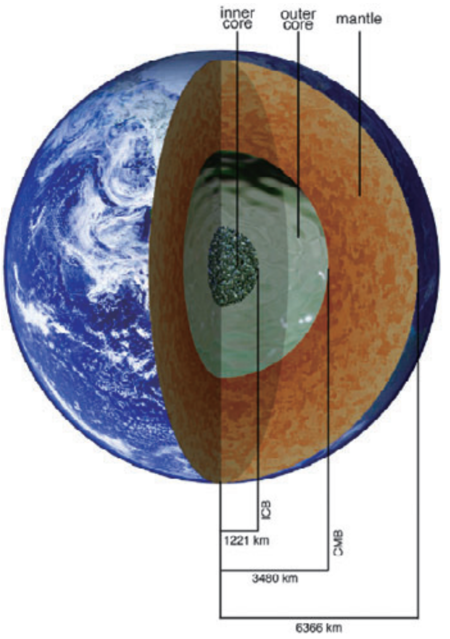

図１　地球内部の構造（参考文献[2]より転載）．

流モードに対して不安定になり得る．外核には放射性元素や内核の固化による潜熱などの熱源があり，それに加えて，流体の組成が原因となる対流（組成対流）も起きていると考えられている．組成対流とは，外核内に少量含まれている鉄以外の軽元素に起因する対流である．コアの温度は3600度以上[1]と考えられており，これは鉄のキュリー温度よりも高いため，コアの磁性は考えなくてよい．地球の中心に永久磁石があり，それが地磁気を作っている可能性は当然ない．

現在の地磁気は，北極にＳ極，南極にＮ極があるが，古地磁気学的記録から，過去にはこの極性が逆だった時期もあったこと，またそのような極性の反転を，過去幾度となく繰り返してきたことがわかっている．極性反転の周期は，（太陽の場合はほぼ11年で一定であるのとは対照的に）一定ではない．最近500万年程度で無理に平均をとれば，数十万年程度に１回，地磁気の極性は反転している（一番最近の反転は約80万年前である）．反転に要する時間は数千年と推測されている．これは，人間の時間スケールから見れば長いが，地球科学的な時間スケールと比べると極めて短い．このような特徴をもつ磁場極性の反転がどのようにして起こるのかはまだ充分に理解されていない．地磁気研究の最終目標の一つがこの逆転の物理機構解明である．

外核内の流体鉄は電気伝導性をもつ流体，即ち MHD 流体である．第１章で述べた MHD ダイナモ過程により，外核の対流運動エネルギーが磁気エネルギーに変換され，地磁気が形成・維持されていると考えられている．

地球ダイナモ過程を考察する上で重要な無次元パラメータの一つが磁気レイノルズ数 $Rm = VL/\eta$（V：対流速度，L：システムサイズ，η：磁気拡散率）である．これは磁場の誘導方程式の，散逸項 $\eta\nabla^2 B$ の大きさに対する誘導項 $\nabla\times(V\times B)$ の大きさの比である．ダイナモとなるためには，磁気レイノルズ数 Rm が少なくとも $\mathrm{O}(10^1)$ 以上が必要である．地球外核では $Rm = \mathrm{O}(10^3)$ 程度と考えられており[2]，磁場を生成・維持することが可能なくらい大きな値である．ちなみに液体金属を用いたダイナモの実験が非常に難しいのは，この磁気レイノルズ数をダイナモが発生するほど充分に大きくできないことが主な理由である．実験室では系の大きさ L が外核サイズに比べて遥かに小さいので，その分を対流速度 V で稼がなくてはいけないが，実験室と外核サイズの大きさのギャップを埋めるほどに V を大きくすることは非常に困難である．

地球ダイナモ過程は本質的に非線形問題であるため，解析的に解を求めることはできない．そこで計算機シミュレーションが重要となる．MHD 方程式を数値的に直接解く地球ダイナモの計算機シミュレーションが行えるようになったのは1990年代半ばからである．外核の流体鉄は水と同程度の粘性率をもち，そのレイノルズ数は $\mathrm{O}(10^9)$ である[2]．つまり外核は乱流状態になっているのは間違いないであろう．これほど大きなレイノルズ数の直接数値シミュレーションは現在のスーパーコンピュータでも不可能である．

MHD システムとして見た地球外核の特徴のもう一つは，地球の自転の影響の強さである．地球と共に回転する座標系で見ると，外核の MHD 流体にはコリオリ力がはたらいているようにみえる．（遠心力は重力に比べて弱いので無視できる．）運動方程式の中での，粘性力とコリオリ力の比として定義した無次元数を Ekman 数と呼ぶ．地球外核の Ekman 数は，$\mathrm{O}(10^{-15})$ である．つまり外核内のダイナミクスは地球の自転の影響を極めて強く受けている．この Ekman 数の値は外核の液体鉄の分子粘性に基づいて評価したものであり，実際には乱流による渦粘性が実効的な粘性率を決めている可能性が高いが，それを考慮しても Ekman 数は $\mathrm{O}(10^{-9})$ と評価されており[e.g., 3]，それでも非常に小さい値である．Ekman 数が小さい系では，流れの空間スケールが小さくなる．磁場が強くなると荷電粒子のラーモア半径が小さくなるのと同様に，コリオリ力 $(2\rho V\times\Omega)$（ρ：密度，Ω：回転角速度ベクトル）が強くなると，発生する渦構造が小さくなる傾向があるためである．したがって，低い（つまり現実の外核に近い）Ekman 数の計算は高い空間解像度が求められるため，数値計算が難しくなる．また，液体鉄の磁気 Prandtl 数 Pm（動粘性率／磁気拡散率を表す無次元パラメータ）は $Pm = \mathrm{O}(10^{-6})$ とこれも非常に小さな値をもつことも外核 MHD の特徴である．

回転流体系における流れの一つの重要な性質をここで述べておく．ある流体を角速度 Ω で回転する座標系でみたときにその流れが定常状態になっていたとする．簡単のため，流体は非圧縮・非粘性で，流れの非線形項は他の項に比べて無視できるほど小さいと仮定する．このとき，コリオリ力と圧力勾配が釣り合っている：$2\rho V\times\Omega - \nabla p = 0$．この両辺の curl を取り，さらに連続の式 $\nabla\cdot V = 0$ を使用すると，$(\Omega\cdot\nabla)V = 0$ となる．つまり，回転軸方向に流れが一様になる．これを Taylor-Proudman の定理という．圧縮性の流体であっても，また非定常状態であっても，系の回転速度が十分に高い場合，流れは「Taylor-Proudman的」，即ち回転軸方向に揃う傾向がみられる．この性質は回転系の

ダイナモ機構を理解する上で重要となる．

3.3　地球ダイナモシミュレーション

地球ダイナモシミュレーションとは，地球外核を計算対象とし，回転する座標系の下で MHD 方程式を数値的に解くことで地磁気の起源解明をめざす研究手法である．上述したように本格的な地球ダイナモシミュレーションは1990年代半ばに始まった．その後，この20年間で，地球ダイナモシミュレーションによって様々な成果が得られたが，その全てをここで紹介するわけにはいかないので，ここでは，「Ekman 数の漸進」という視点からその進展をまとめよう．

計算機シミュレーションの手法により，3次元の MHD 方程式を数値的に解くことができるようになる以前は，磁場から流れ場へのローレンツ力によるフィードバックを無視した近似をしたり（キネマティックダイナモモデル），3次元的な流れがもつ効果を α 係数や ω 係数として取り込んだ2次元計算を行うなど，問題を簡単化した取り扱いがなされていた．

したがって3次元 MHD シミュレーションが可能となったときに最も興味深い問題は，「双極子磁場の生成や，その逆転は果たして MHD 方程式に内在する性質なのであろうか？それともそれ以外の要因（マントルの存在など）が不可欠なのであろうか？」というものであった．

1990年代半ばのスーパーコンピュータの性能では，計算で実現できるEkman数はせいぜい $O(10^{-4})$ であった．しかし，これほど「大きな」Ekman 数でも，高速回転 MHD 系としての外核の基本的な特徴は捉えることができた．たとえば，上述の Taylor-Proudman 的な流れの性質，即ち対流構造が自転軸方向に一様化されるという性質が現れ，その結果，対流胞が自転軸方向にまっすぐ伸びた円柱状の構造（対流柱構造）をもつことが確認された．この対流柱はテーラー柱（Taylor column）とも呼ばれる．回転球殻対流系におけるこのような円柱状対流構造は1970年代から Busse が線形計算で予測していたものであり[4]，後には実験でも実証した[5]．したがって Busse column とも呼ばれる．Busse 等の実験は水を使って行われたので，このような円柱状対流構造のもつ MHD 効果については計算機シミュレーションの登場を待つしかなかった．そして計算機シミュレーションにより，このような円柱状対流胞の集まりを流れの基本構造とした MHD ダイナモが確かにおきること，そして，それが双極子磁場の発生を生むことが確認された[6]．**図2**はそのシミュレーション結果の一例である．青と赤の柱状の面は渦度の回転軸方向成分（それぞれ正と負）を表し，これらの対流柱の周りを回るように対流運動が生じている．その流れの向きは真上（北極側）から見た場合，青の対流柱では反時計回り（地球の自転方向と同じ），赤は時計回りである．線は磁力線を，矢印は流れ場を表している．磁力線上の色で赤い所は，運動エネルギーから磁気エネルギーの変換率を表す $-V\cdot J\times B$ の値が大きい部分を表している．この図から，対流柱の谷間に位置する内核方向への流れにより，磁力線が引き込まれ大きく変形し「く」の字型になっていることがわかる．ここでは，磁力線にはまっすぐになろうとする磁気張力が働いているが，それに逆らって対流運動が磁力線を内核方向へ押し込んでいるため，ここで対流の運動エネルギーが磁気エネルギーに変換されている（磁力線の赤い部分）．この過程で磁場が増幅および維持されている（ダイナモ）．この対流場により，コア内の全磁気エネルギーは全対流エネルギーより数倍大きい所まで増幅され，維持される．

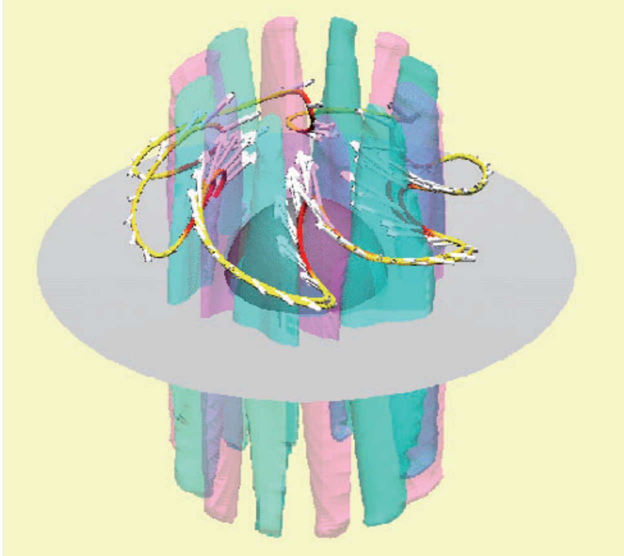

図2　Ekman数 $O(10^{-4})$ の場合のシミュレーション結果[6]．青と赤の面はそれぞれ渦度の回転軸方向成分が正と負の等値面を表す．線は磁力線を，矢印はそこでの流れ場を表す（参考文献[6]より転載）．

さらに，このような対流場は自発的に双極子磁場を形成することも明らかになった．**図3**は，どのようにして双極子磁場が形成されるのかのメカニズムを説明したものである．**図3**(a)は北半球における対流柱を表している．最初に，対流柱内部の回転軸方向の流れはどのようになっているかを考える．Taylor-Proudman 定理を導出した時と同様に，対流柱ではコリオリ力と圧力勾配がほぼ釣り合っているとすると，北極側から見て反時計回りの対流渦では，対流柱の中心から外向きにコリオリ力が働いているので，対流柱内は相対的に気圧が低い．そこでこのような対流柱を低気圧柱と呼ぶ．北極側から見て時計回りの対流渦では，同様にして高気圧柱となっている．低気圧柱では，圧力が周囲より低いため，南北両端から吸い込む流れが生じる．つまり極側から赤道に向かう軸方向の流れが発生する．高気圧柱では，圧力が高いため，逆に南北両端から吐き出す流れが発生し，赤道から極側へ向かう軸方向の流れが発生する．**図3**(a)の対流柱内の白抜き矢印はこれらの流れを示したものである．さて，この流れと対流渦の流れの元で，図にあるようなコア内で閉じる（経度方向円環状の）磁力線（トロイダル磁場）が流れ場によってどのような変形を受けるかを考えると，**図3**(a)の1→2→3のようになることがわかる．磁力線は内核側に引き込まれつつ，回転軸方向に引き延ばされる．南半球においても逆向きの磁力線について同様のことを考えると，変形した磁力線の全体像

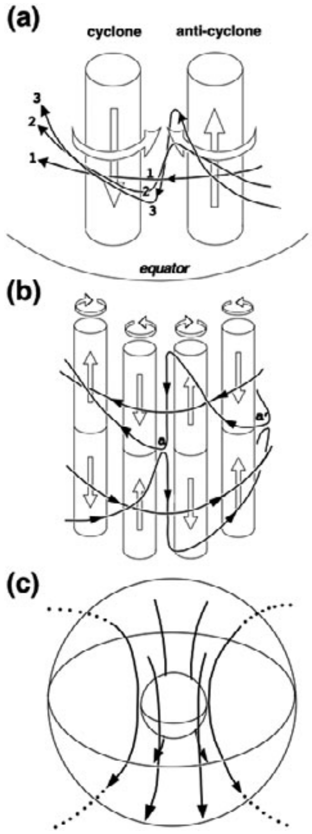

図３　柱状対流のもとでのダイナモとダイポール磁場形成のメカニズム[6]（図は参考文献[6]より転載）．

は**図３**(b)のようになる．すると，a や a'の場所では反平行成分をもつ磁場が赤道付近で接することになり，ここで磁気リコネクションが起こる．その結果，**図３**(c)のように双極子磁場が形成される．

図３(a)では，最初に南北両半球にそれぞれ逆向きのトロイダル磁場があることが仮定されているが，この磁場は ω 効果（第１章参照）で自然に生じるものである．経度方向の流れ成分に対して，経度方向の平均をとると，赤道付近に局在する西向きの流れ成分が存在する．この流れが ω 効果を生じさせる事により，**図３**(c)で形成されたコア外に延びる（南北方向の）磁場（ポロイダル磁場）を，赤道付近で磁力線が強く西向きに引き延ばす．北半球では西向きの，南半球では東向きの磁場が形成され，それは**図３**(a)(b)で仮定されているトロイダル磁場と同じ向きになる．このようにして，ポロイダル磁場→トロイダル磁場→ポロイダル磁場→……というサイクルが完成し，双極子磁場が発生・維持される．

この研究から約10年後，スーパーコンピュータの進展に伴い，Ekman 数を３桁ほど下げた $O(10^{-7})$ の計算が可能になった[7-9]．これらは渦粘性を仮定した場合の Ekman 数として見積もられている $O(10^{-9})$ という値にあと二桁程度まで迫ったモデルであり，おそらく今でも最も Ekman 数が低いモデルである．このモデルで新たにわかった低 Ekman 数の場合の対流構造やダイナモ機構について述べる．格子系には，球面全体を合同な二つの要素格子で覆うことにより，通常の球座標格子において極域付近での時間刻み幅が非常に小さくなってしまう計算上の不利を解消した，Yin-Yang grid[10]を用いており，解像度は $511\times514\times1538\times2$（経度方向に約2000格子）である．**図４**は，**図２**と同様に渦度の回転軸方向成分を示している．Ekman数が高かった**図２**の結果と比べると，対流の構造が大きく異なっていることがわかる．柱状の対流構造ではなく，動経方向に長く延びた構造になっており，また経度方向にもずっとモード数が大きくなっている．回転軸方向にはほぼ構造が変化しないため（**図４**の子午面），３次元的には薄いシート状の対流になる．さらにこのシートは，枝わかれしよりマントル側ではモード数が増加する．これも高 Ekman 数モデルでは見られなかった特徴である．実は，このようなシート状対流は，水を使った高速回転対流実験で観測されていた[7, 11]．実験での Ekman 数は $O(10^{-6})$ である．このシミュレーションは実験でみられたシート状の対流構造を計算機で初めて再現することに成功したものである．

また，このシート状対流は強いダイナモ作用をもつ．この対流下で，コア内の全磁気エネルギーは対流の全運動エネルギーよりも数倍大きいところまで増幅され維持される．ダイナモ作用によってコア内に流れる電流は，高 Ekman 数のモデルでは知られていなかった新しい構造を取ることが明らかになった．**図５**の左と中のパネルの青線はその電流構造を表している．小さな多数のコイル状の構造の集合から成ることがわかる．この一つのコイル構造を拡大して，電流構造と磁場構造をみると（**図５**右），コイル状の電流構造の中に束ねられて強くなった磁場の管（磁束管）が形成されていることがわかった．この構造は $j=\nabla\times B/\mu_0$（j：電流密度，B：磁束密度，μ_0：真空の透磁率）の関係からも理解することができる．この式より，磁束管の縁に強いコイル状電流が流れることがわかる．また，ダイナモ作用によって磁場が強く増幅されている場所

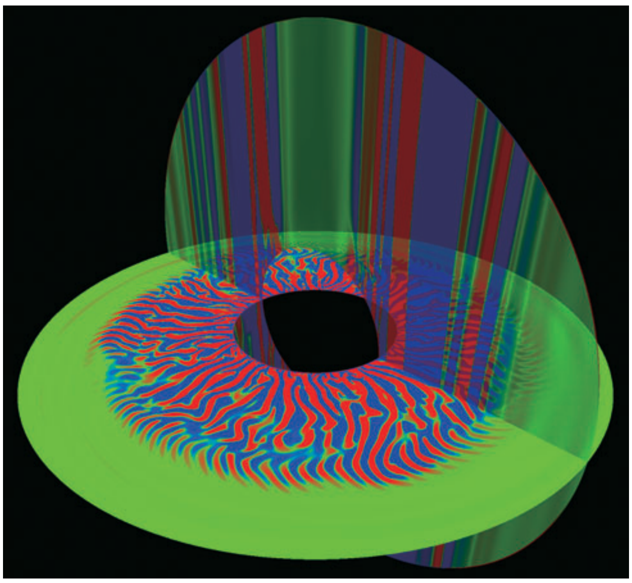

図４　Ekman 数 $O(10^{-7})$ の場合のシミュレーション結果[7]．赤道面および子午面上での渦度の回転軸方向成分（赤が正，青が負）を表す（図は参考文献[7]より転載）．

($-\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}$ が大きい場所）は，これらの電流コイル構造がある場所とほぼ一致することがわかった．さらに，磁場はシート状の対流によって，シートが延びている方向（回転軸と垂直な方向）に強く引き伸ばされることにより生じ（**図6**），そのようにして強められた磁場によって磁束管が形成されることがわかった．このように，低気圧柱と高気圧柱の間で生じる内核方向への引き込みにより磁場が増幅される高 Ekman 数のモデルと比べて，低 Ekman 数のモデルでは「シート状の対流」とそれによる「磁場の引き伸ばし」及び「磁束管の形成」が大きな特徴であり，磁束管形成に伴って高 Ekman 数ではみられなかったコイル電流構造が形成されることが明らかになった．

また，大局的な磁場の構造についてみてみると，形成された磁束管どうしはお互いに連結しており，**図7** (a)にあるようなヘリカルな構造をもつ，外核内を経度方向に1周するトロイダル磁場を形成している．このヘリカル磁場は赤道面を挟んで南北両半球にそれぞれ存在する．**図7** (a)の磁場で，赤くなっている部分が磁場の強い部分を表し，そこに磁束管とコイル電流が形成されている．詳しい説明は文献[9]に譲るが，シート状の対流においても対流柱の場合と同様に高気圧シートと低気圧シートが生じており，それらのシート内部に存在する回転軸方向の流れによってこのようなヘリカル磁場が形成されていることがわかった．このヘリカル磁場の内部においては（$\boldsymbol{j}=\nabla\times\boldsymbol{B}/\mu_0$ により）経度方向に電流が流れているが，この電流の向きは北半球と南半球で同じになる（**図7** (b)）．そのため（このモデルではダイポール磁場が卓越するところまでほど長くは計算できていないのだが)，この円環電流により最終的に強いダイポール磁場が形成されることが示唆される．このように，低 Ekman 数のシート状対流によるダイナモは，実際に強いダイナモ作用をもち，かつ双極子磁場を維持し得るような円環電流を発生させることが明らかになった．

3.4 最近の研究

最近の地球ダイナモ研究の大きな流れの一つは，シミュレーションデータと観測データを詳細に比較することで，直接得ることのできない現実の地球外核の物理的な性質や状態を推測しようとするものである．たとえば双極子モーメントの時間変動の統計的性質を比較することで，コアの電気抵抗が推測されている[12,13]．それだけ計算機シミュレーションが信頼されてきたといえるであろう．なお，最近では高圧実験によって，コアの圧力下での鉄や鉄合金の電気抵抗や熱伝導度が直接測定されるようになっている[14]．

シミュレーションモデルに関しては，境界条件の影響が詳細に調べられている．Sakuraba and Roberts は温度の境界条件（温度固定か熱流束固定か）が流れ場に大きな影響を与えうることを示した[15]．Matsui *et al.* は熱流束固定の境界条件の下で磁場が流れ場を変えるメカニズムを詳しく解析した[16]．Dharmaraj *et al.* では様々な境界条件で250通り近くの計算を行い，磁場や流れ場に与える影響を解析している[17]．マントル底部の熱的な非一様性を地球ダイナモモデルに組み込むことにより，地球ダイナモシミュ

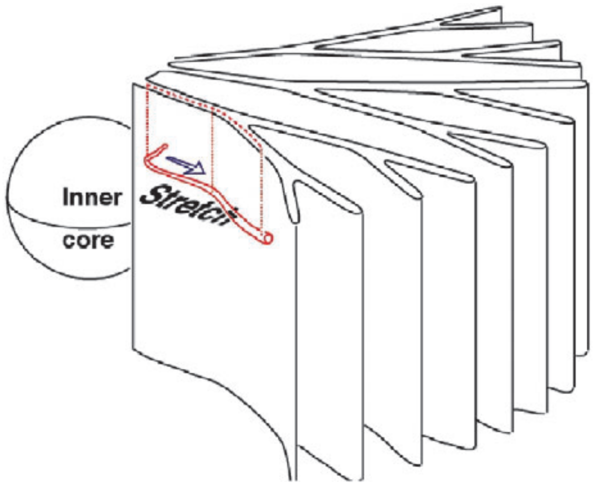

図6　シート状対流によって磁場が引き延ばされ，強められる様子を示した模式図．

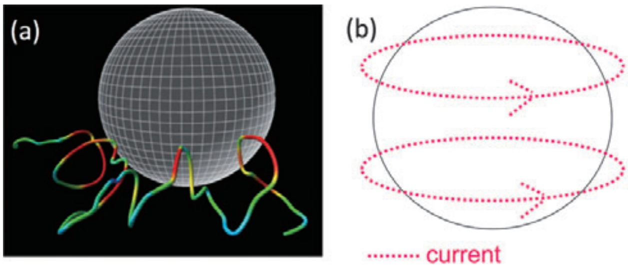

図7　(a)外核内に形成されるグローバルな磁場構造[9]．(b)外核内に形成される磁場構造により生じる，南北両半球での円環電流（パネル a は参考文献[9]より転載）．

図5　左と中：シミュレーション結果より得られた外核内の電流構造[9]．右：コイル状電流構造の拡大図．青い線が磁力線，赤や緑の線が電流線を表す（左と中は参考文献[9]より転載）．

レーションから地球表面での経度方向の磁場分布についての情報を得ることもできるようになる．Aubert 等は地球ダイナモシミュレーションにより，アフリカ大陸近傍で観測される地磁気の特徴的な永年変化を説明した[18]．永年変化とは，数十年から数百年程度の時間スケールでの地磁気の変動である．彼らのシミュレーションモデルでは内核表面付近から伸びる強い流れがちょうどアフリカ大陸の下のマントル底部に到達しているために特徴的な磁場の変動がみられるとしている．

第 2 章「MHD 乱流」で，MHD 乱流の影響を理論的に取り込む方法が説明された．計算格子の分解能よりも小さいスケール（subgrid scale）の影響を数値的に取り込む方法も研究されている[19]．このようなアプローチは今後地球ダイナモ研究で重要となるであろう．

地震波の観測から，内核の固体鉄は異方性をもつことが知られている．この異方性の起源は未だに謎であるが，その一つとして内核もまた対流運動している可能性が議論されており，そのために外核の対流を駆動する要因の一つである組成対流が内核表面上で非一様となっている可能性があり，その影響も調べられている[20]．

3.5 まとめ

地球コア内では対流が生じており，この対流のエネルギーによって MHD ダイナモが駆動され，地磁気が生成，維持されている．MHD システムとしての地球外核は，低い Ekman 数（10^{-15}）と高いレイノルズ数（10^{9}），そしてこの記事では詳しく述べることができなかったが低い磁気プラントル数（10^{-6}）といった極端な無次元量をもつことが特徴である．これが地球ダイナモシミュレーションを技術的に難しくしている原因である．しかしながら1990年代半ばからこれらの特徴をある程度反映した地球ダイナモシミュレーションが行われるようになり，地球ダイナモの理解は大きな進歩を遂げた．Ekman 数が（現実の値の比較すれば大きいものの）1よりはずっと小さい値の場合，対流は自転軸方向に延びた渦柱構造により特徴づけられ，Ekman 数をさらに低くした計算をすると枝わかれするシート状の対流構造が生じてくること，またそれらの対流構造の違いによりダイナモの素過程にも違いが生じることなどが明らかになってきた．

本章では主に Ekman 数の漸進という視点から，地球ダイナモシミュレーション研究の成果を紹介した．地球ダイナモに関する最近のレビュー論文として Roberts and King [2]がある．そこにはGilbertの1600年の研究から始まる400年以上の地磁気研究の歴史とその成果がまとめられている．この論文に，横軸に西暦年を取り，縦軸に各々の年の主な地球ダイナモシミュレーション研究で達成された Ekman 数をとったグラフが掲載されている（**図 8**）．これを見ると，スーパーコンピュータの性能の進展と共に，モデルで実現された Ekman 数も少しずつ小さくなってきたことがわかる．このグラフの先端の，2008〜2011年の成果は著者らのものであり，本項でもその成果の一部を紹介した．Roberts らは，この出版年と Ekman 数の関係について

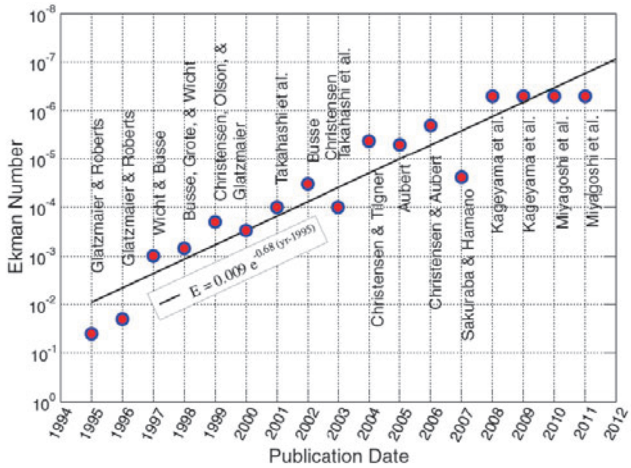

図 8　西暦年（横軸）対，その年に出版された主なダイナモシミュレーション研究で達成された Ekman 数（縦軸）[2]．グラフの先端部（2008〜2011年）に，本章でも紹介した著者らの仕事が挙げられている（図は参考文献[2]より転載）．

フィッティングをして面白い関係式を導出している．その式を外挿して未来予測をすると，Ekman 数が 10^{-8}，10^{-10}，10^{-15} のシミュレーションはそれぞれ，2015年，2022年，2038年に可能になるという．果たして今後この予想通りに地球ダイナモシミュレーション研究が進展していくのか，楽しみである．

参 考 文 献

[1] P. Olson, Treatise on Geophysics, Volume 8-Core Dynamics (Elsevier, 2007) p.6.
[2] P.H. Roberts and E.M. King, Reports on progress in physics **76**, 096801 (2013).
[3] G.A. Gratzmaier, Annu. Rev. Earth Planet. Aci. **30**, 237 (2002).
[4] F.H. Busse, J. Fluid Mech. **44**, 441 (1970).
[5] C.R. Carrigan and F.H. Busse, J. Fluid Mech. **126**, 287 (1983).
[6] A. Kageyama and T. Sato, Phys. Rev. E. **55**, 4617 (1997).
[7] A. Kageyama *et al.*, Nature **454**, 1106 (2008).
[8] T. Miyagoshi *et al.*, Nature **463**, 793 (2010).
[9] T. Miyagoshi *et al.*, Phys. Plasmas **18**, 072901 (2011).
[10] A. Kageyama and T. Sato, Geochem. Geophys. Geosyst. **5**, Q09005 (2004).
[11] I. Sumita and P. Olson, Phys. Earth Planet. Inter. **17**, 153 (2000).
[12] B.A. Buffett *et al.*, Geophys. J. Int. **198**, 597 (2014).
[13] B. Buffett and H. Matsui, Earth Planet. Sci. Lett. **411**, 20 (2015).
[14] H. Gomi *et al.*, Phys. Earth Planet. Inter. **224**, 88 (2013).
[15] A. Sakuraba and P. H. Roberts, Nat. Geosci. **2**, 802 (2009).
[16] H. Matsui *et al.*, Geochem. Geophys. Geosyst. **15**, 3212 (2014).
[17] G. Dharmaraj *et al.*, Geophys. J. Int. **199**, 514 (2014).
[18] J. Aubert *et al.*, Nature **502**, 219 (2013).
[19] H. Matsui and B.A. Buffett, Phys. Earth Planet. Inter. **223**, 77 (2013).
[20] Y. Sasaki *et al.*, Phys. Earth Planet. Inter. **223**, 55 (2013).

みや ごし たけ ひろ
宮 腰 剛 広

国立研究開発法人海洋研究開発機構・地球深部ダイナミクス研究分野・主任研究員．2003年総合研究大学院大学天文科学専攻修了，博士（理学）．京都大学理学研究科附属天文台およびJAXA宇宙科学研究所でのポスドク（太陽物理学）を経て現職．現在の専門は地球および惑星内部ダイナミクス．特にコア対流，ダイナモ，マントル対流について興味を持ち研究を行っている．

かげ やま あきら
陰 山 聡

地磁気に関する面白い話題として，動物との関係があります．どうやら一部の犬は地磁気を感じているようです．70頭のイヌの排泄時の体勢とそこでの地磁気の向き（磁気嵐時を含む！）を2年あまりかけて調べた論文が報告されています［Frontiers in Zoology 2013, doi:10.1186/1742-9994-10-80］．犬の散歩の際，注意して観察してみてはいかがでしょうか？

J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.10 (2015) 683‐690

講座 MHD ダイナモ：流れによる磁場の自発的形成

4．太陽ダイナモ機構 −理解の現状と将来展望−

4. Solar Dynamo Modeling - Current Status and Future Perspective -

政田洋平
MASADA Youhei
愛知教育大学現代学芸課程宇宙物質科学専攻

（原稿受付：2015年 9 月 1 日）

プラズマで満たされた宇宙を彩る様々な天体活動現象の駆動源が磁場である．天体のもつ莫大な重力エネルギーが各天体に固有の『ダイナモ機構』を介し磁場のエネルギーに転換され，最終的にプラズマの熱・運動エネルギーに転化されることで天体は激しく活動する．詳細観測の難しい遠方天体のダイナモ過程を，物理定量的に理解するためのプロトタイプモデルが『太陽』である．G.E. Hale による黒点中の磁場の発見（1908年）に端を発する太陽ダイナモ機構の研究は，2000年代に入り大きな進展をみせている．本章では，自然が生み出す驚異の一つである『太陽磁場』の特徴を概観し，その理解をめざして進められる太陽ダイナモ研究の現状と将来を展望する．

Keywords:
Sun, magnetic field, dynamo, astrophysical plasma, magnetohydrodynamics

4.1　序論

宇宙は電気良導性のプラズマで満たされており，その運動の自然の帰結として磁場が誘起される[1,2]．宇宙プラズマの磁気拡散率は非常に小さいため，いったん誘起された磁場は（もちろんその空間スケールにも依るが）容易には散逸しない．例えば，銀河磁場の典型的な磁気拡散時間は約10^{12}年，太陽磁場の磁気拡散時間は約10^{11}年であり，いずれも宇宙年齢（約10^{10}年）よりも遥かに長い．

図 1 に，様々な天体の典型的な空間スケール（横軸）と各天体が保持する典型的な磁場の強度（縦軸）の関係を示す．銀河団や銀河間物質，銀河に代表される種々の降着円盤系，そして恒星から惑星に至るまで，あらゆるスケール

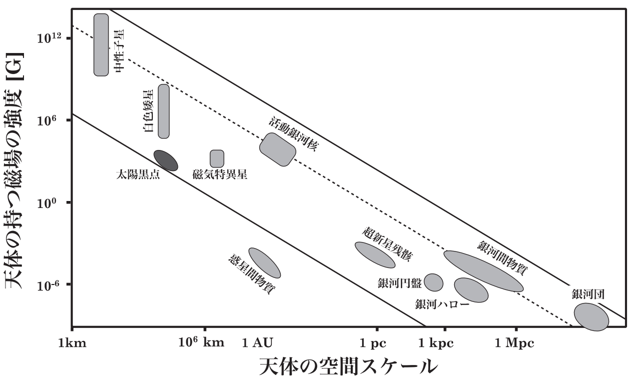

図 1　様々な天体の典型的な空間スケールと各天体が保持する磁場の典型的な強度（Hillas ダイアグラム）．ここで，1 AU（天文単位）= 1.5×10^{11} m，1 pc（パーセク）= 3.1×10^{16} m であり，磁束密度の単位は 1 G（ガウス）= 10^{-4} T（テスラ）である．

の天体が磁場を有しており，それらは天体活動現象の駆動源として重要な役割を果たすと考えられている．しかし，これらの天体における磁場の起源，すなわち「天体ダイナモ機構」についての理解は不十分である．

天体ダイナモ機構を理解するためのプロトタイプモデルが，我々に最も近く，詳細観測が可能な天体『太陽』である．後述するように，太陽磁場には様々な成分が存在するが，フレアやコロナ質量放出など太陽活動の直接的な原因は『黒点』に代表される大規模な活動領域であり，その生成・維持機構の解明が太陽ダイナモ研究の主たる目的である[3-6]．

本章では，まず「太陽磁場の経験則」と日震学観測で明らかにされた「太陽内部プラズマの流れ構造」についてまとめる（4.2節）．次に，太陽ダイナモの標準シナリオとその問題点，そして2000年代に入り大きな進展を見せている太陽 MHD ダイナモ研究の現状をまとめる（4.3節）．さらに，筆者らの近年の研究にもとづき，星の自転が差動回転分布やダイナモに及ぼす影響とその原因について考察する（4.4節）．最後に，今後の太陽ダイナモ研究における課題と，その解決へ向けての方策を議論する（4.5節）．

4.2　太陽ダイナモ機構への観測的制約

4.2.1　太陽磁場の性質

太陽表面で観測される磁場には，大別すると二種類の成分が存在する．静穏領域を埋め尽くす小スケール成分（乱流成分）と，活動領域を形成する大局的成分である[7]．前者は顕著な緯度依存性や周期的な変動をもたないため，粒状斑（表面付近の対流）と磁場の恒常的かつ局所的な相

Aichi University of Education, Kariya AICHI 448-8542, Japan

author's e-mail: ymasada@auecc.aichi-edu.ac.jp

互作用（“局所ダイナモ”と呼ばれることもある）によって生成されると考えられている[8-10]．一方，後者の代表が黒点であり，数キロガウス（1ガウス＝10^{-4}テスラ）の空間的にコヒーレントな磁場からなる[11-13]．

黒点の典型的なサイズは$\mathcal{O}(10)$ Mm（メガメートル）で，粒状斑の典型的スケール（～1 Mm）と比べると遥かに大きい．粒状斑のもつ運動エネルギーと等分配な磁場強度は$\mathcal{O}(100)$ガウスなので，黒点では強い磁場によって対流が抑制される（対流による熱輸送が抑制され，静穏領域と比べて相対的に温度が低くなるため，黒点は黒く見える）．表面近傍の対流では，黒点のような大局的かつ強い磁場の形成を担うことができない．そのため，黒点の形成領域は必然的に太陽内部に求められることになる．

太陽黒点は空間的コヒーレンスだけではなく，時間的コヒーレンスにも特徴があり，以下のような規則性をもつことが経験的に知られている[14-18]：

(1) 黒点は正極と負極の双極（対）構造で出現する．
(2) 黒点対を結ぶ軸は東西方向から約5度傾いている．
(3) 黒点数は約11年周期で増減を繰り返す．
(4) 黒点対の極性は南北反対称で周期ごとに反転する（極性反転を考慮すると太陽サイクルは約22年）．
(5) 黒点の出現緯度は時間とともに中緯度から赤道へ向かってドリフトする．

太陽黒点の経験則を**図2**にまとめる．

太陽ダイナモ理論は，これらの観測結果の全てを物理無矛盾かつ定量的に説明できるものでなくてはならない．たとえ物理的には正しいダイナモ理論であったとしても，これらの観測結果を説明できない理論は『太陽』のダイナモ理論としては相応しくない．科学の歴史は，天体の観測結果を説明するための試行錯誤が，新たな物理を構築するための土壌になってきたことを我々に教えてくれる．そのような視座に立てば，観測と理論の両面から反復的かつ定量的にダイナモ理論を検証できる太陽は，天体ダイナモ機構を理解するための絶好の実験場だといえよう．

4.2.2 太陽内部構造と内部平均流分布

身近にある太陽といえども，光球より内側で起こるダイナモ過程を直接観測することはできない．しかし，太陽の内部構造とエネルギー変換を媒介する太陽内部のプラズマの流れは，日震学(Helioseismology)手法で精密に測定されている[19-21]．日震学とは，太陽表面の振動を観測することで内部構造を探る手法であり，波の振動数の観測値から非摂動状態を探る一種の逆線形解析（固有値問題の逆問題を解く）手法である．日震学には，太陽の固有振動モードから大域的な内部構造を探る「グローバル日震学」と，波の伝搬時間と距離の関係から局所領域の構造や流れの様子を描き出す「局所日震学」の二種類がある（局所日震学は今世紀に入って進展した比較的新しい測定手法である）．

まずグローバル日震学が明らかにした太陽内部構造と内部平均流分布をまとめよう[19,20]．平均流とは，時間・方位角平均をとって得られる流れの大局成分のことである．**図3a**で模式的に示すように，太陽内部は(1)赤道加速型の

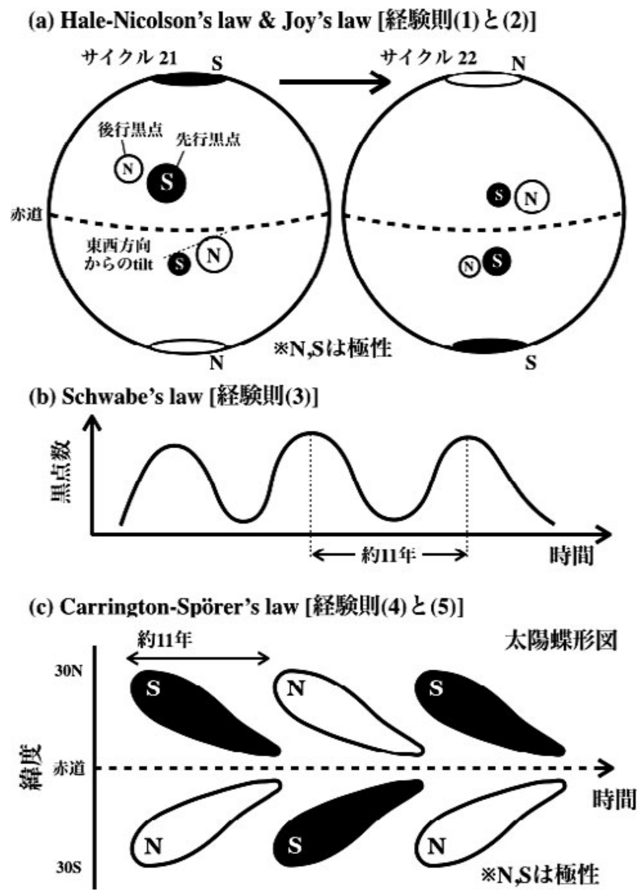

図2　太陽黒点の観測的性質：(a) Hale-Nicolson's law & Joy's law【経験則(1)と(2)】，(b) Schwabe's law【経験則(3)】，(c) Carrington-Sporer's law【経験則(4)と(5)】．図(c)では方位角平均をとった磁場の時間-緯度進化を示している．

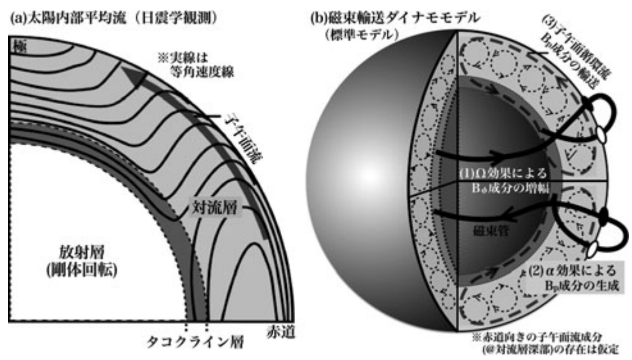

図3　(a)日震学によって確立された太陽内部構造と内部平均流分布（子午面を図示）．実線が等角速度線，太矢印が観測されている対流層上部の子午面流を表す．(b)磁束輸送ダイナモモデルの模式図．破線は想定されている子午面循環流．対流層上部の子午面流は観測されているが，深部の赤道向きの流れは理論予測であることに注意が必要である．(1)タコクラインではΩ効果で$B_{\rm p}$成分からB_φ成分が生成される．増幅されたB_φ成分は，その強度が臨界値（約10^5 G）を越えると，十分な磁気浮力を得て太陽表面へ向かって浮上を開始する．(2)浮上する磁束管にはコリオリ力が働くので，浮上中にB_φ成分から$B_{\rm p}$成分が生成される．強い磁場からなる磁束管は対流によって壊されることなく太陽表面まで浮上し，最終的に黒点を形成する．(3)浮上過程で生成された$B_{\rm p}$成分が，子午面循環流によってタコクライン層に再注入され，ダイナモループが閉じる[(1)に戻る]．

差動回転分布［等角速度線は円錐状分布（≠Taylor-Proudmann分布）］をもつ対流層（$0.7 \leq r/R_{\rm sun} \leqq 1.0$：$R_{\rm sun}$は太陽半径），(2)剛体回転分布をもつ対流安定な放射層（$r/R_{\rm sun} \leq 0.7$），(3)対流安定でかつ強い差動回転分布を持つタコクライン層（tachocline：放射層と対流層の間にある薄い境界層．厚さは$\mathcal{O}(0.01)R_{\rm sun}$.）からなり，さらに(4)対流層上部に赤道から極域へ向かう子午面流が存在することが知られている．

これらに加えて，まだ確立されたといえる段階にはないが(5)対流層中部に赤道向きの子午面流が存在すること[22]や，(6)対流層上部の対流速度が混合距離理論やシミュレーションが予言する値より2桁近く小さいこと[23]などが，近年の局所日震学観測から示唆されている（ただし，これらの示唆と相反するような観測結果も現時点では存在することに注意されたい）．

日震学によって描き出された太陽内部構造と内部の流れ構造は，太陽ダイナモ機構に対して強い制約を課す一方で，以下で紹介する太陽ダイナモの標準シナリオの土台にもなっている．

4.3 太陽ダイナモ機構：理解の現状

4.3.1 磁束輸送型の標準太陽ダイナモモデル

2000年代に入り，標準的なシナリオとして太陽ダイナモ機構の説明に用いられるようになったのが『磁束輸送ダイナモ（FTD）モデル』である[24,25]．**図3**(b)にFTDモデルを模式的に示す．以下では軸対称な磁場を考え，子午面成分のことをポロイダル成分（$\equiv B_{\rm p}$ 成分），方位角成分のことをトロイダル成分（$\equiv B_{\varphi}$ 成分）と呼ぶ．

FTDモデルは『激しい対流が磁場をかき乱すため，対流層では時空間コヒーレンスの高い磁場成分は生成できない』という仮説に立脚し構築されている．対流層の代わりに大局的磁場の生成を担うのがタコクラインである．前述したように，タコクラインは対流安定なので，対流によって磁場がかき乱されることはない．加えて，強い差動回転を持つのでΩ効果が効率的に働くと期待される．タコクラインでの磁場増幅過程を核として，FTDモデルは以下のシナリオで太陽ダイナモ機構を説明する：

①タコクラインでは，強い差動回転による「Ω 効果」で磁場の $B_{\rm p}$ 成分が引き延ばされ B_{φ} 成分が生成される．②タコクラインで増幅された磁場の B_{φ} 成分は，その強度が臨界値（約 10^5 G）を越えると，負の浮力（対流安定効果に起因した復元力）に打ち勝つ磁気浮力を得て，磁束管として太陽表面へ向かって浮上を開始する．③浮上する磁束管にはコリオリ力が働くので，対流層を通過する間に磁場の B_{φ} 成分から $B_{\rm p}$ 成分が生成される．④強い磁場からなる磁束管は対流によって壊されることなく太陽表面まで浮上し，最終的に黒点を形成する．⑤浮上過程で生成された磁場の $B_{\rm p}$ 成分をタコクラインに再注入する役割を担うのが，子午面循環流である．子午面循環流の（移流による）磁束輸送を介すことで，ダイナモループが閉じる（①に戻る）．

FTDモデルは運動学的なモデルである．つまり，磁場の誘導方程式を解くために，流れの効果（差動回転，子午面循環流，乱流拡散などの空間分布）を手で与える必要がある．太陽の場合は，日震学手法で内部平均流の情報が得られているので，それにもとづいて流れの効果を与えることで，モデルの不定性をある程度は取り除くことができる．**図4**にFTDモデルが与える動径磁場の時間-緯度進化図の例を示す[26]．**図2**(c)で模式的に示した「太陽蝶形図」と似た磁場の時空間パターンが見てとれるだろう．このように，FTDモデルは太陽黒点の経験則を概ね説明できる強みを持っている．標準モデルと呼ばれるゆえんである．

4.3.2 磁束輸送ダイナモモデルの問題点

FTDモデルは太陽磁場の性質をある程度は説明できるが，次節で言及する“運動学的なモデル”であることに起因した本質的な欠点以外にも，幾つかの問題点を抱えている．以下では2つの問題点を紹介しておきたい．

1．タコクラインでどうやって 10^5 G の磁場を作るのか？

FTDモデルでは，タコクラインで 10^5 G の磁場を生成する必要がある．これは (i) 対流安定層から磁場が浮上するための条件[27,28]と (ii) 低緯度領域に黒点が出現するための条件[29,30]から要請される臨界値である．しかし，タコクラインの差動回転エネルギーを全て磁気エネルギーに転換したとしても，実は高々 10^4 G の磁場しか生成できないことが，日震学観測より得られた差動回転分布からわかっている（つまり，差動回転エネルギーは，臨界磁場の磁気エネルギーより約2桁小さい）．10^5 G の磁場をタコクラインで生成する機構は未だ解明されておらず，FTDモデルの一つの弱点になっている．

2．太陽の子午面流は本当にシングルセル形状か？

ダイナモループを閉じるためには，磁束を表面付近からタコクラインに再注入しなければならない．この役割を担うのが**図3**(b)に示した“シングルセル形状”の子午面循環流である．しかし，前述したように，最近の日震学観測が示唆するのは“ダブルセル形状”の循環流の存在[23]であり，この観測結果が正しいのであれば，循環流では磁束をタコクラインに再注入できず，ダイナモループが閉じなくなってしまう．ダブルセル形状の循環流を仮定したFTDモデルでは太陽磁場の特徴を十分再現できないことが近年の研究から示唆されており，このことは太陽研究者に標準モデルの再考を促す一つの契機にもなっている．

FTDモデルの「先」を見据えた太陽ダイナモの研究は

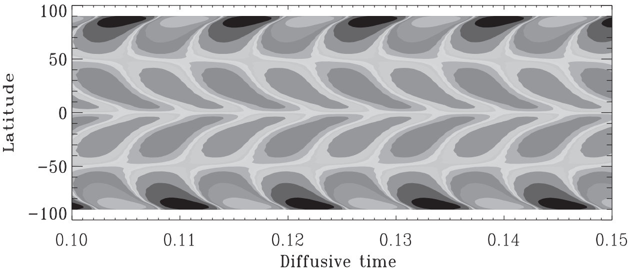

図4　FTDモデルにもとづいて得られた動径磁場の緯度-時間進化図の例．日震学手法を使って得られた太陽内部平均流分布の情報を用いることで太陽蝶形図と似た磁場の時空間パターンをある程度は再現できる．Jouve et al. (2008)[26]より抜粋．

様々な形で進められており，その一つが，以下で紹介する太陽ダイナモ機構をMHDの枠組みで自己無頓着に理解しようとする『太陽MHDダイナモ研究』である．

4.3.3　太陽MHDダイナモ研究

プラズマの運動はその自然の帰結として磁場を生むが，その関係性は一方向的なものではない．生成された磁場がローレンツ力を介しプラズマの運動に影響を及ぼすためである．この「流れ場と磁場の非線形カップリング」こそが，ダイナモ機構の物理的な本質である．流れ場を固定する運動学的ダイナモでは，磁場の流れ場へのフィードバックは無視されており，ダイナモの本質は捉えられない．第一原理的に太陽ダイナモ機構を理解するためには，流れ場と磁場の時間発展を磁気流体力学（MHD）方程式にもとづき自己無頓着に解く『MHDダイナモ』の研究が不可欠である．

強く成層化された太陽内部プラズマの運動を調べるためには，その圧縮性を考慮する必要がある．したがって，地球ダイナモの研究で用いられるBoussinesq近似は太陽内部プラズマの記述には相応しくなく，Anelastic近似または完全圧縮性のMHD方程式を解く方法で太陽のダイナモ機構は調べられている[31]．

1980年代にGlatzmaierらが始めた太陽MHDダイナモ研究は，計算機性能の向上と数値計算技法の発展を土台に，着実な進歩を遂げてきた[32,33]．特に，2000年代に入ってからは，日震学手法で太陽内部構造が解明されたことで，現実的な太陽パラメータ（太陽の温度や密度分布，太陽光度や太陽の自転角速度等）の下で太陽内部の磁気流体力学を定量的にモデリングする研究が大きく進展している．

太陽内部のMHDモデリング研究の先駆けがBrun *et al*.(2004)である[34]．彼らは，現実的な太陽パラメータの下で，太陽対流層のほぼ全域をカバーする回転球殻MHD熱対流計算を行い，太陽の内部平均流分布を定性的に再現することに成功した．しかし，彼らの太陽モデルでは乱流磁場が対流層を支配しており，黒点を説明するような「時空間コヒーレンスの高い磁場」を再現することはできなかった．

太陽MHDダイナモ研究の近年の重要な成果が，Brun *et al.*(2004)では実現できなかった「時空間コヒーレンスの高い磁場構造」のモデリングに成功したことだろう．Ghizaru et al.(2010)の成功を皮切りに，複数のグループが太陽磁場を想起させる大局的磁場のモデリングに成功している[35-38]．**図5**にGhizaruらのシミュレーションで得られた$r = 0.7R_{\mathrm{sun}}$の球面での磁場の時空間構造を示す[35]．**図5**(a)がB_φ成分の方位角平均量の時間-緯度図であり，**図5**(b)がB_φ成分のスナップショットの球面分布である．赤道反対称性をもつ磁場が，準周期的な極性反転を繰り返しながら進化する様子が見てとれるだろう．このモデルの磁場の極性反転周期は約30年であり，現実の太陽サイクルの約3倍である．他のグループのMHDモデルでも定性的には同様の結果が得られている[36-38]．

これらのMHDモデルが現実の太陽ダイナモをどれだけ正確に捉えているか現時点ではわからない．しかし，太陽型の時空間コヒーレンスの高い磁場が生成される条件や，

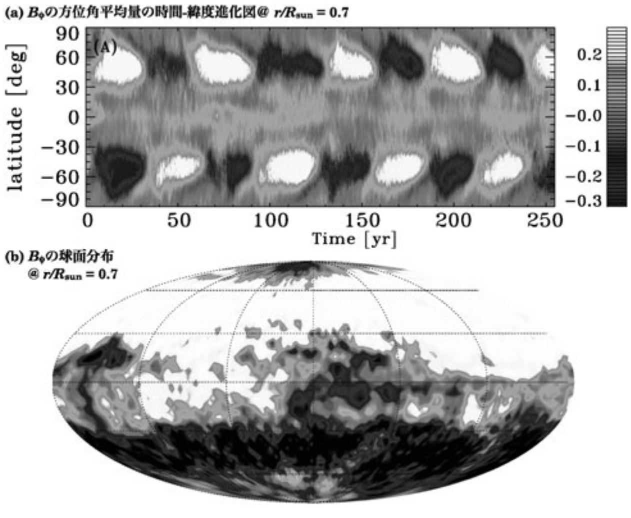

図5　半径$r = 0.7R_{\mathrm{sun}}$の球面での(a)磁場のB_φ成分の時間-緯度進化図と(b)スナップショット．Ghizaru *et al.*(2010)[35]から抜粋．(a)ではB_φの方位角平均をとっている．大局的磁場は赤道反対称で約30年周期で極性反転を繰り返す．

これらのモデルに共通の物理を理解することは，今後の太陽MHDダイナモ研究にとって有用だと考えられる．

4.3.4　太陽型の大局的磁場を与えるモデルの共通点

時空間コヒーレンスの高い磁場を与えるMHDモデルには主に2つの共通点がある：【共通点①】いずれのモデルでも，現実の太陽で期待されるロスビー（Rossby）数より若干小さなロスビー数を実現する設定で計算を行っていること［太陽パラメータよりも僅かに「大きな回転率」または「小さな光度（→弱い対流）」を課した場合に，小さなロスビー数のモデルが実現される］，【共通点②】その結果，対流層全体に分布するような大局的磁場が生成されること，である．ここでロスビー数は慣性力とコリオリ力の比であり，

$$\mathrm{Ro} \equiv U/(2\Omega d) \tag{1}$$

で定義される（Uは典型的な対流速度，dは対流層の厚み，Ωは系の自転角速度である）．共通点①は，ロスビー数が大局的磁場生成の鍵を握る重要な物理量であることを示唆する．また，共通点②は「対流が大局的磁場生成を担う」可能性を示唆しており，「対流が大局的磁場生成を阻害する」ことを前提に構築されているFTDモデル（標準シナリオ）[24-26]とは本質的に異なるダイナモ機構が，少なくともこれらのMHDモデルでは実現していることを意味する（そもそもタコクラインを考慮していないモデルでも，太陽型の大局的磁場は形成される）．これらの共通点を見ていくと「ロスビー数とダイナモ機構の間には，どのような関係があるのか？」，また「時空間コヒーレンスの高い磁場生成の鍵は何か？」といった素朴な疑問が生じる．これらの問いに対する答えを探るべく行ったのが，以下で紹介する筆者らの研究である[39,40]．

4.4　MHDダイナモ機構のロスビー数依存性

4.4.1　差動回転分布とダイナモへのロスビー数の影響

ロスビー数は慣性力とコリオリ力の比である．よって，ロスビー数が小さな系ほど流体運動の自転軸への束縛が強くなり対流の非等方性が強くなる．運動学的ヘリシティ（以降ではヘリシティに簡略）や乱流レイノルズ応力は流れの非等方性に起因するため，回転球殻熱対流系の差動回転分布やダイナモはロスビー数に依存すると期待される．

以下では，筆者らの回転球殻MHD熱対流計算の成果を紹介する[40]．太陽内部を模擬した対流層と放射層からなるモデル（ただし現実の太陽と比べて弱い密度成層を仮定）で，系の自転角速度（Ω）をパラメータに，差動回転分布とダイナモのロスビー数依存性を調べた研究である．

まず，系の差動回転分布を見ていこう．差動回転の度合いのロスビー数依存性を示したのが**図6**(a)である．ここでは差動回転の度合い($\equiv \alpha_{\rm e}$)を以下のように定義している：

$$\alpha_{\rm e} = U_{\varphi,\rm eq}/(d\Omega) \qquad (2)$$

ここで$U_{\varphi,\rm eq}$は赤道面での平均流の方位角成分である．$\alpha_{\rm e}$が正の時，回転分布は赤道加速型（太陽型）であり，負の時は赤道減速型（反太陽型）である．図の点線から上が太陽型回転分布をもつモデル，下が反太陽型回転分布をもつモデルに対応する．太陽型，反太陽型回転分布をもつ典型的なモデルの子午面角速度分布を**図6**(b)と**6**(c)に示す（黒が高速，白が低速回転を表す）．それぞれRo $\simeq$ 0.3(**6**b)とRo $\simeq$ 3(**6**c)に対応するモデルである．**図6**(b)の白の実線，**図6**(c)の黒の実線が等角速度線を表す．

図6(a)よりRo $\approx$ 1で差動回転分布が太陽型（Ro $\lesssim$ 1）から反太陽型（Ro $\gtrsim$ 1）に遷移することがわかる．差動回転分布を決めているのは，乱流レイノルズ応力による角運動量輸送（赤道向き）と，子午面流（平均流）による角運動量輸送（極向き）である．前者が支配的な系では太陽型回転分布になり，後者が支配的な系では反太陽型になる．大雑把にはこれら2つの角運動量輸送過程の強弱が逆転するのが，臨界値（Ro $\approx$ 1）付近であると考えればよい．

興味深いのは，臨界値近傍が最も強い差動回転を与える点である．これは回転軸に垂直な方向（円柱座標の動径方向）への実効的な角運動量輸送がRo $\approx$ 1で最大になるためだと考えられる（つまり，Ro $\ll$ 1のレジームでは流体運動が回転軸に強く束縛されるため回転軸に沿った方向にしか角運動量は分配されない．一方，Ro $\gg$ 1のレジームでは対流の非等方性が弱いため角運動量輸送効率も低い）．

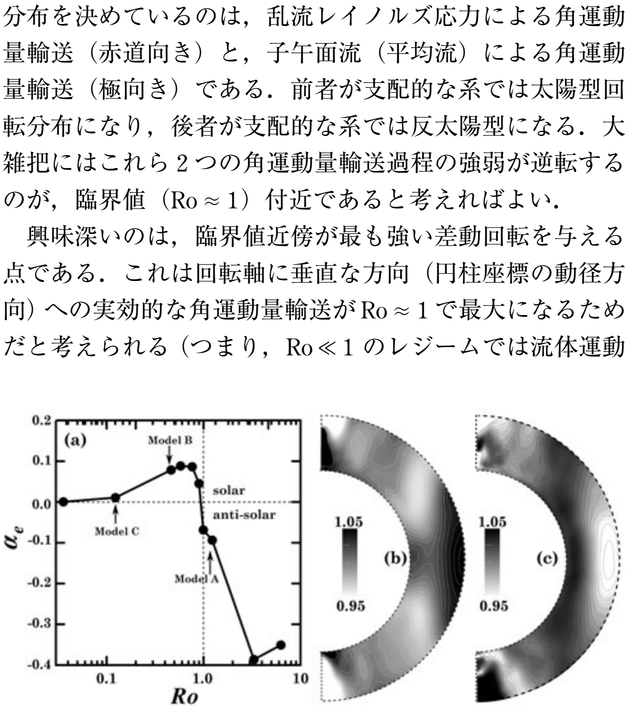

図6　(a)差動回転パラメータ$\alpha_{\rm e}$のロスビー数依存性．(b)はRoが小さいレジームで実現される太陽型の差動回転分布．(c)はRoが大きいレジームで実現される反太陽型の差動回転分布．色は黒が高速回転，白が低速回転を表す．

次に，ロスビー数の違いがダイナモに及ぼす影響を見ていこう．代表的な3つのモデルの対流層上部におけるB_φ成分の方位角平均量の時間-緯度図を**図7**に示す．(a)が反太陽型回転分布をもつモデル（Model A），(b)と(c)が太陽型回転分布をもつモデル（Model BとC）に対応する（両者のロスビー数には違いがあり，Model BはRo = 0.35，Model CはRo = 0.1である）．白が正極性，黒が負極性の磁場を表す．

磁場の時空間構造にはロスビー数の違いが顕著に現れる．反太陽型回転分布をもつModel Aでは，時間準定常な大局的磁場が形成される．一方，太陽型回転分布をもつモデル（Model BとC）では，極性反転をともなう大局的磁場が形成される．太陽型回転分布をもつ2つのモデルを比較すると，ロスビー数が小さいほど磁場の極性反転に顕著な周期性が現れ，磁場強度も大きくなっていることがわかる．高々数倍の違いだが，Roが0.35（Model B）から0.1（Model C）に減少するだけで，磁場は顕著な時空間コヒーレンスを示すようになるのである．

この結果は，前節で示した他のグループの最近のMHDダイナモの研究成果[35-38]（現実の太陽で想定されるより若干小さなロスビー数の系を実現することで，極性反転をともなう大局的磁場が形成される）と整合的である．では，ダイナモ生成磁場の性質は，なぜロスビー数に依存して変化するのだろうか？次節では，時空間コヒーレンスの高い磁場が生成される条件について考察する．

4.4.2　鍵は差動回転の強さか？ヘリシティの大きさか？

Ω効果や乱流α効果などのよく知られたダイナモ効果を想定すると，「差動回転（＝Ω効果の強さの指標）が強く，かつヘリシティ（＝乱流α効果の強さの指標）が大きなモ

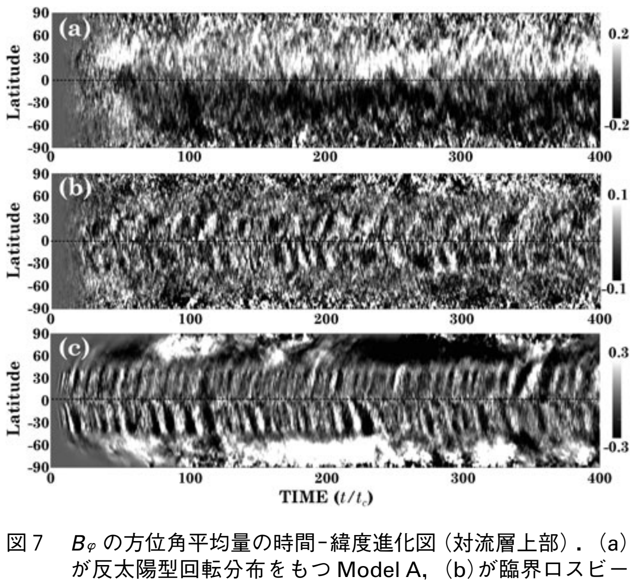

図7　B_φの方位角平均量の時間-緯度進化図（対流層上部）．(a)が反太陽型回転分布をもつModel A，(b)が臨界ロスビー数近傍の太陽型回転分布をもつModel B，(c)が臨界値よりも一桁小さなロスビー数の太陽型回転分布をもつModel Cの時間-緯度進化図である．白が正極性，黒が負極性の磁場を表す．

デル」の方が，時空間コヒーレンスの高い磁場の生成に有利だと考えるのが自然だろう．しかし，筆者らの研究は，必ずしもそうではないということを教えてくれる．

図8(a)に示したのは，ヘリシティの実効的な大きさ（実線：時間・半球平均をとったヘリシティの絶対値の南北平均量）と対流エネルギーに対する磁気エネルギーの相対的大きさ（点線）のロスビー数依存性である．**図7**で示した３つのモデルに対応する点には矢印を付してある．

図6，7，8から，差動回転の強さとヘリシティの大きさがダイナモ生成磁場に及ぼす影響を考える．例えば，Model B は大きなヘリシティを持ち差動回転も強いが，磁場の大局成分は弱く顕著な周期性も示さない．一方，Model C は Model B に比べてヘリシティが小さく差動回転も弱いが，磁場の時空間コヒーレンスは高い．このことは，差動回転の強さやヘリシティの大きさと磁場の時空間コヒーレンスの高さの間には，単純な正の相関が存在しないことを示唆する．

強い差動回転や大きなヘリシティが必須の条件では無いとすれば，コヒーレントな磁場の生成に必要な条件は何なのだろうか？実は，もう一つロスビー数の違いが顕著に現れる量がある．それがヘリシティの緯度勾配である．筆者は特に『ヘリシティの半球間勾配』が，時空間コヒーレンスの高い磁場生成の鍵ではないかと考えている．

図8(b, c, d)に示したのは，**図7**に示した各モデルの子午面ヘリシティ分布である．時間・方位角平均をとっており，白（黒）が正（負）のヘリシティを表す．この図から，まずロスビー数が大きなモデルのヘリシティは高緯度域を中心に対流層全体に分布していることがわかる（**8**b：Model A）．ロスビー数が小さくなるにつれてヘリシティ分布の中心は徐々に低緯度域にシフトし（**8**c：Model B），やがて赤道近傍に集中するようになる（**8**d：Model C）．北半球は負のヘリシティ，南半球は正のヘリシティが支配的になるため，Model C は強い半球間ヘリシティ勾配をもつことになる．実は，このような強い半球間ヘリシティ勾配が「周期的な極性反転をともなう大局的磁場」の生成に寄与する可能性があることは Mitra *et al.*(2010) によって指摘されている[41]．

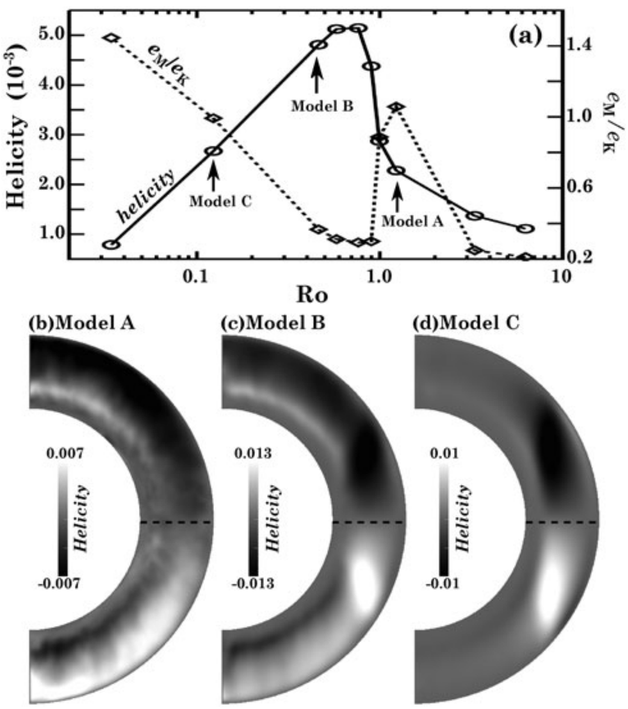

図8 (a)ヘリシティの実効的な強さ（実線：時間・半球平均をとったヘリシティの絶対値の南北平均量）と対流エネルギーに対する磁気エネルギーの相対的大きさ（点線）のロスビー数依存性．図７で示した３つのモデルに対応する点に矢印を付している．（b，c，d）は図７で示した３つのモデルの子午面ヘリシティ分布．時間・方位角平均をとっており，黒が正のヘリシティ，白が負のヘリシティを表す．点線は赤道面に対応する．

図9に Mitra らのダイナモ実験の結果を示す．この実験では南北半球でヘリシティの符号が異なる強制乱流を与え，その中でのダイナモを調べている（※このモデルでは Ω 効果は考慮されていないことに注意されたい）．この図は B_φ 成分の方位角平均量の時間－緯度依存性を示したものであり，周期的極性反転をともなう大局的磁場が生成されているのがわかる．

ヘリシティをもつ流れが励起するのは，いわゆる『乱流 α 効果』によるダイナモである．乱流 α 効果とヘリシティの関係については，本講座の第１章「MHD ダイナモとは何か？」を参照されたい．ここでは，空間一様な乱流 α 効果によって生成された磁場は“極性反転を示さない”ということを強調しておきたい．言い換えると，磁場に極性反転の性質をもたらすのが，ヘリシティ（～乱流 α 効果）の空間非一様性なのである．

空間非一様な乱流 α 効果が振動型のダイナモ解を与えることは1980年代にすでに指摘されているが[42, 43]，近年のダイナモに関する文献には，そのことに関する記述がほとんど存在しないことを注記しておきたい．また Mitra らの研究は，強制乱流によるいわば理想的なダイナモを調べたものだが，より複雑な自然対流系においても，乱流 α 効果とその空間勾配が極性反転をともなう大局的磁場の組織化に寄与することが，筆者らの最近の研究で定量的に示されている[44, 45]（詳しい解説は筆者の天文月報2015年10月号の記事[46]をご覧いただきたい）．

“空間非一様な乱流 α 効果”の描像にもとづくと，筆者らが得た結果は以下のように理解できる：小さなロスビー数を持つ Model C では，回転熱対流の自然の帰結として強い半球間ヘリシティ勾配が生まれ，それに起因した空間非一様な乱流 α 効果によって「準周期的な極性反転をともなう

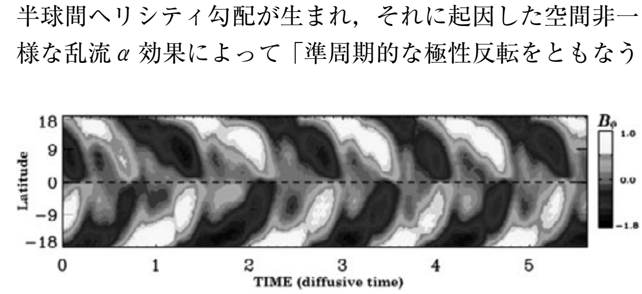

図9 強制乱流による球殻ダイナモの数値実験で得られた B_φ の時間－緯度進化図．半球間ヘリシティ勾配をもつ強制乱流によるダイナモで，振動型の大局的磁場が生成される．Mitra *et al.*(2010)[41]から抜粋．

大局的磁場」が生成される．一方，Model B の場合は，回転が遅くヘリシティの赤道付近への集中が弱いため，時空間コヒーレンスの弱い磁場しか生成されないのだと考えられる．Model A にはヘリシティの南北半球間勾配がほとんど存在しない．そのため Ω 効果しか働かず，生成された大局的磁場は極性反転を示さないのだと考えられる．

以上はあくまで定性的な理解であり，大局磁場の再現に成功した他のグループのモデルでも同様の理解が成り立つかは現段階では不明である．MHD モデルで実現しているダイナモ機構を定量的に理解することが筆者らの次の課題であり，その理解を現実の太陽で検証し，物理無矛盾な太陽ダイナモ理論の構築に繋げることが筆者らの目標である．

4.5　まとめと将来への展望

4.5.1　まとめ

本章では，まず太陽磁場の観測的性質と太陽内部構造および内部平均流分布をまとめた（4.1節）．太陽活動の源である『黒点』は顕著な時空間コヒーレンス（大局性や周期性）をもっており，太陽ダイナモ理論はそれらを物理無矛盾かつ定量的に説明できるものでなければならない．

日震学手法で得られた太陽内部の情報を総動員して構築されたのが，4.2節で概説した磁束輸送型の太陽ダイナモモデル（FTD モデル）である．FTD モデルは「対流が大局的磁場の生成を阻害する」という前提に基づいており，対流を避けることのできる「タコクライン」を核にダイナモのシナリオを構築している．FTD モデルは，太陽黒点の経験則を概ね説明できる一方，幾つかの問題も抱えている．

4.3節では，太陽 MHD ダイナモ研究の現状を紹介した．太陽 MHD ダイナモ研究の近年の特筆すべき成果が「周期的極性反転と緯度方向へのドリフトをともなう大局的磁場」のモデリングに成功したことである．このような時空間コヒーレンスの高い磁場を実現する MHD モデルには，対流層でダイナモが生じるという共通点がある．つまり，FTD モデルとは本質的に異なるダイナモ機構が，少なくともこれらの MHD モデルでは実現している．

4.4節では，時空間コヒーレンスの高い磁場が生まれる条件を考察した．Ω 効果や乱流 α 効果を想定すると，差動回転が強くヘリシティが大きなモデルの方がコヒーレントな磁場の生成に有利だと考えるのが自然である．しかし，筆者らの研究は，差動回転の強さやヘリシティの大きさではなく，『ヘリシティの半球間勾配の強さ』こそが時空間コヒーレンスの高い磁場生成の鍵であることを示唆する．ロスビー数がある程度小さな系では，ヘリシティが赤道域へ集中することで強い半球間ヘリシティ勾配が生まれる．それが空間非一様な乱流 α 効果を生み，周期的な極性反転をともなう大局的磁場の生成に寄与すると期待される．

筆者らの MHD モデルで得られた大局的磁場の時空間進化パターンは，太陽蝶形図を定量再現できているわけではない．例えば，磁場のドリフトは極向き（太陽磁場のドリフトは赤道向き）であり，極性反転周期も太陽の11年周期と比べると圧倒的に短い．筆者らの MHD モデルの磁場のドリフト方向や極性反転周期を特徴づける物理を定量的に解明し，現実の太陽に応用することで，太陽のダイナモ機構に対する理解をさらに深めることができると期待される．

4.5.2　太陽ダイナモ研究の将来展望

最後に，太陽ダイナモ研究の将来について展望したい．まず最初に強調しておかなければならないのは，現実の太陽と MHD モデルの間にある『違い』である．近年の太陽 MHD ダイナモ研究では，日震学手法で得られた太陽内部構造モデルを使っているが，それでも太陽を寸分狂いなく模擬できているわけではないという点に注意が必要である．違いは MHD を特徴づける『無次元パラメータ』である．

太陽対流層は極めて高いレイノルズ数（$\mathrm{Re} \sim 10^{12}$），磁気レイノルズ数（$\mathrm{Re_M} \sim 10^{9}$），レイリー数（$\mathrm{Ra} \sim 10^{20}$）で特徴づけられており，非常に激しい乱流状態が実現していると考えられている．一方，太陽 MHD モデルの乱流状態は計算機性能（つまり空間解像度）で制限されている．現在，MHD モデルで実現できているのは高々 $\mathrm{Re} = \mathrm{Re_M} = 10^2 \sim 10^3$，$\mathrm{Ra} = 10^6 \sim 10^7$ の流れであり，現実の太陽内部と比べるとマイルドな乱流状態を扱っているに過ぎない[47]．つまり，太陽内部構造モデルを使っていたとしても，そこで模擬しているのは「本物の太陽」では決してないのである．

計算機性能がMooreの法則に従って今後も上昇し続けたとしても，計算技法に何らかの革新がない限りは，太陽の無次元パラメータを完全に再現できるのは100年以上先であり，我々が生きている間に『太陽』のダイナモを精密に模擬することは不可能である．このことは太陽ダイナモを研究する上で常に念頭に置いておかなければならない．

時空間コヒーレンスの高い太陽型の磁場構造が自己無頓着な計算で再現できつつある現状を鑑みると，今後の太陽 MHD ダイナモ研究の発展は『熱対流（＝乱流）』の定量的な理解にかかっていると筆者は考える．太陽ダイナモの標準モデルと MHD モデルの違いも，結局は『熱対流の扱い方』の違いに由来する．太陽熱対流の理解へ向けて我々がとることのできる方策として，以下の３つを挙げたい．

１つ目は，シミュレーションの更なる高解像度化に挑む方法である．高解像度化の重要性を我々に示唆する Tobias らの研究成果（運動学的ダイナモの高解像度シミュレーション）を紹介したい[48, 49]．彼らが発見したのは，高磁気レイノルズ数の乱流中で大局的磁場を生成する新しいメカニズムである．ダイナモの担い手は簡単に言えば乱流 α 効果なのだが，この研究で興味深いのは，巨視的スケールの速度シアーが果たす役割である．高磁気レイノルズ数のレジームでは，シアーは一般的に考えられているような磁場の誘導効果（つまり Ω 効果）ではなく，小スケールのダイナモを抑制する効果をもつことを彼らは見出したのである．大局的磁場の成長を阻害する小スケールでのダイナモが，シアーによって抑制されることで，大局的ダイナモが実現する．このように，たとえ現実の太陽は計算機上では精密に模擬できないとしても「熱対流とダイナモの収束性」[50]や「系と乱流の間のスケール間分離の増大にともない現れる新しい物理」を調べるために高解像度化は必要不可欠であり，太陽 MHD ダイナモ研究の王道だと言えよう．

２つ目は，地上でのダイナモ実験を通し『乱流』への理

解を深める方法である．ナトリウムやガリウムなどの液体金属を使ったMHDダイナモ実験は1960年代から行われており，ダイナモの駆動機構の検証や磁場の飽和機構の解明に成果を上げている[51-53]．液体金属のMHDダイナモ実験は，その磁気レイノルズ数の高さから惑星ダイナモの理解を主たる目的とするが，プラズマを使ったダイナモ実験の計画も現在進展しつつあり[54,55]，これらのダイナモ実験とシミュレーション，そして理論の協調により，天体プラズマ乱流に関する理解は着実に進むと考えられる．

3つ目は，宇宙全体を実験場とし様々な天体活動現象の観測から，現象論的に乱流に対する理解を洗練させる方法である．序論で述べたように，多くの天体が磁場を有しており，各天体は固有のダイナモ機構をもつ．天体のほとんどは超高（磁気）レイノルズ数のプラズマに支配されており，乱流は天体現象を理解する上で共通の課題になっている．様々な天体磁気活動現象を網羅的に調べることで，『乱流』そして『ダイナモ』がどの物理量に対しどのように応答するかを広いパラメータレンジに渡って知ることができる．現象論的に得た知見を還元することで，天体ダイナモ研究は乱流理論の発展に重要な貢献ができるはずである．

太陽は，我々に最も近いことを除けば，宇宙の中ではありふれたごく普通の恒星である．太陽で構築した理論を他の天体で検証するだけではなく，より広い視野で，他の天体磁気活動現象の研究を太陽に応用することで，太陽ダイナモ機構に対する理解をさらに深められるだろう．

我々が生きている間に太陽の無次元パラメータを再現することが不可能である以上，あらゆる天体のダイナモ機構を物理無矛盾に説明できる『普遍的な乱流理論』を構築し，それにもとづき『太陽黒点の経験則』を再現できた時こそ，太陽ダイナモ機構を解明できたと我々が言える時なのではないだろうか．これまで以上に広く深い分野間交流が，太陽および天体ダイナモ機構の包括的理解にとって必要不可欠である．本章がその促進の一助になれば幸いである．

参考文献

[1] H. Alfven, Nature **150**, 405 (1942).
[2] H.K. Moffatt, *Magnetic field generation in electrically conducting fluids* (Cambridge University Press 1978).
[3] M. Ossendrijver, A&ARv **11**, 287 (2003).
[4] P. Charbonneau, Living Reviews in Solar Physics **7**, 3 (2010).
[5] M.S. Miesch, RSPTA **370**, 3049 (2012).
[6] P. Charbonneau, ARA&A **52**, 251 (2014).
[7] S.K. Solanki *et al.*, Rep. Prog. Phys. **69**, 563 (2006).
[8] F. Cattaneo, ApJ **515**, L39 (1999).
[9] H. Lin, ApJ **446**, 421 (1995).
[10] B.W. Lites *et al.*, ApJ **672**, 1234 (2008).
[11] T.G. Cowling, MNRAS **94**, 39 (1933).
[12] S.K. Solanki, A&ARv **11**, 153 (2003).
[13] M. Rempel *et al.*, ApJ **691**, 640 (2009).
[14] H. Schwabe, AN **21**, 233 (1844).
[15] R.C. Carrington, MNRAS **20**, 13 (1859).
[16] G.E. Hale, ApJ **49**, 153 (1919).
[17] G.E. Hale and S.B. Nicholson, ApJ **62**, 270 (1925).
[18] H.D. Babcock, ApJ **130**, 363 (1959).
[19] J. Christensen-Dalsgaard, RvMp **74**, 1073 (2002).
[20] M.J. Thompson *et al.*, ARA&A **41**, 599 (2003).
[21] A.G. Kosovichev, LNP **832**, 3 (2011).
[22] J. Zhao *et al.*, ApJL **774**, L29 (2013).
[23] S.M. Hanasoge *et al.*, PNAS **109**, 11928 (2012).
[24] M. Dikpati and P. Charbonneau, ApJ **518**, 508 (1999).
[25] M. Dikpati and P.A. Gilman, SSRv **144**, 67 (2009).
[26] L. Jouve *et al.*, A&A **483**, 949 (2008).
[27] F.S. Moreno-Insertis *et al.*, A&A **264**, 686 (1992).
[28] A, Ferriz-Mas and M. Schussler, GAFD **72**, 209 (1993).
[29] A.R. Choudhuri and P.A. Gilman, ApJ **316**, 788 (1987).
[30] P. Caligari *et al.*, ApJ **441**, 886 (1995) .
[31] P.A. Gilman and G.A. Glatzmaier, ApJS **45**, 335 (1981).
[32] G.A. Glatzmaier, JCoPh **55**, 461 (1984).
[33] G.A. Glatzmaier, ApJ **291**, 300 (1985).
[34] A.S. Brun *et al.*, ApJ **614**, 1073 (2004).
[35] M. Ghizaru *et al.*, ApJL **715**, L133 (2010).
[36] B.P. Brown *et al.*, ApJ **731**, 69 (2011).
[37] P.J. Kapyla *et al.*, ApJL **755**, L22 (2012) .
[38] N.J. Nelson *et al.*, ApJ **762**, 73 (2013).
[39] Y. Masada *et al.*, ApJ **778**, 11 (2013).
[40] J. Mabuchi *et al.*, ApJ **806**, 10 (2015) .
[41] D. Mitra *et al.*, ApJL **719**, L1 (2010).
[42] I. Baryshnikova and A. Shukurov, AN **308**, 89 (1987).
[43] K.-H. Raedler and H.-J. Braeuer, AN **308**, 101 (1987).
[44] Y. Masada and T. Sano, PASJ **66**, S27 (2014).
[45] Y. Masada and T. Sano, ApJL **794**, L6 (2014).
[46] 政田洋平：天文月報 **108**, 656 (2015).
[47] P.J. Kapyla, AN **332**, 43 (2011).
[48] S.M. Tobias and F. Cattaneo, Nature **497**, 463 (2013).
[49] F. Cattaneo and S.M. Tobias, ApJ **789**, 70 (2014).
[50] H. Hotta *et al.*, ApJ **786**, 24 (2014).
[51] A. Gailitis *et al.*, PRL **84**, 4365 (2000).
[52] R. Stieglitz and U. Muller, PhFl **13**, 561 (2001).
[53] R. Monchaux *et al.*, PhFl **21**, 035108 (2009).
[54] E.J. Spence *et al.*, ApJ **700**, 470 (2009).
[55] C.M. Cooper *et al.*, PhPl **21**, 013505 (2014).

政田洋平（まさだ ようへい）

1979年奄美大島生まれ．愛知教育大学教育学部助教．2008年京都大学大学院理学研究科物理学・宇宙物理学専攻修了．博士（理学）．台湾中央研究院研究員，国立天文台ひので科学プロジェクト研究員，神戸大学大学院システム情報学研究科助教を経て，2015年4月より現職．専門は太陽天体プラズマ物理学．太陽や天体の磁場の起源とその進化ダイナミクスへの影響を研究している．晩酌以外の楽しみをみつけることが最近の目標．

J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.11 (2015) 721‐726

講座 MHD ダイナモ：流れによる磁場の自発的形成

5．銀河ダイナモ

5. Galactic Dynamo

松 元 亮 治，町 田 真 美[1)]
MATSUMOTO Ryoji and MACHIDA Mami[1)]
千葉大学大学院理学研究科，[1)]九州大学大学院理学研究院

（原稿受付：2015年 9 月18日）

渦状銀河の磁場は星間ガス雲の形成，宇宙線の閉じ込め，銀河ハローの形成等を通して銀河における星形成，銀河の進化に影響を及ぼす．銀河磁場の増幅・維持機構を扱う「銀河ダイナモ」の理論は星間ガスの運動を仮定して磁場の時間変化を調べる運動学的理論から，磁場が星間ガスの運動に及ぼす影響を考慮した磁気流体ダイナモ理論へと変貌を遂げ，大局的な 3 次元磁気流体シミュレーションを通して，準周期的な磁場方向の反転と銀河円盤から銀河ハローへの磁束輸送過程等が明らかになりつつある．銀河磁場は高エネルギー電子によるシンクロトロン放射，磁場方向に整列した星間塵による偏光放射，ファラデー回転等を通して，宇宙マイクロ波背景放射の偏光に影響を及ぼすことから，観測的宇宙論の研究においても考慮すべき対象としてクローズアップされている．

Keywords:
galaxy, magnetic field, dynamo, magnetohydrodynamics, magneto-rotational instability, Parker instability, polarization

5.1 はじめに

渦状銀河には0.1 nT 程度の強さの磁場が存在する．星間磁場は星形成の母体となる星間ガス雲の形成，地球にも降り注ぐ高エネルギー荷電粒子（宇宙線）の加速と閉じ込め，高温銀河ハローの形成等に寄与すると考えられている．このような銀河磁場がどのように生成・維持されているかという問題を扱う研究が銀河ダイナモ理論である．

図 1 の左図は電波望遠鏡で観測した近傍の渦状銀河M51の波長6 cmの電波強度分布を示す．この波長域の電波は主に高エネルギー電子によるシンクロトロン放射によって放射され，電場ベクトルは磁力線に垂直になる．このため，観測される電波偏光の方向と90°ずれた方向が磁場方向になる．このようにして求めた磁場方向が**図 1** の右図に線分で示されている．

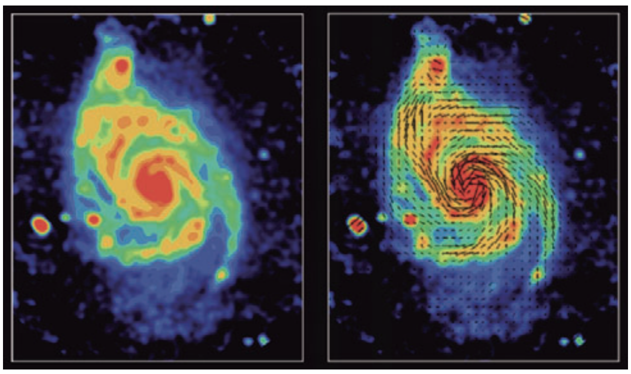

図 1 電波干渉計 VLA と Effelsberg 100 m 電波望遠鏡で観測した近傍の銀河 M51 の波長 6 cm の電波強度分布（カラー）と偏波から求めた磁場方向の分布（右図の線分）．NRAO/AUI 提供．

渦状腕に沿って電波強度が強い領域が分布しており，この領域で磁場が強く，また，高エネルギー電子が多く分布していることが示唆される．磁場の方向はほぼ渦状腕に沿っている．渦状腕は星やダークマターのような重力を担う物質の密度が周辺よりも高くなった領域である．この重力が強い領域に流入した星間ガス中に衝撃波が発生し，星間ガスが圧縮されるため磁場も強くなる．

星間磁場の強さはファラデー回転を用いて推定できる．ファラデー回転は直線偏光した電磁波がプラズマ中を通過する際に偏光面が回転する現象であり，偏光面の回転角が波長 λ の二乗とファラデー回転量度（rotation measure）

$$RM = \int n_e B_s ds \tag{1}$$

に比例する．ここで n_e は電子密度，B_s は視線方向の磁場成分，ds は視線方向の線素である．電子密度を視線方向に積分した柱密度 DM は別の方法で求めることができるため，パルサーや電波銀河のように直線偏光した電磁波を放射する電波源と地球との間の RM と DM から視線方向の磁場の平均的な強さと向き（視線に平行か反平行か）がわかる．

ファラデー回転量度分布の観測から，銀河の中には**図 2** の左図のように磁場がリング状に分布している銀河と右図

Graduate School of Science, Chiba University, CHIBA 263-8522, Japan

corresponding author's e-mail: matsumoto.ryoji@faculty.chiba-u.jp

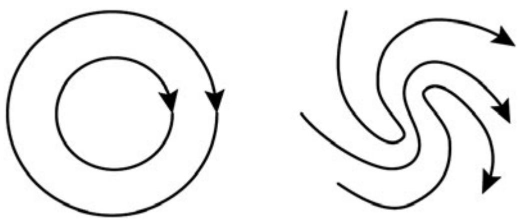

図2　銀河磁場の大局構造．左図：リング状磁場．実線は磁力線，矢印は磁場方向．右図：Bisymmetric Spiral（BSS）磁場．

のように渦状腕の両側で磁力線方向が逆転するBisymmetric Spiral（BSS）構造をしている銀河があることが知られている[1]．M51銀河はBSS磁場をもつ銀河の例である．我々の銀河系においても，多数のパルサーから放射される偏波のファラデー回転量度の観測から磁場分布が調べられており，渦状腕毎に磁場方向が反転しているという結果が得られている[2]．銀河ダイナモ理論は，これらのリング磁場やBSS磁場等のパターンがどのようにして生成・維持されているのかを説明する必要がある．

5.2　銀河ダイナモの平均場モデル

銀河ダイナモについては，ガスの運動を与えて，その中での磁場の時間発展を計算する運動学的モデルの研究が数多く行われてきた．磁場を平均磁場$\boldsymbol{B}$と揺動磁場$\boldsymbol{b}$に分解すると，与えられた速度場$\boldsymbol{v}$のもとで平均磁場の時間発展を記述する方程式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=\nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})+\eta\nabla^2\boldsymbol{B}+\nabla\times(\alpha\boldsymbol{B}) \tag{2}$$

ここでηは磁気拡散係数，αが方位角磁場からポロイダル磁場を生み出す「α効果」を表す．円筒座標系(r,φ,z)を用い，銀河ガス円盤の速度場を$\boldsymbol{v}=(0,V(r),0)$と仮定する．簡単化のため軸対称な場合を考えると，磁場の各成分の時間発展を記述する方程式は以下のようになる．

$$\frac{\partial B_r}{\partial t}=\eta\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r)\right]+\frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2}\right\}-\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_\varphi) \tag{3}$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t}=\eta\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi)\right]+\frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial z^2}\right\}+r\frac{d\Omega}{dr}B_r+\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_r)-\frac{\partial}{\partial r}(\alpha B_z) \tag{4}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t}=\eta\left\{\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_z)\right]+\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}\right\}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\alpha rB_\varphi) \tag{5}$$

ここで，$\Omega(r)=V(r)/r$は回転角速度である．$d\Omega/dr$を含む項は，動径方向の回転角速度の差（差動回転）によって動径磁場B_rから方位角磁場B_φを生成するΩ効果をあらわす．動径成分及び鉛直成分の方程式中，αを含む項は方位角磁場B_φから動径磁場および鉛直磁場を生成する．

この具体的な機構のひとつとしてパーカー不安定性[3]が考えられる．**図3**に示すように，パーカー不安定性は磁力線に沿って磁気流体が落下することによって軽くなった部分に働く浮力が磁気張力を凌駕する場合に成長する磁気不安定性であり，円盤の厚さの10倍程度以上の長波長の摂動が成長する．初期に方位角方向の水平磁場をもつ円盤でパーカー不安定性が成長すると磁気ループが浮上し，方位角磁場から鉛直磁場が生成される．円盤とともに回転する座標系で考えると，**図4**のように磁力線に沿う落下流に働くコリオリ力によって磁気ループが捩じられ動径磁場が生成される．

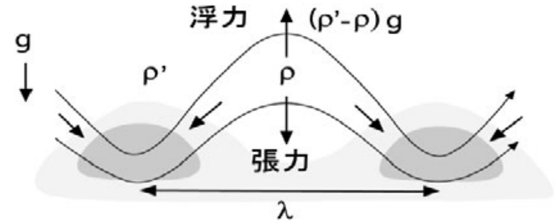

図3　パーカー不安定性の概念図．実線は磁力線，濃淡は密度分布，磁力線に沿う矢印は円盤ガスの速度ベクトルを表す．

銀河ガス円盤においてはこれ以外のメカニズム，たとえば超新星爆発によっても方位角磁場から動径磁場，鉛直磁場を生成することができる．平均磁場の発展方程式にパーカー不安定性や超新星爆発によって生じる速度場は含まれていないが，これらが平均磁場に及ぼす効果がαを含む項によって近似的に表現されている．

磁気拡散係数ηが定数，αが時間に依らず座標のみの関数として与えられる場合，上記の方程式は$\boldsymbol{B}$に関して線形の方程式となり，赤道面およびガス円盤表面での境界条件を与えることによって解くことができる．

M51銀河のようなBSS磁場を再現するためには非軸対称な解を求める必要がある．**図5**に藤本・沢[4]によって得られたBSS磁場の解の例を示す．この計算では$z>0$で$\alpha<0$，$z<0$で$\alpha>0$，赤道面で水平方向の磁場成分が連続，鉛直方向の磁場成分は赤道面に関して反対称と仮定されて

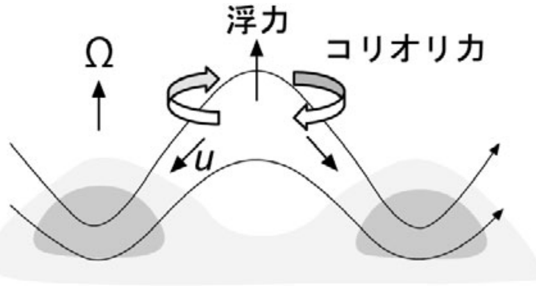

図4　円盤とともに回転する座標系におけるパーカー不安定性．コリオリ力 $2\rho\boldsymbol{u}\times\Omega$ により，磁気ループが白抜きの矢印の向きに捻られる．

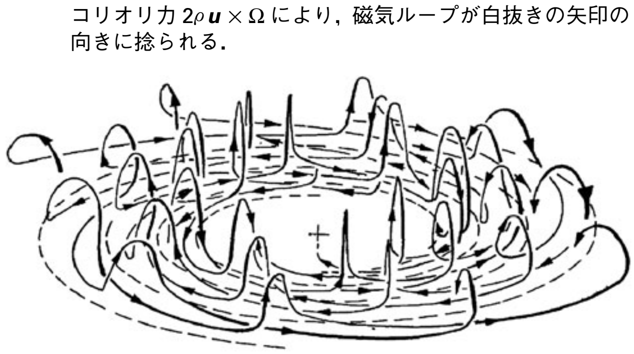

図5　運動学的ダイナモモデルの解として得られたBSS磁場の例．実線は磁力線を表す．Sofue *et al.*[1]より転載．

いる．また，$|z|>h$ の円盤ハローでは $\alpha=\eta=0$ とし，$\nabla\times\boldsymbol{B}=0$ を満たすポテンシャル磁場に連続的につながっていると仮定して解が求められている．

5.3　円盤ダイナモの磁気流体モデル

5.3.1　基礎方程式

運動学的なダイナモモデルでは速度場を仮定し，また，α の分布（あるいは他の物理量への依存性）を仮定して磁場の時間発展が計算される．このモデルを，より基礎的な物理機構に基づくモデルに改良するため，磁場が速度場に及ぼす影響を考慮し，速度場の時間変化を計算する磁気流体モデルに基づく研究が進められている．基礎方程式は以下の磁気流体方程式である．

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\boldsymbol{v})=0 \tag{6}$$

$$\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=-\nabla p+\frac{1}{\mu_0}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}-\rho\boldsymbol{g} \tag{7}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}=\nabla\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}-\eta\nabla\times\boldsymbol{B}) \tag{8}$$

$$\rho T\frac{dS}{dt}=q^{+}-q^{-} \tag{9}$$

ここで，ρ は密度，p は圧力，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度，S はエントロピー，T は温度，q^{+}，q^{-} は加熱率と冷却率である．粘性は無視した．

5.3.2　差動回転円盤の磁場と活動性

定常軸対称ダイナモは存在しないことから，磁気流体方程式を用いてダイナモ計算を行うには 3 次元計算が必要である．差動回転円盤の 3 次元磁気流体計算は，重力を及ぼす天体の周りに形成される回転円盤を対象としてまず実施された．中心天体に回転しながら落下する物質は重力と遠心力が釣り合う位置のまわりに回転円盤（降着円盤）を形成する．流体要素の角運動量が保存されている場合，円盤物質はそれ以上落下することができないが，回転物質が角運動量を失うと物質は**図 6** 左図の破線のように中心天体に向かって渦を描きながら落下し，この際に解放される重力エネルギーが熱エネルギーや運動エネルギーに変換されることにより，円盤が加熱されて X 線を放射したり，ジェットを噴出したりする．

降着円盤は X 線連星，活動銀河中心核，原始星等で観測される様々な活動性のエネルギー源になっていると考えられており，多くの研究が行われてきた．降着円盤理論の鍵を握るのは回転物質の降着を可能にする角運動量輸送機構である．標準的な降着円盤理論[5]では，角運動量輸送を担うストレステンソルの $r\varphi$ 成分が圧力に比例すると仮定してモデルが構築された．モデルと観測を比較することによって角運動量輸送率が見積もられたが，流体力学的な不安定性の成長と乱流生成によって観測を説明できる大きさの角運動量輸送率を得ることは困難であることが1990年頃には明らかになった．このような背景のもとでクローズアップされてきたのが降着円盤における磁気流体過程（**図 6** 右図）である．

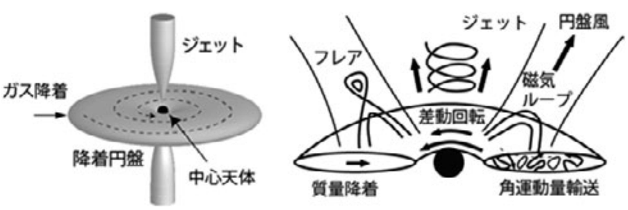

図 6　降着円盤の模式図．左図：降着円盤とジェット．破線は流線．右図：降着円盤における磁気流体過程．実線は磁力線．

5.3.3　磁気回転不安定性

Balbus and Hawley は1991年に出版された論文[6]において差動回転円盤を貫く磁場がある場合，磁場を介した角運動量輸送によって駆動される磁気不安定性が成長することを指摘した．**図 7** に磁気回転不安定性の機構を示す．差動回転円盤を鉛直に貫く磁場がある場合，一部の流体要素を内側に変位させると磁力線に沿って角運動量が内側から外側へ輸送され，角運動量を失った内側の流体要素では重力＞遠心力となり，この差が変位を引き戻そうとする磁気張力よりも大きい場合，流体要素はさらに内側に変位して不安定性が成長する．成長率が最大になる波数は，鉛直方向の波数を k_z，アルベン速度を V_A として $k_zV_A\sim\Omega$ 程度，最大成長率は $0.7\,\Omega$ 程度になる．円盤の厚さを H，音速を C_s として $\Omega H\sim C_s$ であるから，不安定性が成長する臨界波長 $\lambda_c=2\pi V_A/(\sqrt{3}\Omega)$ が $2H$ より小さいという条件から $V_A<\sqrt{3}C_s/\pi$，すなわちプラズマ β が 5 よりも大きな弱磁場の場合に不安定性が成長する．この不安定性は磁場と差動回転によって生じる不安定性であることから，磁気回転不安定性（Magneto-Rotational Instability: MRI）と呼ばれる．

初期磁場が方位角磁場の場合にも同様な機構による磁場増幅が期待される．**図 8** に示すように，このような磁場に貫かれた円盤物質が一部内側に変位すると磁気ストレスによって内側から外側に角運動量が輸送されるため，変位した領域において　重力＞遠心力となり，磁気張力が十分に小さければ角運動量を失った磁気流体要素は落下し，動径

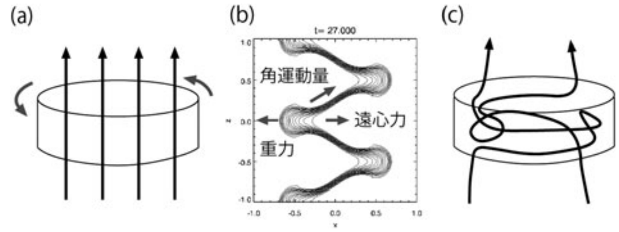

図 7　磁気回転不安定性のメカニズム．(a)回転軸方向の磁場に貫かれた差動回転円盤．(b)軸対称性を仮定したシミュレーション結果．実線は磁力線．横軸は動径方向，縦軸は鉛直方向．(c)不安定性成長後の磁力線形状．

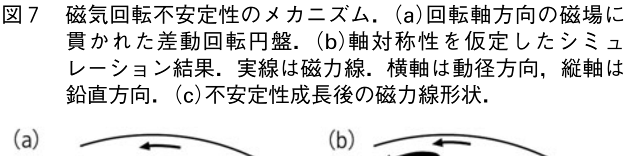

図 8　初期に方位角方向の磁場に貫かれた差動回転円盤における磁気回転不安定性の模式図．(a)初期状態，(b)磁気ストレスによる角運動量輸送により内側に変位した領域が角運動量を失って落下し，動径磁場と方位角磁場が強まる．

方向の磁場が強められる．この動径方向の磁場から円盤の差動回転によって方位角方向の磁場が強められる．

5.3.4　降着円盤の大局的 3 次元磁気流体シミュレーション

磁気回転不安定性の重要性が指摘されて以来，その非線形時間発展の 3 次元磁気流体シミュレーションが複数の研究グループによって実施され，円盤磁場がどの程度まで強められるかが調べられてきた（たとえば[7-9]）．我々のグループで実施した円盤全体を計算領域に含めた大局的な 3 次元磁気流体シミュレーションの一例[10]を**図 9** に示す．左図は初期状態で，濃淡は密度分布，実線が磁力線を表す．初期の密度分布は中心天体の重力のもとで角運動量一定で回転する弱い方位角磁場に貫かれたトーラスの平衡解とし，トーラスの外側には高温低密度の球対称で回転していない物質分布を仮定した．円筒座標系 3 次元の磁気流体コードを用いてトーラスの時間発展を約10回転時間シミュレートした結果を右図に示す．磁気回転不安定性の成長によって磁気乱流が生成され，方位角成分に加えて動径成分を持つ磁場が強められる．また，マクスウェルストレスによる角運動量輸送によって角運動量を失った円盤物質が中心天体に向かって落下し，円盤状の密度分布が得られている．準定常状態に至った状態での磁場の強さは，円盤内部における磁場散逸（磁気リコネクション）に加えて，パーカー不安定性による磁束流出によって制限され，$\beta \sim 10$の状態が維持される[11]．

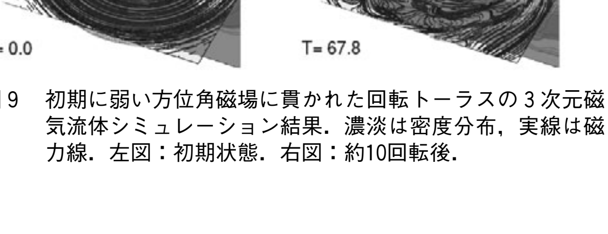

図 9　初期に弱い方位角磁場に貫かれた回転トーラスの 3 次元磁気流体シミュレーション結果．濃淡は密度分布，実線は磁力線．左図：初期状態．右図：約10回転後．

5.4　銀河ダイナモの磁気流体シミュレーション

5.4.1　大局的 3 次元磁気流体計算結果

渦状銀河では星とダークマターによる重力場中を星間ガスが回転している．回転速度$V(r)=r\Omega(r)$は中心部を除いてほぼ一定で，我々の銀河系では約 250 km/s である．このような回転則に従う場合でも磁気回転不安定性が成長し，磁場が強められる．我々は，観測される銀河系の回転則を与える軸対称な重力場中を回転するガス円盤の時間発展を，円筒座標系 3 次元磁気流体コードを用いてシミュレートした[12]．銀河系の多くの部分を占める 1 万度の成分の鉛直構造を空間分解するためには数 pc 以下のメッシュ間隔で計算を行う必要があり，多大な計算時間を要する．そこで，ガス円盤の温度を10万度以上に設定し，$(N_r, N_\varphi, N_z)=(250, 64, 319)$ メッシュを用い，赤道面対称性を仮定してシミュレーションを実施した．

初期に弱い方位角磁場に貫かれた$r=10$ kpc を中心とする回転ガス分布を与えて実施したシミュレーション結果を**図10**に示す．**図10**(a)の実線は$t=3.8$ Gyr において赤道面に投影した磁力線である．方位角方向の平均磁場の強さは 0.1 nT（1 μG）程度，平均磁場と同程度の大きさの乱流磁場が生成されている．**図10**(b)，(c)の濃淡は方位角方向に平均化した方位角磁場分布を示す．矢印は方位角磁場の方向を示し，黒とグレーの領域で方位角磁場は逆向きになる．円盤内部で強められた磁場が円盤表面に浮上し，初期に磁場がなかった円盤ハロー領域に磁束が輸送されている．この磁束輸送はパーカー不安定性によって駆動される．パーカー不安定性の磁気流体シミュレーションから初期に$\beta > 5$の場合にはパーカー不安定性は非線形振動を駆動するだけで磁束は円盤内部に保たれること，$\beta < 5$になると磁気ループの浮上が続くことがわかっている[13]．したがって$\beta < 5$となるまで磁場が強められると磁束が円盤から円盤ハローへと浮上し，円盤部には浮上磁束とは逆向きの方位角方向の磁束が残される．**図10**(c)は(b)から10億年後の方位角磁場分布である．円盤から円盤ハローに磁束が浮上することに伴って円盤内部の方位角方向の平均磁場の向きが逆転している．

5.4.2　差動回転円盤における磁気流体ダイナモのメカニズム

図11に磁気流体シミュレーション結果に基づいた銀河ガス円盤や降着円盤における磁気流体ダイナモの模式図を示す．初期に弱い磁場があると磁気回転不安定性によって動径磁場が生成され，差動回転によって方位角磁場が強められる．方位角磁場が増幅されてβが 5 以下になるとパー

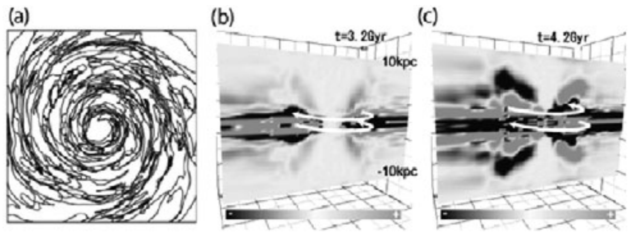

図10　銀河ガス円盤の 3 次元磁気流体シミュレーション結果．(a)赤道面に投影した磁力線．(b)$t=3.2$ Gyr の方位角磁場分布（濃淡）．矢印は方位角磁場の方向．(c)$t=4.2$ Gyr の方位角磁場分布．

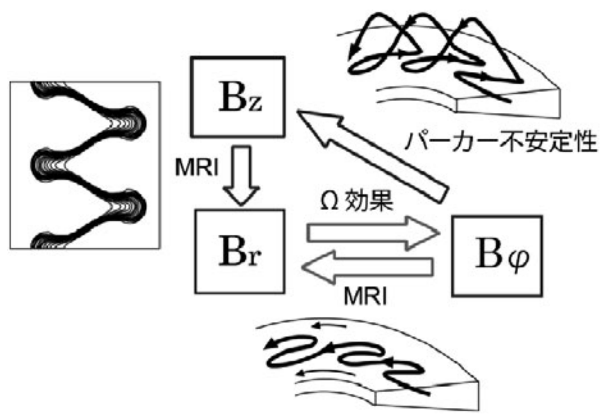

図11　差動回転円盤における磁気流体ダイナモの模式図．磁気回転不安定性によって強められた磁場がパーカー不安定性によって浮上した後，円盤内部に残された逆向きの磁場が増幅される過程が繰り返される．

カー不安定性の非線形成長によって磁気ループが浮上を続け，円盤から磁束が失われる．円盤内部には流出した磁束と逆向きの磁場が残り，この磁場が磁気回転不安定性によって強められることによって円盤内部の方位角磁場方向が反転する．このように磁気回転不安定性とパーカー不安定性の相乗作用により，準周期的なダイナモが発生する．

5.4.3　円盤ダイナモのバタフライダイヤグラム

円盤ダイナモの3次元磁気流体シミュレーションによって見出された磁場反転は太陽における11年周期の黒点数の増減や磁場方向の反転と類似した現象である．赤道面対称性を仮定せずに実施したシミュレーション結果[14]を**図12**に示す．メッシュ数は$(N_r, N_\varphi, N_z)=(250, 128, 640)$とした．左図は密度分布と磁力線（実線），右図は横軸に時間，縦軸に赤道面からの高さをとり，方位角方向の平均磁場を濃淡であらわした図であり，太陽黒点変動のバタフライダイヤグラムに対応する．円盤内部で強められた磁場が次々と円盤ハローに浮上し，このような磁束流出に伴って方位角磁場の向きが反転，この逆向きの磁場が再び強められて円盤ハローに浮上する過程が繰り返されている．磁場の反転周期は円盤の10回転時間程度，この時間は磁気回転不安定性によって磁場が強められ，パーカー不安定性による磁束浮上条件を満たすようになる時間スケールである．同様な周期的な方位角磁場の反転は降着円盤の3次元磁気流体シミュレーションでも発生している（たとえば[15]）．

5.4.4　全天のファラデー回転量度分布

銀河ガス円盤の磁気流体シミュレーション結果を銀河系内における太陽の位置から「観測」することにより，全天のファラデー回転量度分布等を求めることができる．**図13**に，町田らのシミュレーション結果に基づいて求めた$t=4.8$ Gyrにおけるファラデー回転量度の分布[14]を示す．この計算ではファラデー回転量度の分布は銀河面に関して反対称，銀河中心に関して点対称になっており，観測結果[16]とよく一致する．銀河面に関する磁場の反対称性は双極磁場が卓越していることを示唆するが，**図12**からは赤道面に関する対称性は時間依存していることがわかる，双極磁場，4重極磁場のいずれが卓越するかについてはさらに長いタイムスケールの計算が必要である．

5.5　今後の課題

本章では，銀河ダイナモの理論シミュレーション研究，特に大局的な3次元磁気流体シミュレーションによる大スケール磁場の時間発展の計算結果を紹介した．今後は1万度の星間ガスを扱うことができる高解像度計算を実施していく．より小スケールの乱流場を扱うには円盤の一部を取り出した局所計算やサブグリッドモデル化が必要であろう．

銀河の渦状腕が及ぼす影響を調べるには，非軸対称な重力ポテンシャルを用いた計算が必要になる．高エネルギーの荷電粒子（宇宙線）を組み込むことも課題として残されている．宇宙線は軽い流体として振る舞うため，宇宙線の存在は浮力を高める効果があり，パーカー不安定性の成長率を高め，宇宙線が存在しない場合にくらべて，より磁場

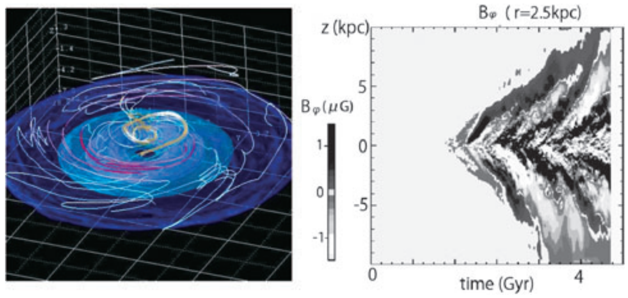

図12　赤道面対称性を仮定せずに実施した銀河ガス円盤の3次元磁気流体シミュレーション結果．左図：$t=4.8$ Gyrの密度分布と磁力線（実線）[14]．右図：バタフライダイヤグラム．横軸は時間，縦軸は赤道面からの高さ．濃淡は$r=2.5$ kpcにおける方位角方向の平均磁場．黒と白の領域で方位角磁場の向きが異なる．

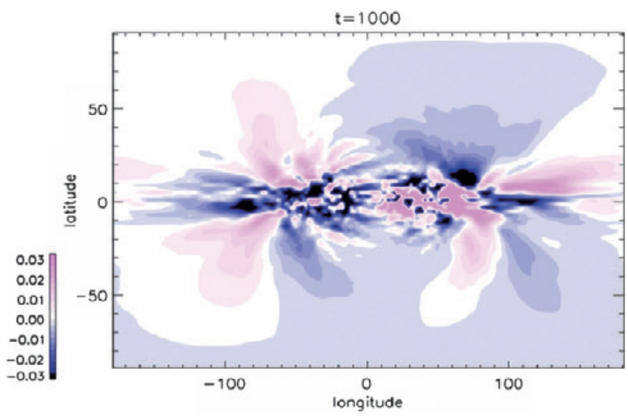

図13　町田らのシミュレーション結果に基づいて計算した太陽位置からの全天のファラデー回転量度分布[14]．青い領域とピンク色の領域でファラデー回転量度の符号が異なる．

が弱い場合でも円盤部から円盤ハローに磁束が流出することを可能にする．銀河ガス円盤における宇宙線のエネルギー密度は磁気エネルギー密度と同程度と見積もられており，円盤内部の磁場の時間発展に影響を及ぼすと考えられる．

最近，我々の銀河系の磁場が宇宙背景放射の偏光に及ぼす影響が注目されている．これは，宇宙背景放射光の偏光成分を解析することにより，宇宙が加速度的に膨張したインフレーション期に発生した原始重力波の証拠を捉えることができると期待されているためである．全天の偏光分布が宇宙背景放射観測衛星Planck等によって詳細に調べられており，銀河系内でのシンクロトロン放射による偏光，星間ダストによる偏光と宇宙背景放射の偏光を分離する研究が進められている．これらを通して，銀河系磁場の詳細な構造が明らかにされつつある．今後は系外銀河周辺の磁場分布についての知見も得られるようになると期待される．

参 考 文 献

[1] Y. Sofue *et al.*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **24**, 459 (1986).
[2] J.L. Han *et al.*, Astrophys. J. **642**, 868 (2006).
[3] E.N. Parker, Astrophys. J. **145**, 811 (1966).
[4] M. Fujimoto and T. Sawa, Publ. Astron. Soc. Japan **39**, 375 (1987).

[5] N.I. Shakura and R.A. Sunyaev, Astron. Astrophys. **24**, 337 (1973).
[6] S.A. Balbus and J.F. Hawley, Astrophys. J. **376**, 214 (1991).
[7] J.F. Hawley *et al.*, Astrophys. J. **440**, 742 (1995).
[8] R. Matsumoto and T. Tajima, Astrophys. J. **445**, 767 (1995).
[9] A. Brandenburg *et al.*, Astrophys. J. **446**, 741 (1995).
[10] R. Matsumoto, *Astrophysics and Space Science Library* v.240, (Kluwer Academic, 1999), p.195.
[11] M. Machida *et al.*, Astrophys. J. **532**, L67 (2000).
[12] H. Nishikori *et al.*, Astrophys. J. **641**, 862 (2006).
[13] R. Matsumoto *et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **40**, 171 (1988).
[14] M. Machida *et al.*, Astrophys. J. **764**, 81 (2013).
[15] J. Shi *et al.*, Astrophys. J. **708,** 1716 (2010).
[16] N. Oppermann *et al.*, Astron. Astrophys. **542**, A93 (2012).

まつもとりょうじ
松元亮治

千葉大学大学院理学研究科教授．1988年京都大学大学院理学研究科宇宙物理学専攻修了．理学博士．千葉大学教養部講師，千葉大学理学部助教授，教授を経て2007年より現職．主な研究分野は天体活動現象の理論シミュレーション研究．特にブラックホール降着円盤の時間変動を磁気流体数値実験によって再現する研究を行っている．

まちだまみ
町田真美

九州大学大学院理学研究院物理学部門助教．差動回転円盤の磁気流体数値計算をしています．この数年は観測的可視化に取り組んでおり，SKAの活動にも参加しています．今年は栗が不作のようなのであまり手に入らなかったのですが，毎日のように「栗ごはん」と言われ困っています．とりあえず，十三里で誤魔化しています．

J. Plasma Fusion Res. Vol.91, No.11 (2015) 727‑728

講座 MHDダイナモ：流れによる磁場の自発的形成

6．まとめ

6. Summary

陰山 聡
KAGEYAMA Akira
神戸大学 システム情報学研究科 計算科学専攻

（原稿受付：2015年9月29日）

高い磁気レイノルズ数 $R_{\mathrm{m}}=VL/\eta$（η は磁気拡散率，V と L は流れとサイズのスケール）をもつ系では，よほど簡単な流れでない限り，流れによって磁場のエネルギーが増幅することはほとんど避けがたいことである（第1章）．R_{m} がだいたい10を超えると，流れと同じ程度の空間スケールを持つ磁場が生まれる可能性が出てくる．

通常 $R_{\mathrm{m}}\gg 1$ の系はレイノルズ数も高い（$R_{\mathrm{e}}\gg 1$）ので，流れによる磁場の増幅（＝MHDダイナモ）のおきる系は乱流状態にある場合が多い．小さい空間スケールの流れによって大きい空間スケールの磁場を生みだす効果は極めて重要である（第2章）．

太陽系の惑星のほとんどがMHDダイナモによって生まれた磁場をもっている．その中で，最も研究が進んでいるのは当然ながら地球磁場（地磁気）である（第3章）．地磁気は液体鉄の流れが生み出しているが，巨大ガス惑星（木星と土星）や天王星などの巨大氷惑星では金属水素など，別のMHD流体によるダイナモで磁場が作られている．水素プラズマで作られているのは太陽磁場（第4章）と銀河磁場（第5章）である．地球磁場と太陽磁場は回転する球殻状の領域内部での対流運動によるMHDダイナモという点で極めて似た系である．大きな違いは対流速度に比した自転速度の大きさであろう．地球ダイナモは極めて高速に回転する系でのダイナモであり，流れと磁場が回転（コリオリ力）の影響を強く受けている．それに比べて太陽は自転の影響は弱い．回転がいかにしてMHDダイナモプロセス全体に影響を与えるかについて，我々の理解はまだ不十分である．

銀河磁場は地球や太陽のような球ではなく，円盤状の流れが生み出すMHDダイナモで作られている．第5章で詳述されたように，そこでは磁気回転不安定性と作動回転（Ω効果），パーカー不安定性という，3つの基礎過程がうまく組み合わさり，大規模な磁場が生まれている．形状が異なるにもかかわらず，銀河ダイナモでも太陽と同様な磁場の周期的反転がみられることも興味深い．

地磁気はガウスの時代から地表面上で，そして近年では人工衛星の軌道上から詳細に観測されている．だが地磁気が生成される舞台である外核は厚いマントル層に遮られているため，外核表面での磁場や，外核内部の流れを直接観測する手段を我々はもっていない．また地磁気の時間変化（逆転）のスケールは数十万年なので，地球外核でおきているMHDダイナモの時間的な全体像は地球科学的な証拠から間接的に推測するしかない．ところが第4章で述べられたように，太陽磁場は太陽表面の分布を直接観測できるだけでなく，ダイナモがおきている対流層内部の流れの様子が陽震学の手法で「みえて」いる．また，太陽磁場の逆転周期は約22年（半周期が11年）という，観測には手頃な時間であるという点も人類にはありがたい偶然である．だが，太陽磁場の観測事実が蓄積されるにつれて，我々のMHDダイナモに関する理解が不完全であることも痛感させられているのが現状といえるであろう．

最後にMHDダイナモの実験について簡単に述べよう．MHDダイナモ現象を実験的に実証するためには，液体金属などのMHD流体を下から暖めて熱対流運動させ，その流れで磁場が生まれることを示せばよい．だがそのような（液体金属の自然対流による）MHDダイナモの実験はほとんど不可能に近い．それはダイナモに必要な磁気レイノルズ数 R_{m} を十分大きく（10以上に）とることができないからである．

鉄の融点は約1800 Kであり，この温度での磁気拡散率は1 m^2/sである．（地球の外核は温度が高いので磁気拡散率はこの2倍ほどになる．）1800 Kの液体鉄の熱対流で $R_{\mathrm{m}}>10$ となるようにするためには，実験装置のサイズ L を1 mとすると，$V>20$ m/sとしなければいけない．熱対流でこれほど速い流れを維持すること（つまり温度差を維持すること）は極めて難しいことは容易に想像できる．実のところ，熱対流は諦めてポンプなどを使って液体鉄に強制的に流れを作ったとしてもこれほど速い液体鉄の流れを作ることさえ難しい．鉄は密度が高いからである．約1800 K以上を維持するのも大変である．

融点が低く，磁気拡散率が比較的低くて，しかも密度の低い金属としてナトリウム（融点370 K，この温度での磁気拡散率0.08 m^2/s）と，ガリウム（融点300 K，磁気拡散

Department of Computational Science, Graduate School of System Information, Kobe University, KOBE 657-8501, Japan
author's email : kage@port.kobe-u.ac.jp

率 0.2 m^2/s）がある．ナトリウムを使った最初のダイナモ実験はラトビア大学[1]とカールスルーエ大学[2]で行われた．どちらも自然対流ではなく，ポンプで強制的に流れを駆動して起こしたダイナモ実験である．その後，フランス（カダラッシュ研究所[3]，グルノーブル大学），米国（ウィスコンシン大学[4]，メリーランド大学[5]）においてナトリウムを使った実験が行われている．また，メリーランド大学では 3 m の球形容器でのナトリウムを使った実験装置がある．ウィスコンシン大学では液体金属ではなくプラズマを使ったダイナモ実験装置も建設された[6]．プラズマは軽いので，速い流れを比較的容易に作ることができるという利点がある．

本講座で紹介されたとおり，MHD ダイナモの（計算機シミュレーションも含めた）理論的研究については，各分野において世界をリードするレベルの研究がなされているが，実験研究がほとんどされていないのは残念である．このプラズマ・核融合学会誌の読者の中から MHD ダイナモに興味を感じ，新しいダイナモ実験に挑戦する方が現れることを期待したい．

参考文献

[1] A. Gailitis *et al.*, C.R. Physique **9**, 721 (2008).
[2] R. Stieglitz and U. Müller, Phys. Fluids **13**, 561 (2001).
[3] B. Gallet *et al.*, Phys. Rev. Lett. **08**, 144501 (2012).
[4] E. J. Spence Phys. Rev. Lett. **96**, 055002 (2006).
[5] D.P Lathrop *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion. **43**, A151-A160 (2001).
[6] http://plasma.physics.wisc.edu/mpdx

陰山 聡（かげやま あきら）

神戸大学 システム情報学研究科 計算科学専攻 教授．専門は磁気流体力学を中心とした計算機シミュレーションとデータ可視化．最近，学生と一緒に Yin-Yang-Zhong grid（イン＝ヤン＝ゾン格子）という球ジオメトリ用の新しい計算格子を開発しました．データ可視化に関しては，「4 次元ストリートビュー」という，少々突飛な方法を提唱していて，その実証に力を入れています．本文の最後に書いたダイナモ実験については，世界で最初のダイナモ実験に成功したラトビアの実験装置を1998年に見て以来，ずっと興味をもっていて，新しいダイナモ実験装置ができないものかと自分でもときおり考えていますが，難しいですね．電気抵抗が極端に低い流体が見つかれば面白いのですが．